

Eks: Effekttap fra naken kropp pga stråling, i omgivelser ved -5°C ; anta $\epsilon=1$ og $T_{\text{hud}}=30^{\circ}\text{C}$.

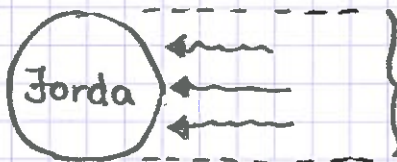
Løsn:
$$P_{\text{netto}} = P_{\text{ut}} - P_{\text{inn}} = (j_{\text{ut}} - j_{\text{inn}}) \cdot A = \sigma (T_{\text{hud}}^4 - T_{\text{omg}}^4) A$$

$$\approx 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (303^4 - 268^4) \text{K}^4 \cdot 2 \text{m}^2 \approx \underline{\underline{370 \text{ W}}}$$

Normalt energinntak via mat er ca 10000 kJ pr døgn, ders $P_{\text{mat}} \approx 10^7 \text{ J} / (3600 \cdot 24 \text{ s}) \approx \underline{\underline{116 \text{ W}}}$!?

Klær hindrer det meste av strålingstapet.

Eks: Jorda mottar i middel ca 1370 W/m^2 fra sola. Hva er da jordas midlere overflatetemperatur?

Løsn:  $A = \pi R^2$

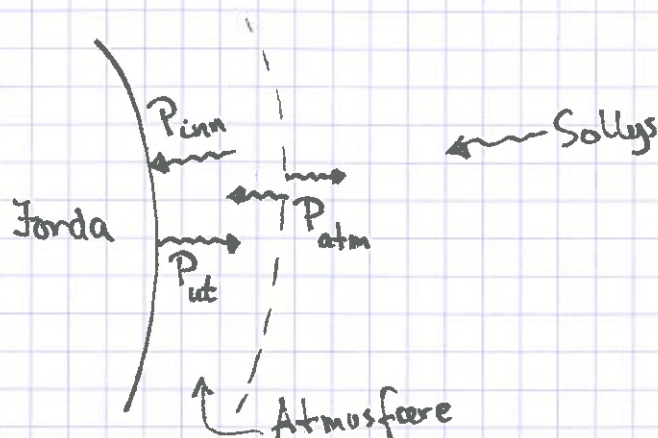
$$\Rightarrow P_{\text{inn}} = 1370 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \pi R^2$$

$$P_{\text{ut}} = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4$$

Likerekt: $P_{\text{ut}} = P_{\text{inn}} \Rightarrow T = \left\{ \frac{1370 \text{ W/m}^2}{4 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4} \right\}^{1/4} \approx \underline{\underline{279 \text{ K}}}$

Observert: ca 288 K

Vi har f.eks. neglisjert drivhuseffekt pga atmosfæren:

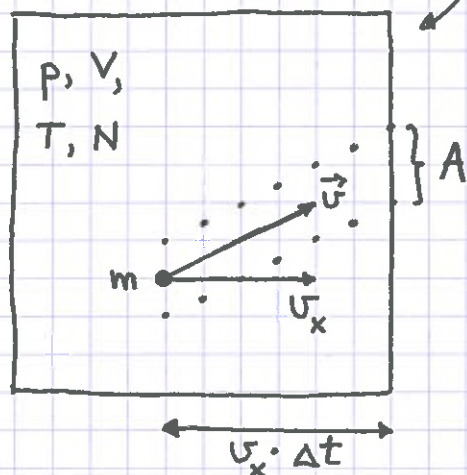


$$P_{\text{ut}} = P_{\text{inn}} + P_{\text{atm}}$$

$\Rightarrow$ noe større T , OK!

Mikroskopisk tolkning av p og T [YF 18.3; LHL 14.1]

Ser på gass med lav tetthet. Antar elastiske kollisjoner (mot veggene). Antar isotrope (dvs: retningsuavhengige) forhold.



