

Eksamen FY1005/TFY4165 Termisk fysikk kl 15.00 - 19.00 torsdag 6. juni 2013**Oppgave 1. Ti fleirvalsoppgåver. (Poeng: 2 pr oppgave)****a.**

Varme vert tilført eit reint stoff i ein lukka beholder. Tilført varme pr tidseining er konstant. Figuren syner korleis stoffet sin temperatur T endrar seg med tida. Kva er forholdet mellom stoffet sin smeltevarme L_s og stoffet sin fordampingsvarme L_f ?

- | | | | |
|---|------------------|---|------------------|
| A | $L_s/L_f = 0.33$ | B | $L_s/L_f = 0.60$ |
| C | $L_s/L_f = 1.00$ | D | $L_s/L_f = 1.67$ |

b.

Figuren syner ein reversibel kretsprosess der arbeidssubstansen er ein gass. Kva er netto arbeid som vert utført i kretsprosessen?

- A Null.
- B Arealet omslutta av kurva abcda.
- C Arealet under kurva abc.
- D Arealet under kurva ab minus arealet under kurva dc.

c. Vedrørande likninga $Q = \Delta U + W$, kva for ein påstand er feil?

- A Likninga uttrykkjer energibevaring.
- B W er arbeidet gjort *av* systemet.
- C Storleiken Q kan vere både positiv og negativ.
- D Medan Q er ein prosessvariabel, er både U og W tilstandsvariable.

d. Kva for ein påstand om ulike termodynamiske prosessar er feil?

- A I ein isentropisk prosess er systemet sin indre energi konstant.
- B I ein isobar prosess er trykket konstant.
- C I ein adiabatisk prosess vert systemet ikkje tilført varme.
- D I ein isoterm prosess er temperaturen konstant.

e. I ei gitt mengd ideell gass som fyller ein beholder med volum V , er trykket p og midlere molekylfart v . Viss volum og trykk vert endra til hhv $2V$ og $2p$, kva blir då midlere molekylfart?

- | | | | | | | | |
|---|------|---|------|---|-----|---|-------|
| A | $4v$ | B | $2v$ | C | v | D | $v/4$ |
|---|------|---|------|---|-----|---|-------|

f. Kva skjer med molekyla sin midlere kinetiske energi når ein ideell gass utvider seg ved konstant trykk?

- A Den auker.
- B Den endrer seg ikkje.
- C Den minker.
- D Den kan auke eller minke, men fleire opplysningar trengs for å avgjere kva som skjer.

g.

Figuren syner ein kretsprosess for ein ideell gass, beståande av ein isobar, ein isokor og ein adiabat. Ranger temperaturane i a, b og c.

- A $T_b > T_a = T_c$.
- B $T_c > T_b > T_a$.
- C $T_b > T_a > T_c$.
- D $T_c > T_a > T_b$.

h.

Med notasjonen g = gass, v = væske og f = fast stoff, kva for faser opptrer i koeksistens i dei ulike områda?

- A $1 = v + f, \quad 2 = g + v, \quad 3 = g + f$
- B $1 = g + v, \quad 2 = g + f, \quad 3 = v + f$
- C $1 = g + f, \quad 2 = v + f, \quad 3 = g + v$
- D $1 = g + f, \quad 2 = g + v, \quad 3 = v + f$

i. Kva kaller vi punktet merka 4 i figuren i oppgåve **h**?

- A Kritisk punkt. B Trippelpunkt. C Kokepunkt. D Smeltepunkt.

j.

Figuren syner koeksistenskurver i eit pT -diagram. Kva for prosessar går føre seg i tilstandane 1, 2 og 3?

- A $1 = \text{fordamping}, 2 = \text{smelting}, 3 = \text{sublimasjon}$
- B $1 = \text{sublimasjon}, 2 = \text{fordamping}, 3 = \text{smelting}$
- C $1 = \text{smelting}, 2 = \text{sublimasjon}, 3 = \text{fordamping}$
- D $1 = \text{smelting}, 2 = \text{fordamping}, 3 = \text{sublimasjon}$

Oppgåve 2. Kretsprosess. (Poeng: 5+3+4+8)

Figuren syner ein kretsprosess som består av to isobarar og to isokorar. Arbeidssubstansen er ein toatomig ideell gass med N molekyl, og α er ein positiv konstant, større enn 1. Trykket p_0 og volumet V_0 kan ansj ast som kjent.

- a.** Bruk det klassiske ekvipartisjonsprinsippet til å begrunne at $C_V = 5Nk/2$ omkring romtemperatur. Kva er C_p omkring romtemperatur? Kva er C_V ved riktig høge temperaturar? Enn ved riktig l ge temperaturar? Grunngje svara dine.
- b.** Kva er arbeidet W som gassen utfører på sine omgjevningar pr syklus?
- c.** Bestem temperaturane T_j ($j = 1, 2, 3, 4$) i dei fire avmerka tilstandane i figuren.
- d.** Bestem kretsprosessen sin virkningsgrad $\eta(\alpha) = W/Q_{\text{inn}}$, der Q_{inn} er varmen som vert *tilført* gassen pr syklus. Anta at heile syklusen går føre seg omkring romtemperatur, slik at C_V og C_p begge er konstante.

