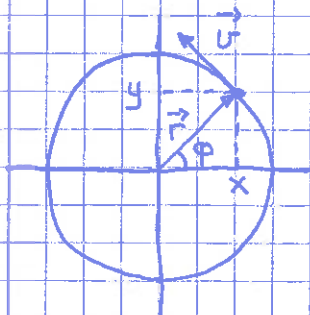




$\Rightarrow$ Lurt med polarkoord (r, φ) , der
 r = avstand fra origo
 φ = vinkel mellom x-aksen og $\vec{r}$
 $(\varphi > 0$ mot klokka)

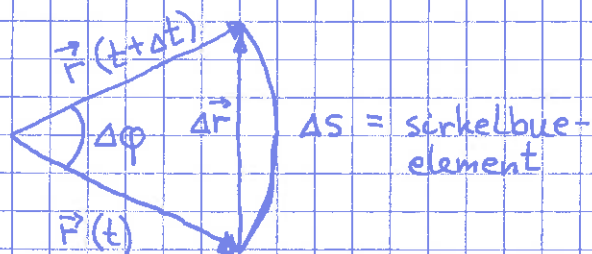
Fra figur: $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, $\tan \varphi = y/x$,
 $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ (= konst.)
 $\vec{r} = r \cos \varphi \hat{x} + r \sin \varphi \hat{y}$

Vinkelhastighet = vinkelendring pr tidsenhet:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$$

Vinkel = buelengde / radius:

$$\Delta \varphi = \Delta s / r$$



Enheter:

$$[\varphi] = [s/r] = m/m = 1$$

$$[\omega] = [\varphi/t] = 1/s = s^{-1}$$

Når $\Delta t \rightarrow 0$: $\Delta \varphi \rightarrow 0$, $\Delta r = |\Delta \vec{r}| \rightarrow \Delta s = r \Delta \varphi$
 $\Delta \vec{r} \perp \vec{r}$

Dermed:

$$\underline{\vec{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{r \Delta \varphi}{\Delta t} = r \frac{d\varphi}{dt} = \underline{r \omega}$$

Retning på $\vec{v}$: $\vec{v} \parallel \Delta \vec{r}$ og $\Delta \vec{r} \perp \vec{r} \Rightarrow \underline{\vec{v} \perp \vec{r}}$

Uniform sirkelbevegelse: $v = |\vec{v}| = \text{konst.}$, $\omega = \text{konst.}$

⑥

$$\omega = d\varphi/dt \Rightarrow \int_{\varphi(0)}^{\varphi(t)} d\varphi = \omega \int_0^t dt \Rightarrow \varphi(t) = \varphi(0) + \omega t \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{anta } \varphi(0) = 0 \end{matrix} = \omega t$$

Dermed:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} = r \cos \omega t \hat{x} + r \sin \omega t \hat{y}$$

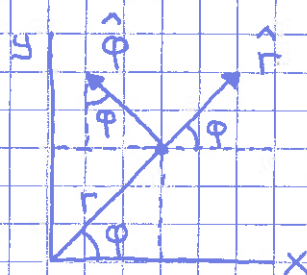
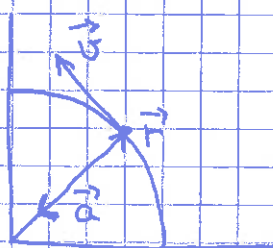
$$\vec{v}(t) = \dot{x}(t)\hat{x} + \dot{y}(t)\hat{y} = -r\omega \sin \omega t \hat{x} + r\omega \cos \omega t \hat{y}$$

$$\vec{a}_\perp(t) = \ddot{x}(t)\hat{x} + \ddot{y}(t)\hat{y} = -r\omega^2 \cos \omega t \hat{x} - r\omega^2 \sin \omega t \hat{y}$$