Boks med ideell gass

ΔP_x = impuls overført til del av vegg med areal A , fra molekylene i gassen

$$\Delta P_x = \underbrace{2m u_x}_{\text{impuls overført pr molekyl}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} N}_{\text{antall molekyler med } u_x > 0} \cdot \underbrace{\frac{A u_x \Delta t}{V}}_{\substack{\text{andel av molekylene} \\ \text{som treffer } A \text{ i løpet av } \Delta t}} \quad [A u_x \Delta t = \text{volum av parallelepipedet}]$$

Trykket mot A , dvs trykket i gassen :

$$p = F_x / A \stackrel{N^2}{=} (\Delta P_x / \Delta t) / A = \frac{N}{V} \cdot m u_x^2$$

Molekylene har en isotrop fordeling av hastigheter

$$\Rightarrow u_x^2 \text{ må erstattes av } \langle u_x^2 \rangle \quad [\langle \dots \rangle = \text{middelverdi}]$$

$$\text{Isotropi : } \langle u_x^2 \rangle = \langle u_y^2 \rangle = \langle u_z^2 \rangle$$

$$\text{Siden } u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2, \text{ må vi ha } \langle u_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle u^2 \rangle$$

$$\text{Dermed: } p = \frac{N}{V} \cdot \frac{1}{3} m \langle u^2 \rangle = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \langle K \rangle$$

$$\text{Midlere kinetisk energi pr molekyl: } \langle K \rangle = \frac{1}{2} m \langle u^2 \rangle \quad (= \langle K_{\text{trans}} \rangle)$$

[Antar punktpartikler, dvs atomer. Har også K_{rot} og K_{vib} hvis fleratomig molekyl!]

Ideell gass tilstandsligning: $p = \frac{N}{V} \cdot k_B T$

(110)

Sammenligning gir: $k_B T = \frac{2}{3} \langle K \rangle$

Med andre ord: Absolutt temp. T er et mål på gassmolekylenees midlere kinetiske energi.

translasjons-

Midlere hastigheter:

$$\langle v_x \rangle = \langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle = 0 \quad (\text{pga symmetri})$$

$$\langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle = 3 k_B T / m$$

RMS-hastighet ("Root Mean Square"):

$$v_{rms} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3 k_B T / m}$$

Eks: Luft ved 300 K, midlere molekylmasse

$$0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} / 6 \cdot 10^{23} \frac{\text{molekyler}}{\text{mol}} = 4.8 \cdot 10^{-26} \text{ kg / molekyl,}$$

$$v_{rms} = \sqrt{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K} / 4.8 \cdot 10^{-26} \text{ kg}} \quad \left[\begin{array}{l} \text{J} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} \\ = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2 \end{array} \right]$$
$$= \underline{509 \text{ m/s}}$$

Dette er et mål på midlere partikkelhastighet

i luft. Ved 300 K er bølgehastigheten

i luft $v_{lyd} \approx 345 \text{ m/s}$; av samme

størrelsesorden som v_{rms} .

Ikke så rart, kanskje?

[Mer om v_{lyd} snart!]

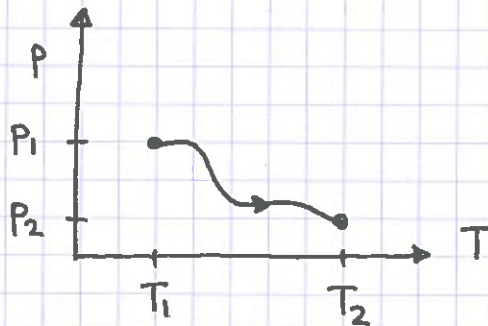
1. hovedsetning

[YF 19,20 ; LHL 15,13]

(111)

Termodynamisk prosess : Endring i systemets tilstandsvariable.