Oppgåve 3. Varmeleiing i gass med sylinder-symmetri. (Poeng: 10+5)

Ein fortynna gass med atom (‐einatomige molekyl‐) fyller rommet mellom ein indre sylinder med radius r_1 og eit ytre sylinder-sk l med radius r_2 , begge med så stor lengd L at vi kan sjå bort frå randeffektar og betrakte systemet som sylinder-symmetrisk. Atoma har masse m og kan sjåast på som harde kuler med radius a . Figuren til venstre syner eit tverrsnitt av systemet.

- a.** Anta at atoma si midlere fri veglengd λ er liten samanlikna med avstanden $r_2 - r_1$ mellom indre og ytre sylinder. D  er gassen si varmeleiingsevne uavhengig av partikkeltettleiken $n = N/V$, og gjeve ved $\kappa(T) = \beta\sqrt{T}$, med $\beta = 2c_V\sqrt{k}/(3\sigma\sqrt{\pi m})$. Anta stasjonære forhold, med konstant temperatur T_1 på indre sylinder og konstant temperatur $T_2 < T_1$ ved ytre sylinder-sk l, og bestem varmestraumen pr lengdeining $\dot{Q}/L$ i den fortynna gassen. (Tips: Bruk Fourier sin lov og uttrykk svaret ved koeffisienten β samt dei gjevne temperaturane T_1 og T_2 og radiane r_1 og r_2 . Med sylinder-symmetri er $\nabla T = \hat{r} dT/dr$. Merk at κ ikkje er konstant men avheng av T . Vi ser bort frå varmeoverføring p a stråling.)

b. Anta at gassen er argon, med $m = 40 u$ og $a = 0.71 \text{ \AA}$, at indre sylinder har radius 3.5 cm og ytre sylinderskal har radius 4.0 cm, og at $T_1 = 100^\circ\text{C}$ (kokande vatn) og $T_2 = 20^\circ\text{C}$ (romtemperatur). Rekn ut talverdi for varmestraumen pr lengdeining, $\dot{Q}/L$. Rund av til heiltalig verdi i eininga W/m.

Oppgåve 4. System med tre ekvidistante energinivå. (Poeng: 5+5)

Eit system med ikkje-vekselverkande partiklar er i termisk jamvekt med eit varmereservoar som har temperatur T . Ein gitt partikkel befinn seg i ein av tre moglege tilstandar, og d  med energi $E_j = j E_0$, der $j = 1, 2, 3$ nummererar dei tre moglege tilstandane. E_0 er ein konstant som angjev energiskilnaden mellom "naboniv ", dvs mellom nivå 1 og 2 og mellom nivå 2 og 3. Det er inga avgrensing på antall partiklar som kan befinne seg i ein gitt energitilstand.

a. Bestem sannsyna π_j ($j = 1, 2, 3$) for at ein gitt partikkel befinn seg i tilstand j med energi E_j . Kontroller at verdien av $\sum_{j=1}^3 \pi_j$ er som forventa. Kva blir dei ulike π_j i grensene $kT \ll E_0$ (dvs $T \rightarrow 0$) og $kT \gg E_0$ (dvs $T \rightarrow \infty$)?

b. Bestem midlere energi pr partikkel, $\langle E \rangle$. Kva blir $\langle E \rangle$ i grensene $kT \ll E_0$ ($T \rightarrow 0$) og $kT \gg E_0$ ($T \rightarrow \infty$)?

Oppgåve 5. Helmholtz fri energi. (Poeng: 5)

Naturlege variable for Helmholtz fri energi F er T og V . Vis dette ved å uttrykkje dF ved dT og dV , og bestem dermed $(\partial F/\partial T)_V$ og $(\partial F/\partial V)_T$. Utlei og Maxwell-relasjonen $(\partial p/\partial T)_V = (\partial S/\partial V)_T$. (Tips: Nytt den termodynamiske identitet, med konstant partikkeltal N .)

Oppgåve 6. Damptrykk. (Poeng: 4+8+8)

Figuren syner målte molare fordampingsvarmer som funksjon av temperaturen, $l_f(T)$ (kJ/mol), for vatn og tre andre stoff. Vi skal bruke kurven for vatn ("Water") og Clausius-Clapeyrons likning til å berekne mettingstrykket for vanndamp, $p(T)$, heretter kalla damptrykket. Av figuren ser vi at ei lineær tilnærming,

$$l_f(T) = \alpha - \beta T,$$

vil gje brukbar tilpasning til den målte fordampingsvarmen i temperaturområdet $280 \text{ K} < T < 440 \text{ K}$, med $l_f(280) = 45 \text{ kJ/mol}$ og $l_f(440) = 37 \text{ kJ/mol}$.

a. Bestem koeffisientane α og β i den lineære tilnærminga for $l_f(T)$. Angi einingar.