Dvs:

$$\boxed{\vec{a}_\perp = -\omega^2 \vec{r}}$$

Sentripetalakselerasjon



$$\hat{r} = \hat{x} \cos \varphi + \hat{y} \sin \varphi$$

= enhetsvektor radiekt

$$\hat{\varphi} = -\hat{x} \sin \varphi + \hat{y} \cos \varphi$$

= enhetsvektor "angulært"

$$(\hat{r} \cdot \hat{\varphi} = 0, \hat{r} \cdot \hat{r} = \hat{\varphi} \cdot \hat{\varphi} = 1)$$

$$\Rightarrow \text{Vi kan skrive: } \vec{r} = r \hat{r}, \quad \vec{v} = v \hat{\varphi} = r\omega \hat{\varphi}, \quad \vec{a}_\perp = -\omega^2 r \hat{r} = -\frac{v^2}{r} \hat{r}$$

$$\text{Baneakselerasjon: } a_{\parallel} = \dot{v} = \frac{d}{dt}(\omega r) \stackrel{r=\text{konst.}}{=} r \frac{d\omega}{dt} = r\dot{\omega}$$

$$\text{Total akselerasjon: } \vec{a} = \vec{a}_\perp + \vec{a}_{\parallel} = -\omega^2 r \hat{r} + r\dot{\omega} \hat{\varphi}$$

$$\text{Vinkelakselerasjon: } \alpha = d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2; \quad [\alpha] = 1/s^2$$

$$\text{Periode: } T = \text{tid pr omløp}; \quad [T] = s$$

$$\text{Frekvens: } f = \text{antall omløp pr tidsenhet}; \quad [f] = \text{Hz} = 1/s$$

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}, \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Newtons Lover

[YF 4, 5 ; LL 2, 3]

⑦

Empiriske (eksperimentelle) lover.

N1 : $\boxed{\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}}$

(Null netto ytre kraft $\vec{F} \Rightarrow$ legemet forblir i ro eller i retlinjet bevegelse med uendret hastighet $\vec{v}$)

N2 : $\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$

(Netto ytre kraft $\vec{F} \Rightarrow$ legeme med masse m får akselerasjon prop. med $\vec{F}$; $\vec{a} = \vec{F}/m$)

N3 : $\boxed{\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}}$

(Hvis A virker på B med kraft $\vec{F}_{AB}$, virker B på A med kraft $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$. A og B vekselvirker.)

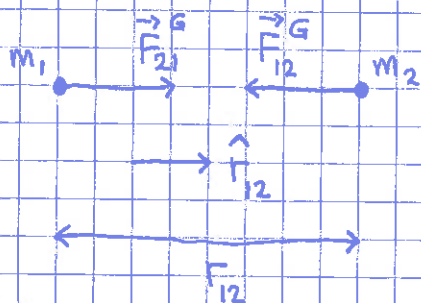
Enhet: $[F] = [m \cdot a] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \text{ (newton)}$

Fundamentale krefter

[YF 5.5 ; LL 2.1]

- Gravitasjon : svak tiltrekning mellom legemer pga masse
- Elektromagnetisk : tiltrekning eller frastøtning pga elektrisk ladning
- [• Kjernekrefter, svake og sterke : kort rekkevidde, hvor ca 10^{-18} m og 10^{-15} m , beskriver hvor radioaktivitet og at kjernepartikler holdes sammen]

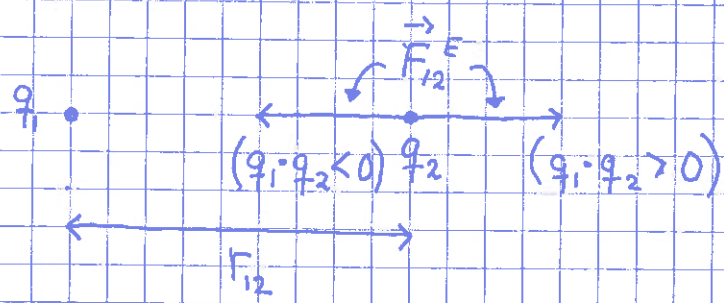
Newton's gravitasjonslov:



$$\vec{F}_{12}^G = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

Coulombs lov:



$$\vec{F}_{12}^E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$[q] = \text{C (coulomb)}$$

$$\epsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$$

(vakuumpermittiviteten)