Eks:



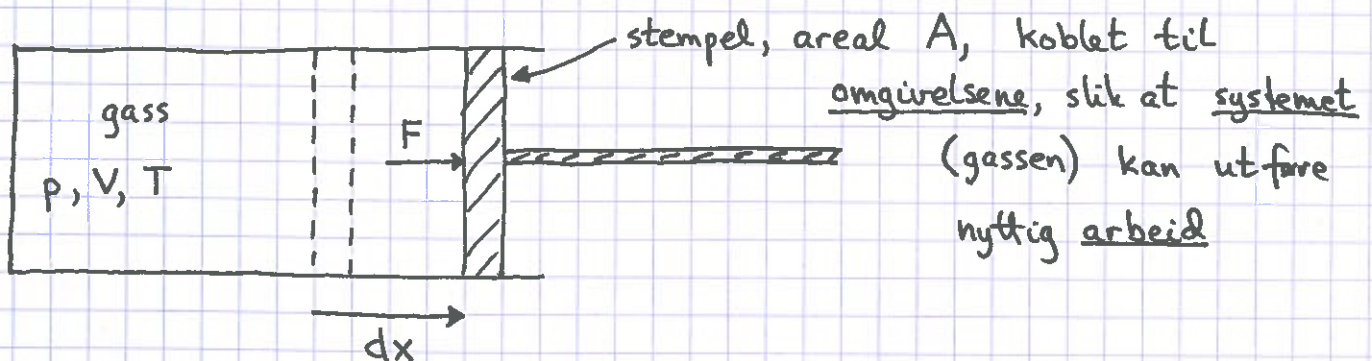
Reversibel prosess : Idealisert prosess som kan reverseres, slik at både system og omgivelser kommer tilbake til starttilstanden. Må gå "uendelig langsomt".

Nyttig idealisering, selv om alle reelle prosesser er mer eller mindre irreversible (pga friksjon, turbulens osv).

Arbeid [YF 19.2; LHL 13.5]

Varme = energitveksling pga temp. forskjeller

Arbeid = alle andre former for energitveksling



Arbeid δW utført av gassen på omgivelsene ved utvidelse fra V til $V + \delta V$ ved trykk p :

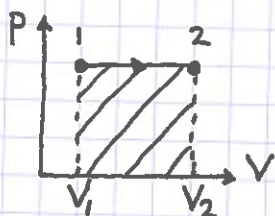
$$\delta W = F \cdot dx = pA \cdot \frac{\delta V}{A} = p \cdot \delta V$$

Fortegnsvalg: $\delta W > 0$ når systemet gjør arbeid på omgivelsene

Eksempler:

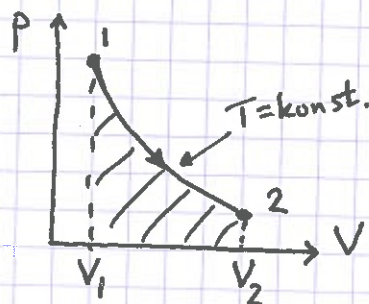
(112)

Isobar utvidelse:



$$W = \int_1^2 dW = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = \underline{\underline{p \cdot (V_2 - V_1)}}$$

Isoterm utvidelse med ideell gass:



$$pV = Nk_B T \Rightarrow p(V) = Nk_B T \cdot \frac{1}{V}$$

$$\Rightarrow W = Nk_B T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \underline{\underline{Nk_B T \ln \frac{V_2}{V_1}}}$$

Dus:

$$W = \text{arealet under kurven } p(V)$$

Indre energi [YF 19.4, 19.6; LHL 13.6]

U = systemets indre energi

= den totale energien til partiklene i systemet (rett og slett)

Ideell gass: Ingen vekselvirkning mellom molekylene
 $\Rightarrow$ ingen potensiell energi, kun kinetisk energi

$$\Rightarrow \boxed{U = U(T) = N \langle K \rangle} \quad \text{for ideell gass}$$

Eks:

Atomære gasser (f.eks. edelgasser som He, Ne, ...):

$$\langle K \rangle = \langle K \rangle_{\text{trans}} = \frac{3}{2} k_B T \quad (\text{pr atom})$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{U(T) = \frac{3}{2} N k_B T}}$$

Krav om energi bevarelse gir 1. hovedsetning:



$\Delta Q =$ varme
tilført systemet

$$\Rightarrow \boxed{\Delta Q = \Delta U + \Delta W}$$

På "differensiell" form: $dQ = dU + dW$

Merk at U er tilstandsfunksjon; Q og W er prosessvariable.

06.11.14

Eks1: Hva er C_V og C_P for ideell atomær gass?

