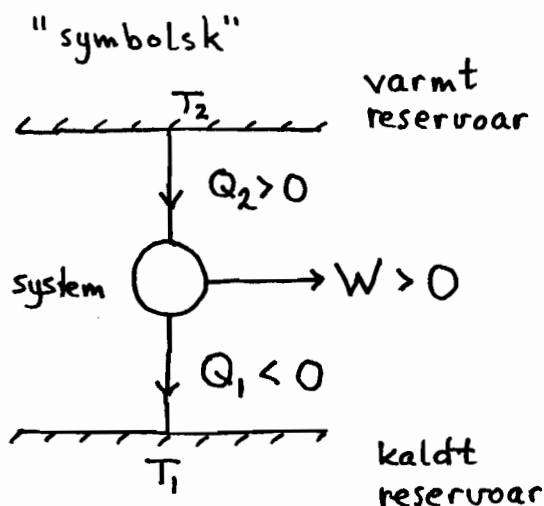
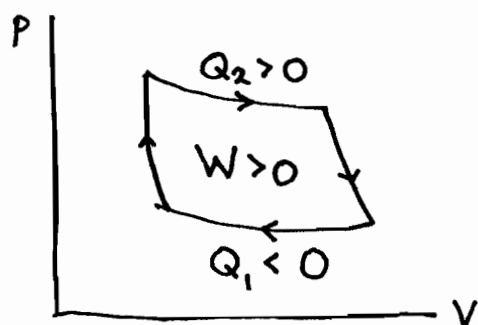


10.11.14

Varmekraftmaskin:

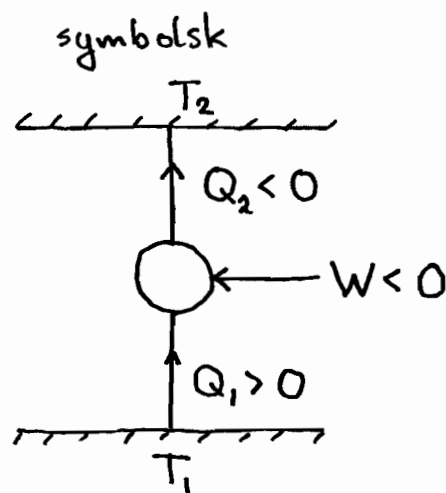
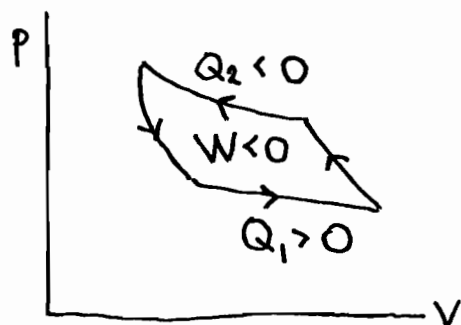
pV-diagram



- Tilfører varme Q_2 for å få utført arbeid W
- Virkningsgrad $\eta = Q_2/W$; $\eta < \eta_c = 1 - T_1/T_2 < 1$
- Varmereservoar: $C_j \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta T_j = |\Delta Q_j / C_j| = 0$ ($j=1,2$)

Kjøleskap, varmepumpe:

pV-diagram



- Gjør arbeid W på systemet for å dra varme Q_1 ut av kaldt reservoar (kjøleskap), evt føre varme Q_2 inn i varmt reservoar (stua)
- Kostnad: $|W|$. Nytte: $|Q_1|$ (kjøleskap), evt $|Q_2|$ (varmepumpe)
 $\Rightarrow$ Effektfaktor: $E_K = |Q_1/W|$ (kjøleskap), evt $E_V = |Q_2/W|$ (varmepumpe)

- Teoretiske grenser gitt av Carnot-prosessen.