Eks: Krefter mellom 2 elektroner.

$$m \sim 10^{-30} \text{ kg}, \quad q = e \sim 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Rightarrow F_{\cancel{E}}^E / F^G \sim 10^{43} (!)$$

Mellom jorda og månen; anta netto ladning ca 10^6 C på begge

$$F^E / F^G \sim 10^{-15}$$

Mellom "dagligdagse" objekter er (typisk)

$F^E \gg F^G$ (selv med nesten elektrisk nøytrale objekter).

Men i tillegg kommer F^G fra jorda.

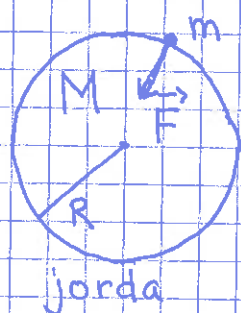
$\Rightarrow$ Hverdagen styres av både F^G og F^E

Tungde

[YF 4.4 ; LL 2.5]

28.08.14

9



Tiltrekkende kraft på m fra jorda ($M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R \approx 6370 \text{ km}$):

$$F = |\vec{F}| = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} = m \cdot g$$

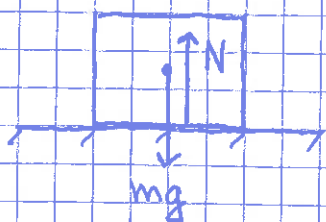
med $g = GM/R^2 \approx 9.8 \text{ m/s}^2 = \text{tyngdens akselerasjon}$

"Fritt fall": Hvis mg er eneste kraft, blir (N2) $mg = ma$,
dvs $a = g$.

Kontaktkrefter

[YF 4.1 ; LL 3]

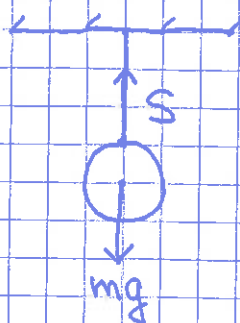
Normalkraft (trykk-kraft)



Kloss i ro $\Rightarrow N = mg$

Normalkraften N er netto frastøtende coulombkraft, fra underlaget på klossen

Snordrag (strekk-kraft)

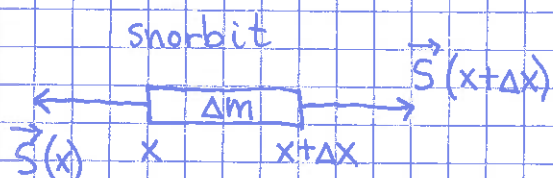


Kule i ro $\Rightarrow S = mg$

Snordraget S er netto tiltrekkende coulombkraft, fra snora på kula

[Oppg: Gjør rede for N3 i disse to eksemplene!]

Snordraget er konstant i lette ("masseløse") snorer (evt. stenger) og i snorer som er i ro (evt. $\vec{v} = \text{konst.}$):



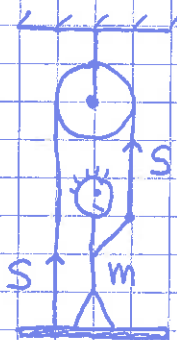
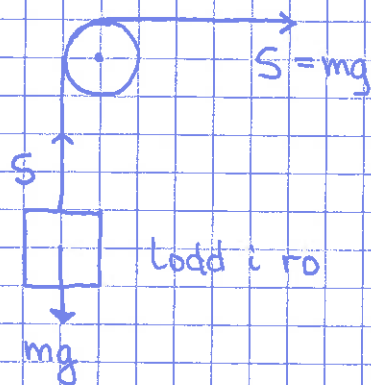
$$N2: \vec{S}(x + \Delta x) + \vec{S}(x) = \Delta m \cdot \vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{S}(x + \Delta x) = -\vec{S}(x)$$

hvis $\Delta m = 0$ eller $\vec{a} = 0$

$\Rightarrow$ konstant S langs hele snora

Retningsendring med snor og trinse (evt. sylinder):



