



Faglig kontakt under eksamen:
Professor Kåre Olaussen
Telefon: 9 36 52 eller 45 43 71 70

Eksamen i TFY4230 STATISTISK FYSIKK

Onsdag 21. desember, 2011
15:00–19:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ **C**

Standard kalkulator (ifølge NTNU's liste).

Ett A4 formelark; egne notater er tillatt på dette.

K. Rottman: *Matematisk formelsamling* (alle språkutgaver).

Barnett & Cronin: *Mathematical Formulae*

There is also an english version of this exam set.

Dette oppgavesettet er på 3 sider.

Oppgave 1. Kvalitative forklaringer

Gi kortfattede forklaringer på emnene under

- a) Sentralgrenseteoremet (central limit theorem).
- b) Ergodehypotesen (ergodic hypothesis).
- c) Ekvipartisjonsprinsippet (equipartition theorem).
- d) Klassisk diamagnetisme (classical diamagnetism).
- e) Termisk de Broglie bølgelengde.

Oppgave 2. Python kode

Listing 1: Python kodesnutt

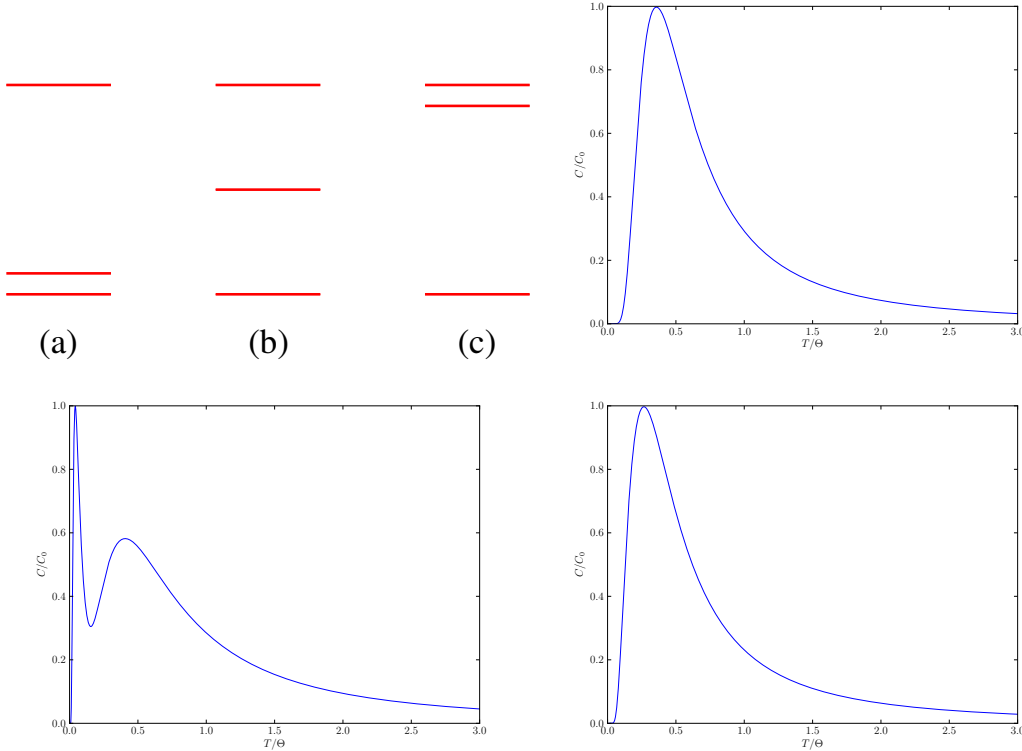
```
1  nPoints = 50000
2  nBins = 1000
3  qValues = numpy.linspace(0, 0.5*numpy.pi, nPoints)[1:nPoints]
4  omega = numpy.sqrt( 4*numpy.sin(qValues)**2 + 2*numpy.sin(2*qValues)**2)
5  [weights, bins] = numpy.histogram(omega, bins=nBins)
6  normalizedWeights = weights/numpy.sum(weights)
```

- a) Forklar hva de seks linjene med Python kode over gjør.

Oppgave 3. Statistisk mekanikk for 3-nivå systemer

Se på et system som kan være i tre forskjellige energitilstander, $\{E_0, E_1, E_2\}$, i termisk likevekt med et reservoir med temperatur T .

- Skriv ned partisjonsfunksjonen for dette systemet.
- Regn ut den indre energien til dette systemet.
- Regn ut entropien til dette systemet.



I figuren øverst til venstre vises tre mulige ordninger av energinivåene. De tre andre figurene viser de tilsvarende varmekapasitetene, men i tilfeldig rekkefølge. Temperaturskalaen Θ er den samme i alle tre tilfellene (C_0 er ikke det).

- Hvilke varmekapasiteter svarer til hvilke nivåordninger? Forklar dine valg.

Oppgave 4. Ideell bose gass

Den store kanoniske partisjonsfunksjonen for en ideell gass av ikke-relativistiske spinn-0 bosoner i et volum $V = L^3$ er

$$\Xi = \prod_{\mathbf{k}} \left(1 - e^{\beta(\mu - E_{\mathbf{k}})}\right)^{-1}, \quad \text{der } E_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m}. \quad (1)$$

Med periodiske grensebetingelser er de tillatte verdiene for $k_x = \frac{2\pi n_x}{L}$ med $n_x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, og tilsvarende for k_y og k_z . Anta grensen der V er stor, slik at summasjoner over $\mathbf{k}$ kan erstattes med integraler.

- Regn ut trykket βPV for denne gassen til andre orden i parameteren $z \equiv e^{\beta\mu}$.
- Regn ut midlere partikkeltall $\langle N \rangle$ for denne gassen til andre orden i parameteren z .
- Regn ut fluktuasjonene i partikkeltall, $\text{Var } N = \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2$, til andre orden i parameteren z .

- d)** Regn ut indre energi, $U = \langle E \rangle$, til andre orden i parameteren z .
- e)** Regn ut varmekapasiteten ved konstant volum, C_V , til andre orden i parameteren z .
- f)** Bruk resultatet ditt fra punkt **b)** til å uttrykke z ved partikkeltettheten,

$$\rho = \frac{\langle N \rangle}{V}, \quad (2)$$

til andre orden i parameteren ρ .