Løsning:

$$dQ = dU + dW = dU + p dV; \quad U = U(T) = \frac{3}{2} N k_B T; \quad V(p, T) = \frac{N k_B T}{p}$$

$$C_V = (dQ/dT)_V \stackrel{dV=0}{=} (dU/dT)_V = \underline{\underline{\frac{3}{2} N k_B = \frac{3}{2} n R}} \quad (s. 91)$$

$$\begin{aligned} C_P &= (dQ/dT)_P = (dU/dT)_P + p (dV/dT)_P \\ &= \frac{3}{2} N k_B + p \cdot N k_B / p = \underline{\underline{\frac{5}{2} N k_B = \frac{5}{2} n R}} \end{aligned}$$

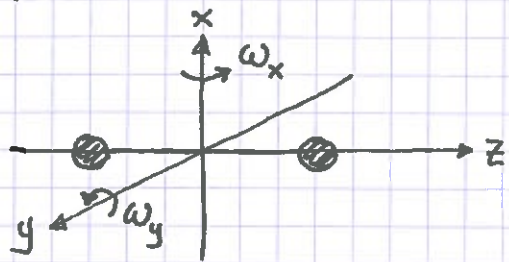
$$\text{Dvs: } \boxed{C_P - C_V = n R \quad \text{for ideell gass.}}$$

Hvorfor er $C_P > C_V$? Med $p = \text{konstant}$ må det tilføres mer varme for å oppnå en viss økning i T , sammenlignet med om V holdes konstant, fordi noe av varmen går med til å gjøre et arbeid på omgivelsene. Med $V = \text{konstant}$ går all tilført varme med til å øke systemets indre energi U , og dermed til å øke systemets temperatur T .

Eks 2: C_p og C_v for ideell toatomig gass

[Luft er nesten 100% toatomig gass]

Løsn:



Kinetisk energi:

$$K = K_{\text{trans}} + K_{\text{rot}}$$

$$= \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + \frac{1}{2} I_o (\omega_x^2 + \omega_y^2)$$

[Kvantemekanikk $\Rightarrow I_o^{(z)} = 0$; dessuten er K_{vib} ikke relevant ved 300K]

Ekvipartisjonsprinsippet: Hver kvadratiske frihetsgrad bidrar med $\frac{1}{2} k_B T$ til indre energi ~~pr~~ pr partikkel!

$$\Rightarrow U = N \cdot \left\{ \underbrace{3 \cdot \frac{1}{2} k_B T}_{\langle K_{\text{trans}} \rangle} + \underbrace{2 \cdot \frac{1}{2} k_B T}_{\langle K_{\text{rot}} \rangle} \right\} = \frac{5}{2} N k_B T$$

$$\Rightarrow C_v = (dQ/dT)_v = (dU/dT)_v = \underline{\underline{\frac{5}{2} N k_B = \frac{5}{2} n R}}$$

$$C_p = (dQ/dT)_p = (dU/dT)_p + p (dV/dT)_p = \underline{\underline{\frac{7}{2} N k_B = \frac{7}{2} n R}}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_p - C_v = n R} \quad (\text{også for toatomig (og fleratomig!) ideell gass})$$

$$\begin{aligned} \text{Eks, luft: } C_{pm} = C_p/n &= 29.19 \text{ J/mol} \cdot \text{K} = 3.51 R \\ C_{vm} = C_v/n &= 20.85 \text{ — " — } = 2.51 R \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} C_{pm} \\ C_{vm} \end{aligned}} \right\} \text{Godt samsvar!}$$

Eks 3: Hvor mye bjørkesed trengs for å varme opp lufta på en hybel på 10 m^2 fra 12°C til 22°C ? [Bjørk: $500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $2589 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^3}$]

$$\text{Løsn: } n = V/V_m = 25 \text{ m}^3 / [0.029 \text{ kg/mol} / 1.29 \text{ kg/m}^3] = 1112 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow Q = C_{pm} \cdot n \cdot \Delta T = \frac{7}{2} R \cdot 1112 \cdot 10 \text{ (J)} = 323.6 \text{ kJ}$$

$$1 \text{ kg bjørk} \hat{=} 2589 \cdot 3600 / 500 \text{ kJ} = 18641 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \text{Det trengs } 323.6 / 18641 \text{ kg} = 0.017 \text{ kg} = \underline{\underline{17 \text{ g}}} (!)$$