Carnot-kjølemaskin:

$$\varepsilon_K^c = \left| \frac{Q_1}{W} \right| = \left| \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} \right| = \left| \frac{1}{1 + Q_2/Q_1} \right| = \left| \frac{1}{1 - T_2/T_1} \right| = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Eks: $T_1 = 4^\circ\text{C} = 277\text{ K}$, $T_2 = 22^\circ\text{C} = 295\text{ K}$ gir $\varepsilon_K^c \approx 15$. Med f.eks. 1500 W inn i kjøleskapet (pga varmeledning, åpen dør, varm mat osv) kreves et arbeid (elektrisk effekt) på 100 W for å holde konstant $T_1 = 4^\circ\text{C}$.

Carnot-varmepumpe:

$$\varepsilon_V^c = \left| \frac{Q_2}{W} \right| = \left| \frac{Q_2}{Q_2 + Q_1} \right| = \left| \frac{1}{1 + Q_1/Q_2} \right| = \left| \frac{1}{1 - T_1/T_2} \right| = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

Eks: $T_1 = -5^\circ\text{C} = 268\text{ K}$ (ute), $T_2 = 22^\circ\text{C} = 295\text{ K}$ (inne)
gir $\varepsilon_V^c \approx 11$, og (teoretisk!) over 10 kW varmeenergi pr 1 kW elektrisk energi. I praksis: $\varepsilon_V \approx 4$ (med -5°C ute)

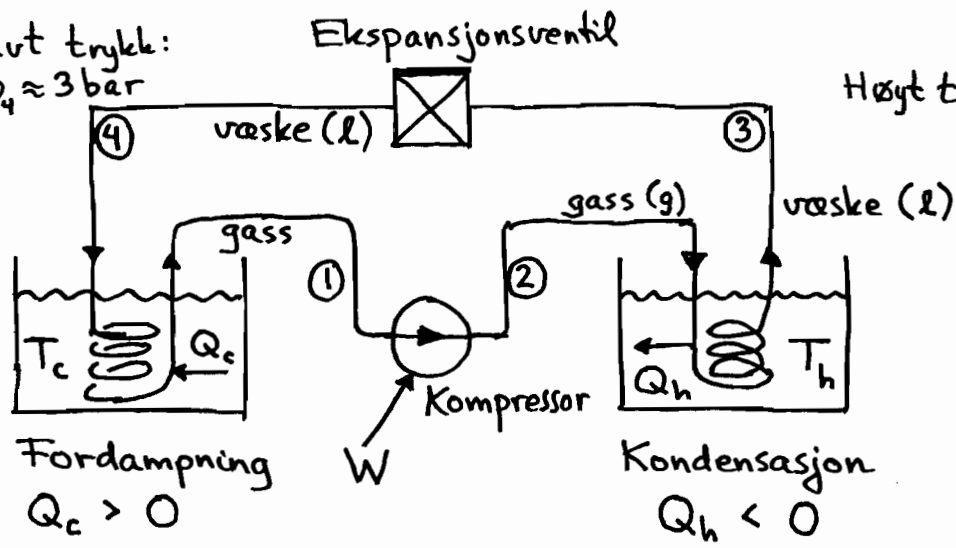
"SCOP": Seasonal Coefficient of Performance; $\langle \varepsilon_V \rangle$ gjennom året.

Demo: Varmepumpe / Kjøleskap

(120)

Lavt trykk: $P_1 = P_4 \approx 3 \text{ bar}$

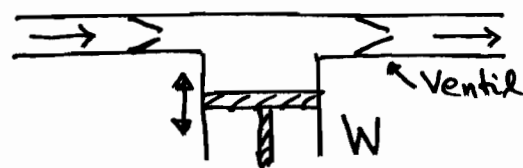
Høyt trykk: $P_2 = P_3 \approx 10 \text{ bar}$