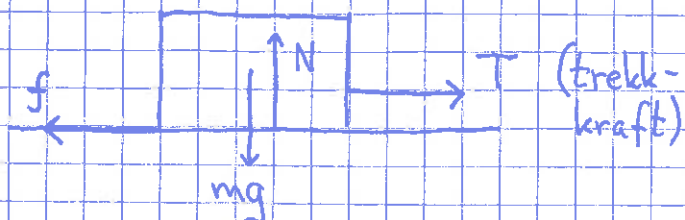
$$N1: 2S = mg$$

$$S = mg/2$$

Friksjon [YF 5.3 ; LL 3.1]

= kontaktkrefter rettet mot (potensiell) relativ bevegelse

Tørr friksjon:



Statisk (kloss i ro):

$$N1 \Rightarrow f = T$$

$$\text{Empirisk: } f_{\max} = \mu_s N$$

Kinetisk (kloss i bevegelse):

$$f = \mu_k N$$

Friksjonskoeffisienter:

11

statisk : μ_s

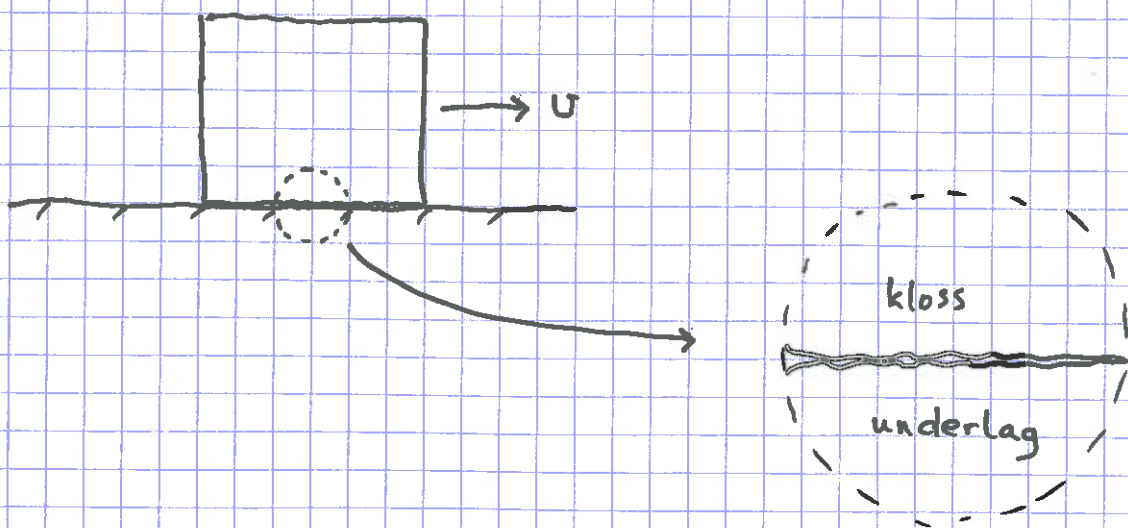
kinetisk : μ_k

Enhet: $[\mu] = 1$

Tallverdier, eks: (ca-verdier)