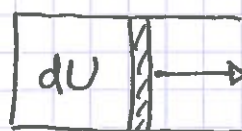
[Trengs mye mer for å varme opp vegger/fak/gulv... = fast stoff]

Adiabatisk prosess

[YF19.8; LHL 15.3]

(115)

= varmeisoleret prosess, $\Delta Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta W$



$$dU = C_V dT$$

Antar ideell gass: $(C_p - C_V = nR)$

$$p dV = nR(T/V) dV = (C_p - C_V) T \frac{dV}{V}$$

Vi innfører adiabatkonstanten

$$\gamma = C_p / C_V$$

$$\Rightarrow p dV = C_V (\gamma - 1) T \frac{dV}{V}$$

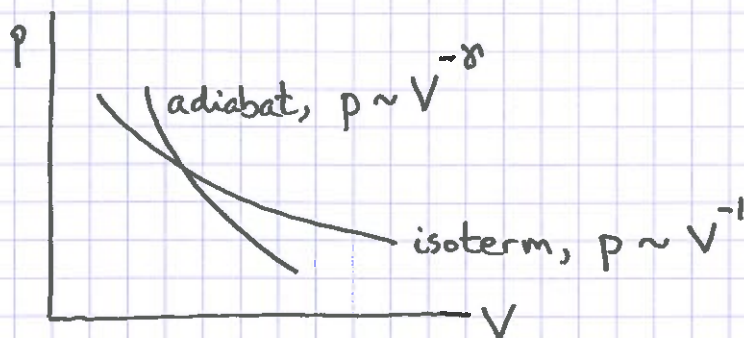
$$\Rightarrow C_V dT = -C_V (\gamma - 1) T \frac{dV}{V} \Rightarrow \frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \ln T = -(\gamma - 1) \ln V + \text{konst.} \Rightarrow \ln T + \ln V^{\gamma-1} = \text{konst.}$$

$$\Rightarrow \ln [T \cdot V^{\gamma-1}] = \text{konst.} \Rightarrow T \cdot V^{\gamma-1} = \text{konst.}$$

Ned ideell gass er $T = \text{konst.} \cdot pV \Rightarrow p \cdot V^{\gamma} = \text{konst.}$

Ellr, siden $V = \text{konst.} \cdot T/p : p \cdot T^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \text{konst.}$



$\gamma > 1 \Rightarrow$ adiabat brattere enn isoterm for ideell gass

$$\text{Luft: } \gamma \approx 7/5 = 1.4$$

$$\text{Edelgass: } \gamma \approx 5/3 \approx 1.7$$

Ved lydforplantning i luft har vi
adiabatiske forhold $\Rightarrow v_{\text{lyd}}$ avhenger av γ og T .
Se øving 12!

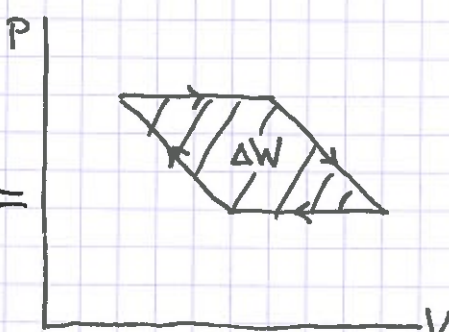
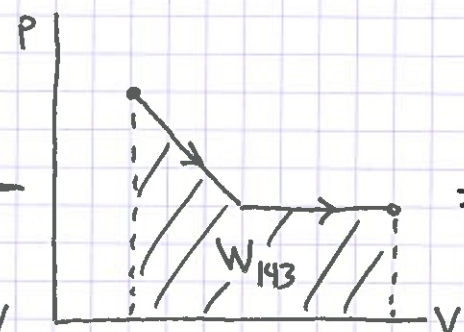
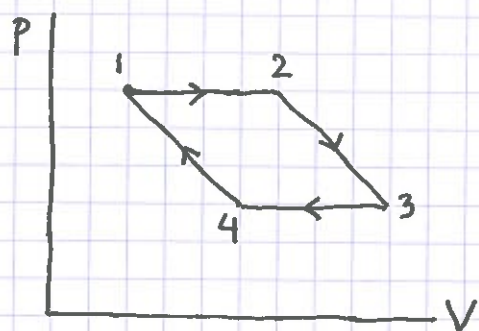
Kretsprosesser [YF 19.4; LHL 15.1]

