Institutt for fysikk, NTNU
TFY4106 Fysikk for MTBYGG, MTING høsten 2013.

Løsning øving 8.

Oppgave 1.

a) Når F, T_f, m og ρ er gitt, finner vi

$$T = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi d^2/4} \qquad \Rightarrow \underline{d = \sqrt{\frac{4F}{\pi T_\mathrm{f}}}}$$

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \ell \cdot (\pi d^2/4) \quad \Rightarrow \quad \underline{\ell = \frac{m \cdot T_\mathrm{f}}{\rho \cdot F}}$$

Tallverdier: $\underline{d} = \sqrt{\dfrac{4 \cdot 800\ \mathrm{N}}{\pi \cdot 7,0 \cdot 10^8\ \mathrm{N/m^2}}} = \underline{1,21\,\mathrm{mm}} \qquad \underline{\ell} = \dfrac{5,0\ \mathrm{g} \cdot 7,0 \cdot 10^8\ \mathrm{N/m^2}}{7,8\ \mathrm{g/cm^3} \cdot 800\ \mathrm{N}} = \underline{0,56\,\mathrm{m}}$

b) Grunnmode: $\ell = \lambda/2$, hvor $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{\sqrt{T/\rho}}{f}$, gir

$$\underline{f_0^{\max}} = \frac{\sqrt{T_\mathrm{f}/\rho}}{\lambda} = \frac{\sqrt{T_\mathrm{f}/\rho}}{2\ell} = \underline{267\,\mathrm{Hz}}.$$

$f_{37} = 37 \cdot 267$ Hz $= 9879$ Hz og $f_{38} = 38 \cdot 267$ Hz $= 10146$ Hz $> 10\,\mathrm{kHz}$. For person med høregrense 10 kHz kan altså frekvenser opp til 37. harmoniske høres, $\underline{n = 37}$.

Oppgave 2.

a) Strengene har frekvenser:
$f_\mathrm{A} = 440$ Hz,
$f_\mathrm{E} = f_\mathrm{A} \cdot 1,5 = 660$ Hz,
$f_\mathrm{D} = f_\mathrm{A} \cdot (1,5)^{-1} = 293$ Hz,
$f_\mathrm{G} = f_\mathrm{A} \cdot (1,5)^{-2} = 196$ Hz.

Grunntonen for hver av strengene har halv bølgelengde lik strengelengden L, slik at $L = \lambda/2$. Videre har vi sammenhengen $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{\sqrt{F/\mu}}{f}$. For E-strengen gir dette

$$\underline{\mu_\mathrm{E}} = \frac{F}{(2L \cdot f_\mathrm{E})^2} = \frac{90\ \mathrm{N}}{(0,60\ \mathrm{m} \cdot 660\ \mathrm{s^{-1}})^2} = \underline{0,574\ \mathrm{g/m}}.$$

b) For de andre strengene som skal ha samme strekk $F = 90$ N, ser vi fra formelen over at

$$\underline{\mu_\mathrm{A}} = \mu_\mathrm{E} \cdot \left(\frac{f_\mathrm{E}}{f_\mathrm{A}}\right)^2 = \mu_\mathrm{E} \cdot (1,5)^2 = \underline{1,29\ \mathrm{g/m}}. \tag{1}$$

$$\underline{\mu_\mathrm{D}} = \mu_\mathrm{D} \cdot \left(\frac{f_\mathrm{E}}{f_\mathrm{D}}\right)^2 = \mu_\mathrm{E} \cdot \left((1,5)^2\right)^2 = \underline{2,91\ \mathrm{g/m}}. \tag{2}$$

$$\underline{\mu_\mathrm{G}} = \mu_\mathrm{G} \cdot \left(\frac{f_\mathrm{E}}{f_\mathrm{G}}\right)^2 = \mu_\mathrm{E} \cdot \left((1,5)^3\right)^2 = \underline{6,54\ \mathrm{g/m}}. \tag{3}$$

Da (tverrsnitt) $\propto$ (diameter)^2 må diametrene stå i forhold 1:1,5 mellom hver streng hvis samme materaiale brukes. Men strenger lages ofte av ulikt materiale (stål, tarmer, nylon).

Oppgave 3.

a) De 2 bølgene med amplituder A_1 og A_2 på et visst sted kan skrives som

$$y_1 = A_1 \sin \omega t \quad \text{og} \quad y_2 = A_2 \sin(\omega t + \delta).$$

Ved interferens blir den resulterende bølgen

$$y = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin(\omega t + \delta) = A_1 \sin \omega t + A_2(\sin \omega t \cos \delta + \cos \omega t \sin \delta)$$

$$= (A_1 + A_2 \cos \delta) \sin \omega t + A_2 \sin \delta \cos \omega t.$$

Effekten og da intensiteten (effekt pr. arealenhet) er proporsjonal med tidsmidlet over kvadratet til utsvinget. En finner da

$$y^2 = (A_1 + A_2 \cos \delta)^2 \sin^2 \omega t + 2A_2 \sin \delta (A_1 + A_2 \cos \delta) \sin \omega t \cos \omega t$$

$$+ A_2^2 \sin^2 \delta \cos^2 \omega t.$$

Ved midling over en periode finner en $(\sin^2 \omega t)_{av} = (\cos^2)_{av} = \frac{1}{2}$, $(\sin \omega t \cos \omega t)_{av} = 0$ (dvs. $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 u \, du = \frac{1}{2}$ etc). Følgelig

$$(y^2)_{av} = \frac{1}{2}[(A_1 + A_2 \cos \delta)^2 + (A_2 \sin \delta)^2] = \frac{1}{2}(A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \delta)$$

$$= (y_1^2)_{av} + (y_2^2)_{av} + 2\sqrt{(y_1^2)_{av}(y_2^2)_{av}} \cos \delta.$$

Siden $I = \text{konst} \cdot (y^2)_{av}$ finner en med dette

$$I = \underline{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta}.$$

b) Intensiteten til de to bølgene er henholdsvis ($k = \text{konst}$).

$$I_1 = k\, p_1^2 \quad \text{og} \quad I_2 = k\, p_2^2 = k \left(\frac{p_1}{2}) \right)^2 = \frac{1}{4} I_1.$$

Maksimal intensitet ved interferens blir så ($\cos \delta = 1$)

$$I_M = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 = (1 + \frac{1}{2})^2 I_1 = \frac{9}{4} I_1.$$

Tilsvarende blir minimal intensitet ($\cos \delta = -1$)

$$I_m = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 = (1 - \frac{1}{2})^2 I_1 = \frac{1}{4} I_1.$$

De tilhørende intensitetsnivåene blir følgelig ($I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$)

$$\beta_M = 10 \cdot \log \left(\frac{9}{4} \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \cdot \left(\log \frac{I_1}{I_0} + \log \left(\frac{9}{4} \right) \right) = (80 + 3,5)\,\mathrm{dB} = \underline{83,5\,\mathrm{dB}}$$

$$\beta_m = 10 \cdot \log \left(\frac{1}{4} \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \cdot \left(\log \frac{I_1}{I_0} + \log \left(\frac{1}{4} \right) \right) = (80 - 6,0)\,\mathrm{dB} = \underline{74,0\,\mathrm{dB}}$$

Oppgave 4.

Lydhastigheten i en væske er gitt ved

$$c = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad \text{der} \quad B = V\frac{\partial p}{\partial V} \quad \text{(bulk modulus).}$$

Tettheten av vann er (ca) $\rho = 1\,\mathrm{kg/dm^3} = 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$. En finner så først

$$B = \rho c^2$$

Videre er så

$$B \approx -V\frac{\Delta p}{\Delta V}.$$

Dette gir trykkøkningen

$$\Delta p \approx -\frac{\Delta V}{V}B = -\frac{\Delta V}{V}\rho c^2 = 0,01 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (1482\,\mathrm{m/s})^2 = 2,2 \cdot 10^7\,\mathrm{Pa} = \underline{220\,\mathrm{atm}}.$$

($1\,\mathrm{kg\,m/s^2}$=$1\,\mathrm{N}$, $1\,\mathrm{N/m^2}$=$1\,\mathrm{Pa}$, $1\,\mathrm{atm}$=$1{,}013{\cdot}10^5\,\mathrm{Pa}$)