b. Finn eit uttrykk for damptrykket $p(T)$, med utgangspunkt i Clausius-Clapeyrons likning, som beskriv hellinga til damptrykk-kurva, dvs dp/dT . Bruk vatnet sitt trippelpunkt som referanse, dvs $p_0 = 611 \text{ Pa}$ ved $T_0 = 273.16 \text{ K}$, og bruk den lineære tilnærminga for vatnet sin molare fordampingsvarme, slik at $p(T)$ vert uttrykt ved p_0 , T_0 , α , β , R (gasskonstanten), og T . Anta at $\Delta V = V_g - V_v \simeq V_g$, og bruk ideell gass tilstandslikning for gassvolumet $V_g(p, T)$.

c. Den lineære tilnærminga for $l_f(T)$ blir gradvis d rlegere for temperaturar over 440 K , men funksjonen

$$l_f(T) = l_f^0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/3},$$

med $l_f^0 = 54 \text{ kJ/mol}$ og $T_c = 647 \text{ K}$, viser seg å beskrive den målte fordampingsvarmen ganske bra heilt opp til det kritiske punktet (sj  figuren til h gre). Vis korleis damptrykket $p(T)$ nå kan bereknast *numerisk* med utgangspunkt i Clausius-Clapeyrons likning, og med trippelpunktet (T_0, p_0) som startverdi for ein enkel iterativ metode. Bruk dei same tilnærmingane for ΔV som i punkt **b**. (Tips: Det er ikkje naudsynt å skrive eit *program*, men det skal framgå av besvarelsen korleis $p(T_0 + \Delta T)$ vert bestemt fr  $p(T_0) = p_0$, og meir generelt korleis $p[T_0 + (j + 1)\Delta T]$ vert bestemt fr  $p[T_0 + j\Delta T]$).

Kvifor blir tilnærminga $\Delta V \simeq V_g$ dårleg når vi nærmer oss det kritiske punktet?

FORMLER OG UTTRYKK.

Formlenes gyldighetsområde og symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene. Vektorer med fete typer.

Utvidelseskoeffisienter, trykk-koeffisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha_L = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_p \quad \alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \alpha_p = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

Syklisk regel:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

Første hovedsetning:

$$dQ = dU + dW$$

Varmekapasitet:

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

$$C_p - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

Termodynamiske potensialer:

$$H = U + pV \quad F = U - TS \quad G = H - TS \quad G = \sum_j \mu_j N_j$$

Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV - \sum_j \mu_j dN_j$$

Ideell gass tilstandsligning:

$$pV = NkT = nRT$$

van der Waals tilstandsligning:

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2}$$

Adiabatisk prosess:

$$dQ = 0$$

Joule-Thomson-koeffisienten:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H$$

PCH 4.18:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p$$

Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$$

Virkningsgrad for Carnot-maskin:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Maxwells hastighetsfordeling:

$$g(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} \quad F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} \quad f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$$

Gauss-integraler:

$$I_0(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$I_2(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = -\frac{d}{d\alpha} I_0(\alpha) \quad \text{etc}$$

Det klassiske ekvipartisjonsprinsippet:

Hver frihetsgrad som inngår kvadratisk i energifunksjonen E bidrar med $kT/2$ til midlere energi.

Partisjonsfunksjon:

$$Z = \sum_j e^{-E_j/kT} = e^{-\beta F} \quad (\beta = 1/kT)$$

Kjøleskap, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_K = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right|$$

Varmepumpe, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_V = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right|$$

Entropi og Clausius' ulikhet:

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad \oint dS = 0 \quad \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

Boltzmanns prinsipp:

$$S = k \ln W$$

Stirlings formel:

$$N! = \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N} \quad (N \rightarrow \infty)$$

Eksergi:

$$W_{\text{max}} = -\Delta G \quad \text{med} \quad G = U - T_0 S + p_0 V$$

Kjemisk potensial:

$$\mu_j = \left(\frac{\partial G}{\partial N_j} \right)_{p, T, N_{i \neq j}}$$

Ideell blanding:

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k \sum_j N_j \ln x_j \quad \mu_j = \mu_j^0 + kT \ln x_j$$

Clausius-Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$$

Strålingshulrom, frekvensfordeling:

$$\frac{du}{df} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{\exp(hf/kT) - 1}$$

Stefan-Boltzmanns lov:

$$I(T) = \frac{c}{4} u(T) = \sigma T^4 \quad (\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15 h^3 c^2)$$

Fouriers lov:

$$\mathbf{j} = -\kappa \nabla T \quad ; \quad j = \dot{Q}/A$$

Varmeledningsligningen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T$$

Ficks lov:

$$\mathbf{j} = -D \nabla n$$

Diffusjonsligningen:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

U -verdi:

$$j = U \Delta T$$

Midlere fri veilengde, fortynnet gass:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \sigma}$$

Varmeledningsevne, fortynnet gass:

$$\kappa = \frac{2c_V}{3\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$$

Diffusjonskonstant, fortynnet gass:

$$D = \frac{\kappa}{nc_V}$$

Fysiske konstanter:

$$\begin{aligned} k &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ R &= 8.314 \text{ J/mol K} \\ N_A &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ h &= 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ c &= 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4 \end{aligned}$$

Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ \AA} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

GOD SUMAR!