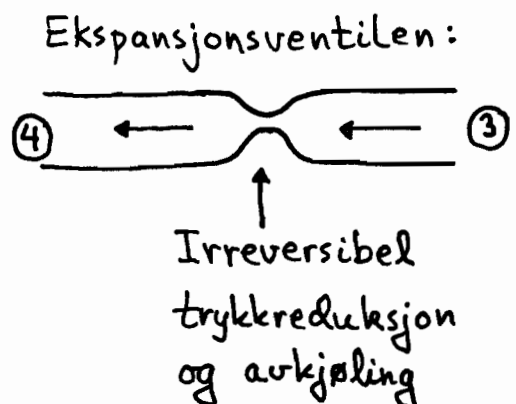
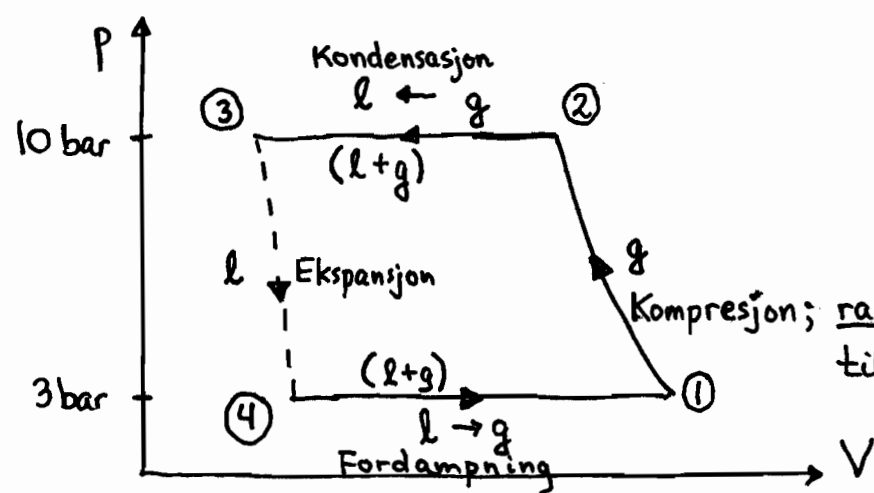
Temperaturer: (f.eks) (°C)

$T_1 = 3.6$	} f.eks.
$T_2 = 39.6$	
$T_3 = 26.3$	
$T_4 = -0.2$	
$T_c = 2.9$	
$T_h = 23.6$	

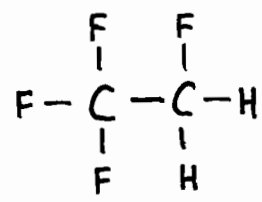
System: Sirkulerende kjølevæske; pumpes av kompressoren:

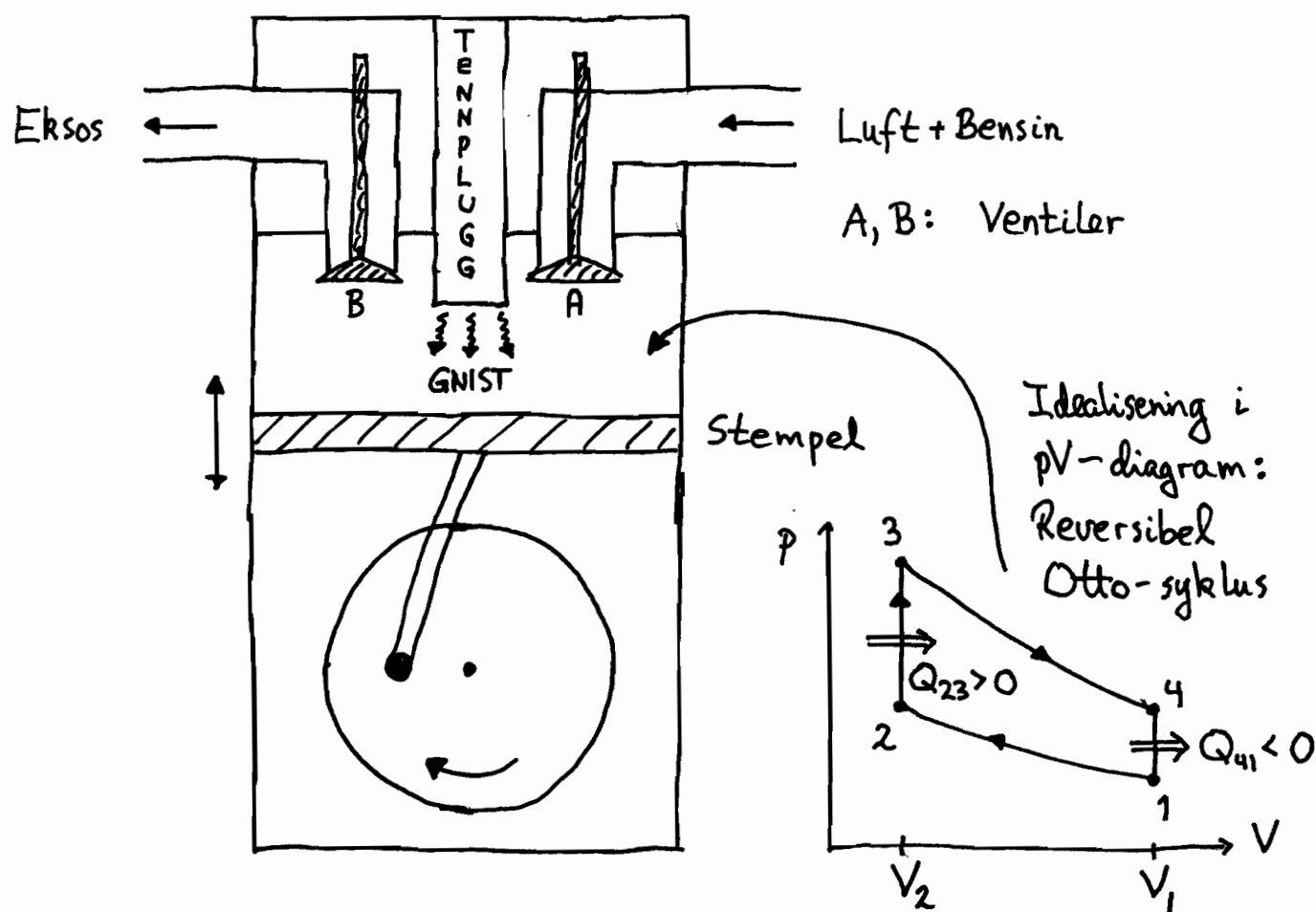


I et pV-diagram:



Kjølemediet: R134a $\hat{=}$ $C_2H_2F_4$, (1,1,1,2)-tetrafluoretan





1. A åpen, B lukket, luft+bensin inn

1→2. A og B lukket, adiabatisk kompresjon,
 $\Delta V < 0$, $\Delta p > 0$, $\Delta T > 0$, $W_{12} < 0$, $Q_{12} = 0$

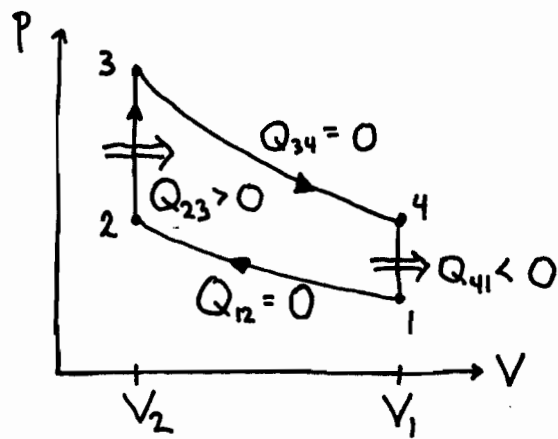
2→3. A og B lukket, antenning med gnist fra tennplugg,
 $\Delta V = 0$, $\Delta p > 0$, $\Delta T > 0$, $W_{23} = 0$, $Q_{23} > 0$

3→4. A og B lukket, adiabatisk utvidelse,
 $\Delta V > 0$, $\Delta p < 0$, $\Delta T < 0$, $W_{34} > 0$, $Q_{34} = 0$

4→1. A lukket, B åpen, eksos ut,
 $\Delta V = 0$ (for "systemet", som nå er forbrent luft/bensin-blanding)
 $\Delta T < 0$, $\Delta p < 0$, $Q_{41} < 0$, $W_{41} = 0$

"1→1". A åpen, B lukket, luft+bensin inn (nytt system!)

osv. osv.