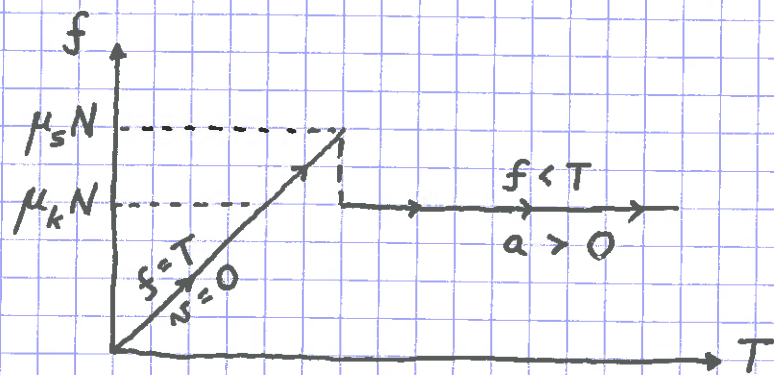
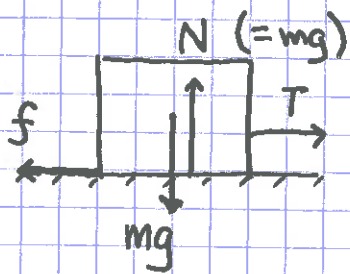
	μ_s	μ_k
tre mot tre	0.25-0.50	0.2
splvr mot splvr	1.4	0.55
gummi mot tørr asfalt	1.0	0.8
gummi mot våt asfalt	0.3	0.25

Hvorfor $\mu_s > \mu_k$?

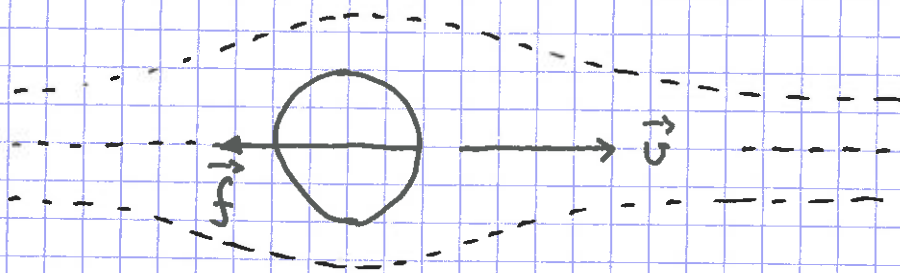


$v = 0$ (statisk): godt grep mellom flatene

$v > 0$ (kinetisk): flyter oppå



Friksjon i fluider (Våt friksjon) [YF 5.3; (LL 8)]



- liten $v \Rightarrow$ laminær ("pen") strømming av fluidet

$$\vec{f} = -k \vec{v} = -k v \hat{v}$$

(der k avhenger av fluidets viskositet)

- stor $v \Rightarrow$ turbulent strømming

$$\vec{f} = -D v^2 \hat{v}$$

(D = "drag coefficient")

[Vis at $[k] = \text{kg/s}$ og $[D] = \text{kg/m}$]

Newtons lover, anvendelser [YF 5, LL 3]

Strategi:

- Finn alle ytre krefter $\vec{F}_i$ som virker på legemet
- Tegn figur: "fritt-legeme-diagram"

Omgivelsene "erstattes" av krefter på legemet:

Tyngde $m\vec{g}$, snordrag $\vec{S}$, friksjon $\vec{f}$, normalkraft $\vec{N}$

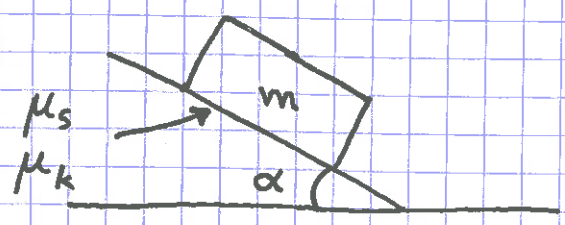
- Velg hensiktsmessig koordinatsystem.

Dekomponér.

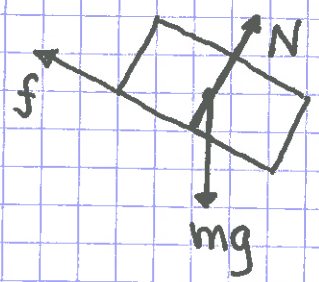
- Bruk N2, $\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i / m$
(evt. N1, $\sum_i \vec{F}_i = 0$)



Eks: Kloss(er) på skråplan (Øving; Lab)



Fritt-legeme-diagram:



Lett? Mange aktuelle problemstillinger!

Varianter:

