

KLASSISK DYNAMIKK

[YF 1-10 ; LL 1-6]

Størrelser og enheter. SI-systemet [YF 1]

Eks: Tid; $\tau = 84.7 \text{ ps}$

↑ ↑ ↑ ↑

størrelse symbol måltall dekadisk prefiks (1 ps = 1 piko-sekund = 10^{-12} s)

↑ ↑

enhet

Notasjon: $[\tau] = s$ ("enheden til tid er sekund")

Størrelse	Vanlige symboler	Enhet	
lengde	$l, s, x, \Delta x, \dots$	m	} Mekanikk
tid	$t, T, \tau, \dots$	s	
masse	$m, M, \dots$	kg	
temperatur	T	K	} Termisk fysikk
stoffmengde	n	mol	
elektrisk strømstyrke	I	A	}
(lysstyrke)	I	cd	
hastighet	v, V	m/s	} sammensatte
akselerasjon	a, A	m/s ²	
kraft	F, f	kg m/s ² $\equiv$ N	} arbeidete
energi	E, W, K, U, ...	N m $\equiv$ J	
effekt	P	J/s $\equiv$ W	
⋮			

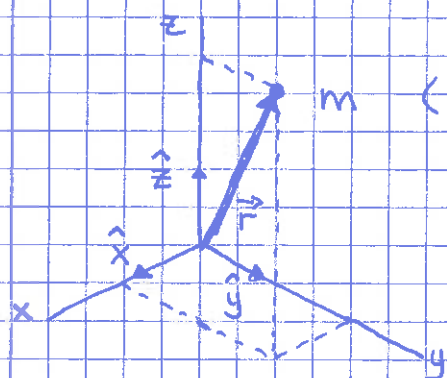
Grunn-
enheter

Eks: Hvor lang tid bruker lys i vakuum på å gå en tomme? ②

Løsn: $v(\text{lys}) = c = 299792458 \text{ m/s}$, $l = 1 \text{ in} = 25.4 \text{ mm} = 25.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
 $\tau = l/c = 25.4 \cdot 10^{-3} \text{ m} / 299792458 \text{ m/s} \approx 8.47 \cdot 10^{-11} \text{ s} = \underline{84.7 \text{ ps}}$

Kinematikk [YF 2, 3 ; LL 1]

= beregelsesbeskrivelse



m (punktmasse, evt. et legemes massesenter)

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} + z(t)\hat{z}$$

= posisjonen til m ved tid t ,

i kartesiske koordinater

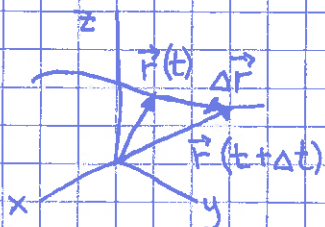
Enhetsvektorer: $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$

$$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$$

$$[\hat{x}] = [\hat{y}] = [\hat{z}] = 1 \quad (\text{dvs dimensjonsløse})$$

$$\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1; \quad \hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{y} \cdot \hat{z} = \dots = 0$$

Beskriver bevegelsen til m ved banen $\vec{r}(t)$:



$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

= forflytning i løpet av tid Δt

Hastighet ^(def) = forflytning pr tidsenhet:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Δt er skalar ($\Delta t > 0$) $\Rightarrow \vec{v} \parallel \Delta \vec{r} \Rightarrow \vec{v}$ er tangentiell til banen

Akselerasjon = hastighetsendring pr tidsenhet:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

(3)

Notasjon (standard): $\dot{x} = dx/dt$, $\ddot{x} = d^2x/dt^2$ osv
 $\Rightarrow \vec{v} = \dot{\vec{r}}$, $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$

Komponenter (kartesiske):

$$\left. \begin{aligned} \vec{v} &= v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z} \\ \dot{\vec{r}} &= \dot{x} \hat{x} + \dot{y} \hat{y} + \dot{z} \hat{z} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad \text{osv}$$

Tilsvarende: $a_x = \dot{v}_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \quad \text{osv}$

Dvs: $\vec{r} \xrightarrow{\text{derivasjon}} \vec{v} \xrightarrow{\text{derivasjon}} \vec{a}$

$\Rightarrow$ Forrenter: $\vec{a} \xrightarrow{\text{integrasjon}} \vec{v} \xrightarrow{\text{integrasjon}} \vec{r}$

Stemmer:

$$\begin{aligned} v_x = dx/dt &\Rightarrow dx = v_x dt \Rightarrow \int_{x(t_0)}^{x(t)} dx = \int_{t_0}^t v_x(t) dt \\ &\Rightarrow x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v_x(t) dt \end{aligned}$$

Tilsvarende:

$$a_x = dv_x/dt \Rightarrow dv_x = a_x dt \Rightarrow \dots \Rightarrow v_x(t) = v_x(t_0) + \int_{t_0}^t a_x(t) dt$$

Generalisering til 3 dimensjoner (3D):

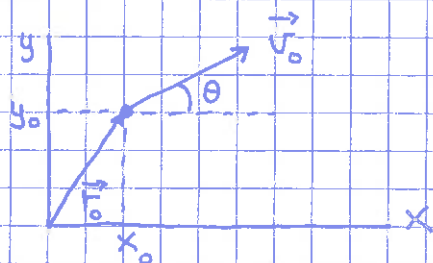
$$\begin{aligned} \vec{v} = d\vec{r}/dt &\Rightarrow d\vec{r} = \vec{v} dt \Rightarrow \dots \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \int_{t_0}^t \vec{v}(t) dt \\ \vec{a} = d\vec{v}/dt &\Rightarrow d\vec{v} = \vec{a} dt \Rightarrow \dots \Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \int_{t_0}^t \vec{a}(t) dt \end{aligned}$$

Eks (enkel!): konstant $\vec{a}$, $t_0 = 0$, $\underbrace{\vec{r}(0) = \vec{r}_0, \vec{v}(0) = \vec{v}_0}_{\text{initialbetingelser}}$ gitt

Dermed: $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$, $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$

Eks: Kast (i tyngdefeltet)

Ved $t_0 = 0$:



$$\vec{a} = -g \hat{y} \quad (g = 9.8 \text{ m/s}^2)$$

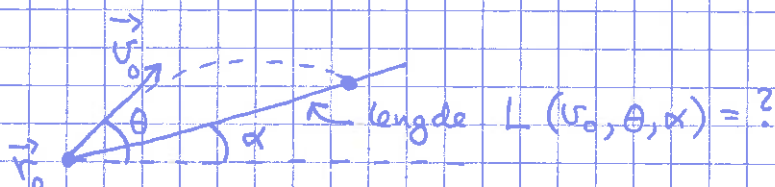
- Finn $\vec{r}(t)$
- Vis at banen er parabel

$$\text{Løsn: } x(t) = x_0 + \underbrace{v_{0x}}_{=v_0 \cos \theta} \cdot t + \frac{1}{2} \underbrace{a_x}_{=0} \cdot t^2 = x_0 + v_0 t \cos \theta$$

$$y(t) = y_0 + \underbrace{v_{0y}}_{=v_0 \sin \theta} \cdot t + \frac{1}{2} \underbrace{a_y}_{=-g} \cdot t^2 = y_0 + v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

Eliminasjon av $t \Rightarrow y(x)$ er parabel (Vis selv!)

Øving 1: Kast i motbakke



Øving 1: Gitt $a = a(v)$, bestem $v(t)$ (Gitt $v(0) = v_0$)

$$\text{Tips: } a = dv/dt \Rightarrow dt = dv/a \Rightarrow t = \int_{v_0}^{v(t)} \frac{dv}{a(v)} = \dots$$