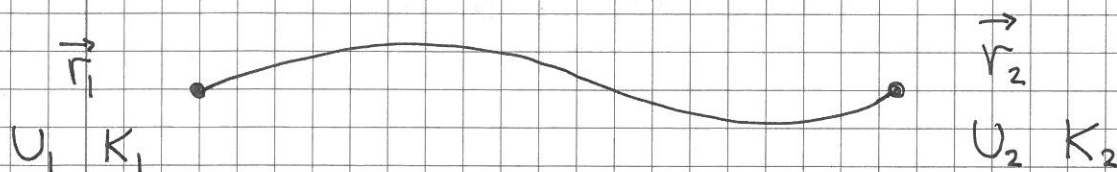


Mekanisk energibevarelse [YF 7.1-7.3; LL 4.5]

(19)

- Anta et konservativt system.



$$\begin{aligned} U_1 - U_2 &= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (\text{vilkårlig } \vec{r}_0) \\ &= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = W = K_2 - K_1 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{K_1 + U_1 = K_2 + U_2}$$

Dvs: Total mekanisk energi,

$$E = K + U$$

er konstant (bevart)
i et konservativt system.

Tyngdekraften er konservativ.

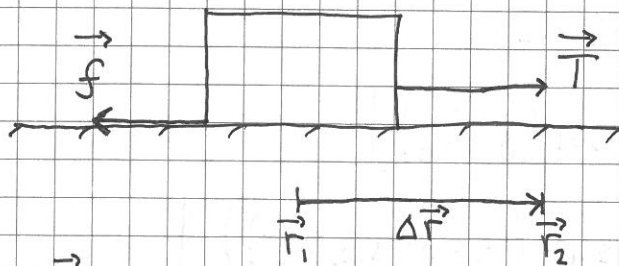
Friksjonskrefter er ikke konservative.

(Men coulombkraften er konservativ!)

Friksjonsarbeid

[YF 7.3; LL 4.5]

(20)

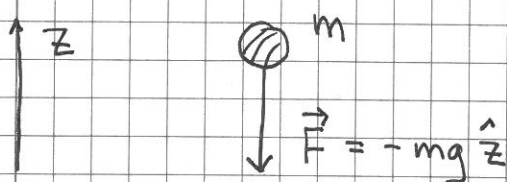


$$W_f = \int_{r_1}^{r_2} \vec{f} \cdot d\vec{r} < 0 \quad \text{fordi } \vec{f} \text{ alltid rettet mot } d\vec{r}$$

$\Rightarrow$ mekanisk energi omdannes til varme (og lyd)

$$\vec{f} \cdot d\vec{r} < 0 \text{ alltid} \Rightarrow \oint \vec{f} \cdot d\vec{r} < 0 \text{ alltid}$$
$$\Rightarrow \vec{f} \text{ er ikke konservativ}$$

Eks 1: Fall i tyngdefeltet (bordtennisball)



- Anta $U(0) = 0$ og $v(0) = 0$
- Finn $U(z)$ og $v(z)$ ($z < 0$)
- Vurder effekt av luftmotstand

Løsn: Neglisjerer først luftmotstand ($\vec{f} = -\nabla U^2 \hat{z} = D U^2 \hat{z}$)

$$U(z) = - \int_0^z \underbrace{(-mg\hat{z})}_{\vec{F}} \cdot \underbrace{(\hat{z} dz)}_{d\vec{r}} = \underline{\underline{mgz}}$$

Konservativ $\vec{F} \Rightarrow E = U + K$ er bevart

$$\Rightarrow U(z) + K(z) = U(0) + K(0) = 0$$

$$\Rightarrow mgz + mv(z)^2/2 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v(z) = \sqrt{-2gz}}} \quad (z < 0)$$

(21)

Med luftmotstand, $\vec{f} = -Dv^2 \hat{v}$, med

$$D = \frac{1}{2} C A \rho \approx \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot \pi \cdot (0.020 \text{ m})^2 \cdot 1.3 \text{ kg/m}^3 \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$$

Maksimal hastighet ("terminalhastighet") når

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow D \cdot v_t^2 = mg \Rightarrow v_t = \sqrt{mg/D}$$

$$\text{Bordtennisball: } m = 2.7 \text{ g} \Rightarrow v_t = \sqrt{0.0027 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} / 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}} \\ \approx \underline{8 \text{ m/s}}$$

Anta at ballen slippes 5 m over bakken og at $v = v_t$ på bakken. ($v_{\text{fri}} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 5} \text{ m/s} \approx 10 \text{ m/s}$)

Bestem friksjonsarbeidet $|W_f|$.

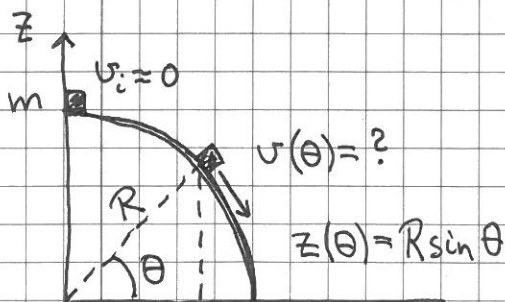
Løsn: $|W_f| = E_i - E_f$ (energien er bevart totalt sett!)

$$= mgh - \frac{1}{2} m v_t^2$$

$$= 0.0027 \text{ kg} \cdot \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 8^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)$$

$$= \underline{0.046 \text{ J}} \quad (\approx 35\% \text{ av } E_i)$$

Eks 2: Glatt kuppel



Løsning: Anta $U(0) = 0 \Rightarrow E = mgR$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v(\theta)^2 + mg z(\theta) = mgR$$

$$\Rightarrow \underline{v(\theta) = \sqrt{2gR(1 - \sin \theta)}}$$

Med økende kompleksitet:

- Hvor mistes kontakten med underlaget? [Øv 3/1d]
- Hvordan ta hensyn til friksjon?
- Hva med objekter som ruller og "skurer"?