Virkningsgrad for Otto-syklusen:

$$\eta_o = \frac{W}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}}$$

$$Q_{23} = C_V(T_3 - T_2) ; |Q_{41}| = C_V(T_4 - T_1)$$

$$\Rightarrow \eta_o = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4(1 - T_1/T_4)}{T_3(1 - T_2/T_3)}$$

1-2 og 3-4 er adiabatener $\Rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} ; T_4 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1}$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} ; \text{ dessuten er } \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \text{ med } \gamma \approx 1.4 \text{ (mest luft!)}$$

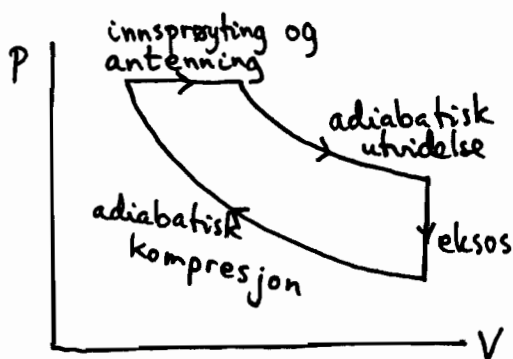
Dermed:

$$\eta_o = 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 1 - \gamma^{\gamma-1}$$

der $\gamma = V_1/V_2 = \text{kompresjonsforholdet}$

Her er $T_4 > T_1 = T_{\min}$, $T_3 = T_{\max}$, slik at $\eta_o < \eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$

Idealisert Diesel-syklus:



dvs 2 adiabatener, 1 isokor
og 1 isobar

2. hovedsetning

[YF 20; LHL 16, 17]

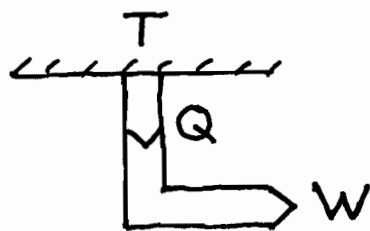
(123)

En empirisk (erfaringsbasert) lov som setter begrensninger for hva som er mulige prosesser (selv om 1. hovedsetning - energibevarelse - er oppfylt) :

Kelvin: Umulig å lage kretsprosess som tar varme Q fra et varmereservoar og omsetter dette i sin helhet i arbeid W .

Clausius: Umulig å lage kretsprosess som tar varme Q fra varmereservoar med temp. T_1 og avgir dette i sin helhet til varmeres. med temp. $T_2 > T_1$.

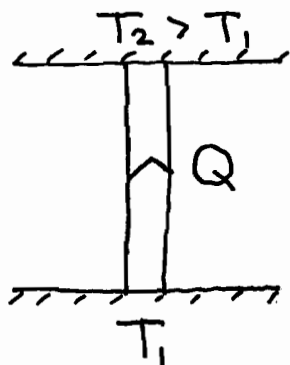
Skjematisk :



"K"

er ikke mulig!

[Ikke uten videre
opplagt (?)]



"C"

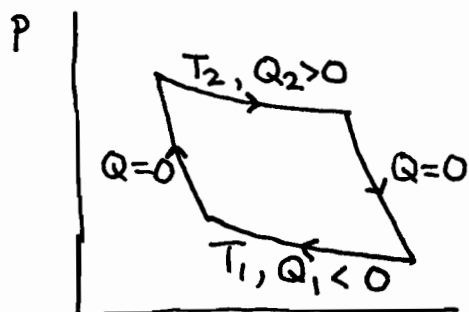
er ikke mulig!

[Opplagt (?)]

K og C er ekvivalente formuleringer av 2. lov.

