TFY4106 Fysikk Eksamen 17. desember 2014 (Foreløpig versjon pr 5. desember 2014.)

FORMLER: Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

MEKANISK FYSIKK INKL SVINGNINGER

- Newtons andre lov: $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p}/dt \qquad \boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} = m\dot{\boldsymbol{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\boldsymbol{r}) = -\int_{\boldsymbol{r}_0}^{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$
- Friksjon, statisk: $f \leq \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\boldsymbol{f} = -k\boldsymbol{v}$ Luftmotstand (stor v): $\boldsymbol{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\boldsymbol{R}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i \boldsymbol{r_i} m_i \to \frac{1}{M}\int \boldsymbol{r} \cdot dm$ Tyngdepunktbevegelsen: $M\ddot{\boldsymbol{R}}_{CM} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{ytre}}$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = -v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r\, d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) \times \boldsymbol{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma \boldsymbol{F}_i = 0 \quad \Sigma \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\boldsymbol{L} = (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) \times \boldsymbol{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\boldsymbol{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_b + \boldsymbol{L}_s = (\boldsymbol{R}_{CM} - \boldsymbol{r}_0) \times M\boldsymbol{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$ Treghetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2 dm$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I\frac{d\omega}{dt}$
- Steiners sats (parallellakseteoremet): $I = I_0 + Md^2$
- Gravitasjon: $\boldsymbol{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} \quad U(r) = -\frac{GMm}{r}$
- Enkel harmonisk oscillator: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad T = 2\pi/\omega_0 \qquad f = 1/T = \omega_0/2\pi$
  Masse i fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$
  $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \omega_0^2 = k/m \qquad \gamma = b/2m$
  Underkritisk demping $(\gamma < \omega_0)$ $x(t) = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega t + \phi)$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$
  Overkritisk demping $(\gamma > \omega_0)$ $x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$ $\alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$
  Kritisk demping $(\gamma = \omega_0)$ $x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$

- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$

  (partikulær-)løsning: $x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega))$

  amplitude: $A(\omega) = \dfrac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$

  halvverdibredde: $\Delta\omega \simeq 2\gamma$

  Q-faktor: $Q = \omega_0/\Delta\omega$

BØLGEFYSIKK

- Harmonisk plan bølge (forplantning i positiv x-retning):

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$k = 2\pi/\lambda \quad \omega = 2\pi/T = 2\pi f$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

- Lineær respons i elastiske, isotrope medier (Hookes lov):

  mekanisk spenning = elastisk modul $\times$ relativ tøyning

  S = strekk-kraft, B = bulkmodul, E = elastisitetsmodul, G = skjærmodul

- For transversale bølger på streng:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

- For longitudinale bølger (lydbølger) i fluider (gasser og væsker):

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

- For longitudinale bølger i tynn stang (fast stoff):

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- For longitudinale (v_P) og transversale (v_S) bølger i faste stoffer (bulk):

$$v_P = \sqrt{\frac{B + 4G/3}{\rho}} \quad ; \quad v_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2 y_0^2$$

- (Midlere) Intensitet i harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Lydhastighet i gass (m = (midlere) molekylmasse, $\gamma = C_p/C_V$):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydtrykksnivå:

$$\beta(\mathrm{dB}) = 10\log\frac{I}{I_0} \quad \text{med } I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$$

- Dopplereffekt:

$$f_\mathrm{O} = \frac{v + v_\mathrm{m} - v_\mathrm{O}}{v + v_\mathrm{m} - v_\mathrm{S}}\, f_\mathrm{S}$$

- Svevning ("interferens i tid"):

$$f_S = |f_1 - f_2|$$

- Interferens (romlig):

$$I_{\max} \text{ for } d\sin\theta = n\,\lambda \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

TERMISK FYSIKK

- Utvidelseskoeffisienter (lineær og volum), trykk-koeffisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_p \qquad \beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = 3\alpha \qquad \gamma = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

- Første hovedsetning:

$$dQ = dU + dW$$

- Varmekapasitet C, pr masseenhet c, pr mol c_m:

$$C = \frac{dQ}{dT} \;\;,\;\; c = C/M \;\;,\;\; c_m = C/n$$

- C_p og C_V:

$$C_p = (dQ/dT)_p \;\;,\;\; C_V = (dQ/dT)_V$$

  For ideell gass: $C_p - C_V = nR$. Atomær gass: $C_V = \frac{3}{2}nR$. Toatomig gass: $C_V = \frac{5}{2}nR$

- Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT = nRT$$
$$\langle K_{\text{trans}} \rangle = \frac{3pV}{2N} = \frac{3}{2}k_BT$$
$$U = U(T) = N\langle K \rangle$$

  Atomær gass: $U = \frac{3}{2}Nk_BT$. Toatomig gass: $U = \frac{5}{2}Nk_BT$

- Adiabatisk prosess ($dQ = 0$) for ideell gass:

$$pV^\gamma = \text{konst} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \quad pT^{-\gamma/(\gamma-1)} = \text{konst} \qquad (\gamma = C_p/C_V)$$

- Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \left|\frac{W}{Q_2}\right|$$

- Virkningsgrad for Carnot-varmekraftmaskin (Carnot-prosess: $Q_2/T_2 + Q_1/T_1 = 0$):

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

- Kjøleskap og varmepumpe, effektfaktor:

$$\varepsilon_K = \left|\frac{Q_1}{W}\right| \quad , \quad \varepsilon_V = \left|\frac{Q_2}{W}\right|$$

- Entropi (dQ er reversibelt tilført varme):

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad \oint dS = 0$$

- Boltzmanns prinsipp:

$$S = k_B \ln \Omega$$

- Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\Delta V}$$

- Damptrykk-kurven:

$$p_d(T) = p_d(T_0)\, \exp\left[\frac{l}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right]$$

  (l = molar latent varme, T_0 = valgt referansetemperatur)

- Stefan-Boltzmanns lov (svart legeme: $e = 1$):

$$j(T) = e\,\sigma\,T^4 \qquad (e = \text{ emissivitet}; \sigma = 2\pi^5 k_B^4/15h^3c^2 = 5.67 \cdot 10^{-8}\,\text{W/m}^2\text{K}^4)$$

- Plancks fordelingslov:

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df}\, df \qquad \text{med} \qquad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3/c^2}{\exp(hf/k_BT) - 1}$$

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda}\, d\lambda \qquad \text{med} \qquad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_BT) - 1}$$

- Wiens forskyvningslov:

$$\text{Maksimal } \ dj/d\lambda \ \text{ for } \ \lambda T = 2.90 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}$$

- Varmeovergang:

$$j = -\alpha \Delta T$$

- Stasjonær varmeledning i en dimensjon (Fouriers lov; κ = varmeledningsevne, a = tykkelse):

$$j = -\kappa \Delta T / a$$

- Varmemotstand R ($P = jA$ = effekt):

$$\Delta T = -RP = -\frac{a}{\kappa A} P \qquad \text{Seriekobling}: \; R = \sum_j R_j \qquad \text{Parallellkobling}: \; \frac{1}{R} = \sum_j \frac{1}{R_j}$$

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Middelverdi (gjennomsnittsverdi): $\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelverdi): $\delta_{\overline{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

KONSTANTER, OMREGNINGSFAKTORER OG DEKADISKE PREFIKSER

- Fundamentale konstanter:

$$\begin{aligned} G &= 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 & \qquad N_A &= R/k_B = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ g &= 9.81 \text{ m/s}^2) & \qquad h &= 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} & \qquad \hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ m_p = m_n &= 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} & \qquad e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ k_B &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} & \qquad c &= 3.00 \cdot 10^{8} \text{ m/s} \\ R &= 8.314 \text{ J/mol K} & \qquad \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \end{aligned}$$

- Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ Å} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ mmHg} &= 133.3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

- Dekadiske prefikser: p = piko = 10^{-12}, n = nano = 10^{-9}, μ = mikro = 10^{-6}, m = milli = 10^{-3}, c = centi = 10^{-2}, k = kilo = 10^3, M = mega = 10^6, G = giga = 10^9