

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2016.
Numerisk øving – Løsningsforslag

Matematisk/fysisk pendel med friksjon

- Matlabprogrammene `numerisk1.m`, `numerisk2.m` og `numerisk3.m` løser oppgaven for hhv track1, track2 og track3. Her er det brukt verdiene $\mu = 0.33$ og $D = 0.001$ kg/m. I diskusjonen nedenfor henvises det til diverse figurer. Disse figurene lages i de utlagte matlabprogrammene.

- Tørr friksjon vs luftmotstand, hva dominerer i dette eksperimentet?
Her er det vel rimelig å sammenligne dreiemomentet fra de to friksjonskreftene, siden de har svært forskjellig arm, hhv $r = 8$ mm for den tørre friksjonskraften $f_\mu = \mu N$ og $L = 62$ cm for luftmotstanden $f_D = Dv^2$. Her er L valgt litt mindre enn den lengden som er oppgitt i oppgaveteksten (636 mm), da det tross alt er snakk om en fysisk pendel, med et massesenter som ligger litt nærmere rotasjonsaksen enn den oppgitte verdien 636 mm.

I første del (track1, video1) er hastigheten ganske stor, opp mot 6 m/s ved bunnen og 2 - 3 m/s på toppen av sirkelbanen. (Mot slutten av track1 snur pendelen før den når toppen, slik at hastigheten er null ved enkelte tidspunkter.) Vi ser fra Figur 3 at $|\tau_D| = |f_D L|$ (grønn kurve hos meg) har betydelig mindre maksimalverdi enn $|\tau_\mu| = |f_\mu r|$ (blå kurve hos meg). Ved bunnen av sirkelbanen er hastigheten størst, noe som selvsagt gir topp-punkter i kurven for $|\tau_D|$. Her har også $|\tau_\mu|$ sine topp-punkter, siden sentripetalakselerasjonen v^2/L er spesielt stor her, og med tyngdekraften mg rettet nedover trengs en stor normalkraft N rettet oppover for å gi pendelen den store sentripetalakselerasjonen.

Legg merke til at $\tau_\mu = 0$ to ganger pr periode (etter at første hele periode er unnagjort). Her er $N = 0$, dvs $v = \sqrt{-gL \cos \theta}$ (fra $N \perp$ sirkelbanen). Når dette inntreffer, er hastigheten v akkurat så stor at tyngdens komponent $\perp$ sirkelbanen, $-mg \cos \theta$, alene gir sentripetalakselerasjon v^2/L , inn mot sirkelbanens sentrum. Mellom disse to tidspunktene (f eks mellom $t \simeq 3.6$ og $t \simeq 4.0$ s) passerer pendelen sirkelbanens topp-punkt, med så lav hastighet at normalkraften N er rettet radielt utover (dvs $v^2/L < |g \cos \theta|$). Vi ser at dette tidsintervallet øker i lengde, fra å være fraværende mellom $t = 0$ og $t = 1$ s, til å vare i over 1 sekund omkring $t = 7$ s. Dette er som ventet: Det tar lenger og lenger tid å passere toppen av sirkelbanen etterhvert som pendelen mister mekanisk energi. Til slutt *snur* pendelen, uten å nå toppen, ved $t \simeq 8.5$ s.

Alt i alt må vi vel konkludere med at tørr friksjon spiller en større rolle enn luftmotstand i første del av pendelbevegelsen, men forskjellen er ikke større enn at vi bør ta hensyn til begge kreftene for å få en god beskrivelse av pendelens bevegelse.

I track2 og track3 viser Figur 3 at tørr friksjon (blå kurve) gir et betydelig større dreiemoment på pendelen enn det luftmotstanden gjør (grønn kurve).

Er perioden (svingetiden) for de svakt dempede svingningene (i video2 og video3) som forventet? (Dvs, som for en matematisk pendel med lengde L .)

En matematisk pendel med lengde $L = 0.636$ m har svingetid

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} = 1.60 \text{ s.}$$

Dette stemmer bra med perioden i både track2 og i track3.

Dersom en eksponentielt avtagende amplitude $\theta_0 \exp(-\gamma t)$ skulle tilpasses de svakt dempede svingningene, hva blir da omtrent dempingsfaktoren γ ? Gir video2 og video3 samme verdi for γ ? Hvis ikke,

hva kan årsaken være?

Dersom $\ln \theta_0$, dvs den naturlige logaritmen til vinkelamplituden, i track2 (video2) plottes som funksjon av tiden t , vil beste tilpassede rette linje ha et stigningstall ca -0.03 , dvs $\gamma_2 = 0.03 \text{ s}^{-1}$. Gjøres tilsvarende med track3, finner vi $\gamma_3 = 0.06 \text{ s}^{-1}$, dvs omtrent det dobbelte av γ_2 .

Denne antagelsen bygger på at dempingskraften er proporsjonal med farten v . Hvis dempingskraften var proporsjonal med v , burde γ_2 og γ_3 ha blitt omtrent like store. Den store forskjellen mellom γ_2 og γ_3 tyder på at vi *ikke* har dempingskraft lineært avhengig av v , og det har vi jo heller ikke antatt.

Faktisk er det slik at med kun tørr friksjon vil amplituden avta lineært med tiden t . Og dersom θ_0 plottes som funksjon av t , vil beste tilpassede rette linjer ha stigningstall hhv -0.89 og -0.74 for track 2 og track3, en mye mindre forskjell enn når vi plotter $\ln \theta_0$ vs t . Bidraget fra luftmotstand, proporsjonal med v^2 , gir nok verken det ene eller det andre, så resultatet er antagelig ganske fornuftig.