Tilstandsfunksjonen entropi [YF 20.7; LHL 17.1]

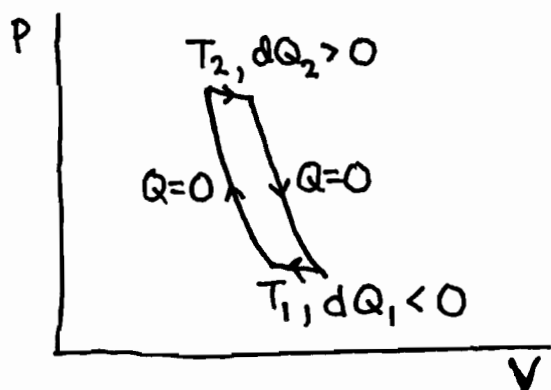
Fant for (reversibel) Carnot-prosess (s. 116-117):



$$Q_1 = -Q_2 T_1 / T_2$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Må også gjelde for "liten" (rev.) Carnot-prosess:

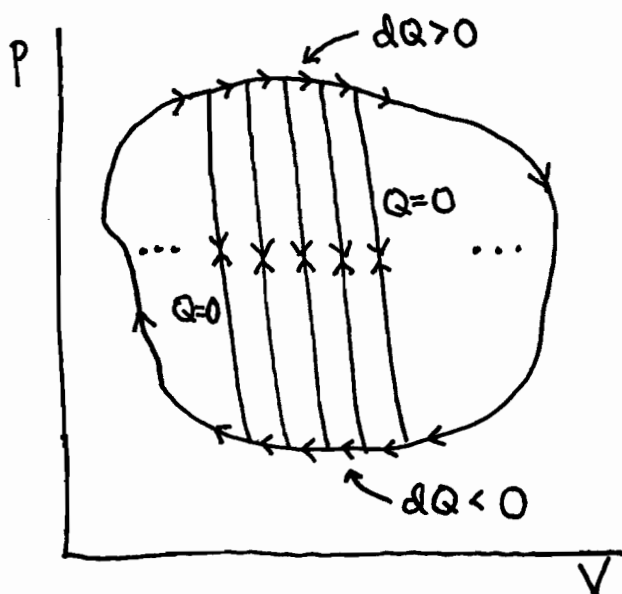


$$\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0$$

⇓

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

Må da også gjelde for vilkårlig (rev.) kretsprosess:



"Ytre" kretsprosess = Sum av
(∞) mange (∞) små reversible
Carnot-prosesser, fordi alle
"indre" adiabater kjøres
opp og ned

$$\Rightarrow \oint \frac{dQ}{T} = 0$$

for vilkårlig
reversibel
kretsprosess

Men da er dQ/T endringen i en tilstandsfunksjon, som vi kaller entropi, S . Dvs:

$$\boxed{dS = dQ/T}$$

$$\boxed{\oint dS = 0}$$

$$[S] = J/K$$

Nå kan 1. hovedsetning - for reversible prosesser - uttrykkes utelukkende med tilstandsfunksjoner:

$$dQ = dU + dW ; \quad dQ = T dS \quad (\text{rev. varme}) ;$$

$$dW = p dV \quad (\text{rev. arbeid})$$

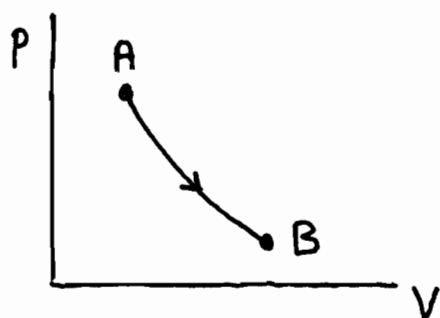
$$\Rightarrow \boxed{T dS = dU + p dV}$$

Den termodynamiske identitet

Eksempler

Eks 1: Hva er ΔS for rev. adiabatisk prosess?