116

= prosesser som starter og slutter
i samme tilstand

$$\Rightarrow \Delta U = 0 \quad \text{for kretsprosess}$$

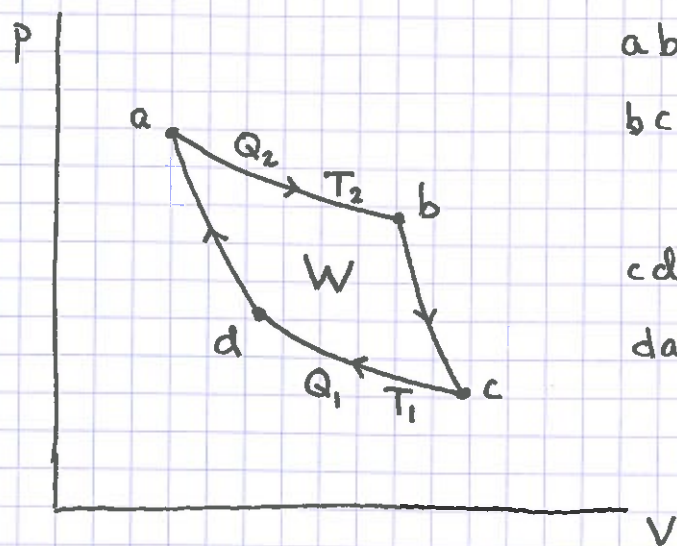
$$\Rightarrow \Delta Q = \Delta W \quad \text{--- " ---}$$



ΔW = arbeid utført pr syklus = omsluttet areal i pV-planet

Fortegn: Med klokka $\Rightarrow \Delta W > 0$ (og omvendt)

Carnot-prosessen [YF 20.6; LHL 15.4]



ab: isoterm utvidelse ved T_2 ; $Q_2 > 0$

bc: adiabatisk --- " ---; $Q = 0$;
avkjøling fra T_2 til T_1

cd: isoterm kompresjon ved T_1 ; $Q_1 < 0$

da: adiabatisk --- " ---; $Q = 0$;
temp.økning fra T_1 til T_2

$$\text{Virkningsgrad: } \eta = \left| \frac{\text{nytte}}{\text{kostnad}} \right| = \frac{\text{netto utført arbeid}}{\text{tilført varme}} = \frac{W}{Q_2}$$

$$\oint dU = 0 \Rightarrow W = Q_2 + Q_1$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} < 1 \quad (Q_1 < 0)$$

Anta ideell gass $\Rightarrow U = U(T) \Rightarrow \Delta U = 0$ langs isothermene

$$\Rightarrow Q_2 = W_{ab} = \int_{V_a}^{V_b} p(V) dV = nRT_2 \int_{V_a}^{V_b} \frac{dV}{V} = nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a}$$

$$Q_1 = W_{cd} = nRT_1 \ln \frac{V_d}{V_c}$$

Langs adiabatene : $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{konst.}$

$$\Rightarrow T_2 V_b^{\gamma-1} = T_1 V_c^{\gamma-1} ; T_1 V_d^{\gamma-1} = T_2 V_a^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_c}{V_b}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_d}{V_a}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_c}{V_b} = \frac{V_d}{V_a} \Rightarrow \frac{V_a}{V_b} = \frac{V_d}{V_c}$$

$$\Rightarrow Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_d}{V_c} = \left[-nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a} \right] \cdot \frac{T_1}{T_2} = -Q_2 \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow W = Q_2 + Q_1 = Q_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2}} \quad \text{Virkningsgrad for Carnot-prosess}$$

En slik reversibel Carnot-prosess er en optimal idealisering.

Alle reelle kretsprosesser har virkningsgrad $\eta < \eta_c$.