Løsn 1:



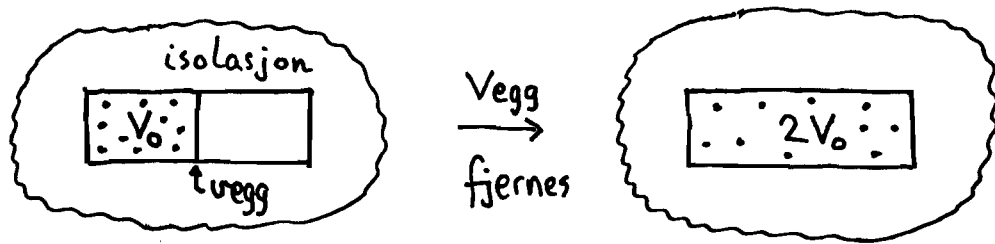
$$dQ = T dS = 0 \quad (\text{hele veien})$$

$$\Rightarrow dS = 0 \quad (-"-)$$

$$\Rightarrow \Delta S = S_B - S_A = \underline{\underline{0}}$$

Dvs: S = konstant i rev. adiabatisk prosess, som derfor også kalles isentropisk.

Eks 2: Hva er ΔS for spontan utvidelse av ideell gass i varmeisolerert system?



Løsn 2: Her er $\Delta Q = 0$, men $\Delta S \neq \Delta Q/T$ fordi prosessen er irreversibel! Vegg fjernes uten at gassen utfører noe arbeid $\Rightarrow \Delta W = 0$. Da gir 1. lov $\Delta U = 0$, og siden $U = U(T)$ for ideell gass, skjer utvidelsen ved konstant T . Dermed:

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV = C_V \frac{dT}{T} + \frac{Nk_B}{V} dV \stackrel{dT=0}{=} Nk_B \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \Delta S = \int dS = Nk_B \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V} = Nk_B \ln \frac{2V_0}{V_0} = \underline{\underline{Nk_B \ln 2}}$$

Kommentarer:

- Da S er en tilstandsfunksjon, kan vi beregne ΔS for en irreversibel prosess ved å regne på en reversibel prosess. Det holder å kjenne start- og slutt-tilstandene.
- Vi har regnet ut at $\Delta S > 0$ for en irrev. prosess i et termisk isolert system. Dette er et eksempel på prinsippet om entropiens økning, som holder generelt:

$$\Delta S \geq 0 \text{ for alle prosesser i et termisk isolert system}$$

($\Delta S = 0$ for alle reversible prosesser i termisk isolert system)

Mikroskopisk beskrivelse av entropi [YF 20.8; LHL 17.11]

(127)

På Boltzmanns gravstein i Wien: $S = k \log W$

I "vårt" språk: $k \rightarrow k_B$; $\log \rightarrow \ln$; $W \rightarrow \Omega$ [da W er arbeid...]

$$\Rightarrow \boxed{S = k_B \ln \Omega} \quad \text{Boltzmanns prinsipp}$$

Ω = antall ulike mikrotilstander konsistent med gitt makrotilstand

Eks: Spontan utvidelse av ideell gass (som på s. 126).

Løsn: Tenk deg at V_0 deles inn i M små delvolum Δ , slik at hver av de N partiklene har M mulige posisjoner før og $2M$ mulige posisjoner etter utvidelsen fra V_0 til $2V_0$.

Dermed er: $\Omega_{\text{før}} = M^N$, $\Omega_{\text{etter}} = (2M)^N$.

$$\Rightarrow \Delta S = S_{\text{etter}} - S_{\text{før}} = k_B \ln (2M)^N - k_B \ln M^N = k_B \ln 2^N = \underline{\underline{Nk_B \ln 2}}$$

- Samme resultat som med termodynamikk på s. 126.
- "Økt uorden betyr økt entropi"; presist formulert av Boltzmann.
- Naturlige (spontane) prosesser går i en bestemt retning, som tilsvarer at entropien øker.
- 1. og 2. hovedsetning oppsummert:
Energien er bevart. Entropien øker.