

TFY4115 Fysikk Eksamen 16. desember 2019 – 6 sider

FORMLER: Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

MEKANISK FYSIKK INKL SVINGNINGER

- Newtons andre lov: $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at$ $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$ Effekt: $P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ $\mathbf{F} = -\nabla U(\mathbf{r})$
- Friksjon, statisk: $f \leq \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\mathbf{f} = -k\mathbf{v}$ Luftmotstand (stor v): $\mathbf{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i \mathbf{r}_i m_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \cdot dm$ Tyngdepunktbevegelsen: $M\ddot{\mathbf{R}}_{CM} = \mathbf{F}_{\text{ytre}}$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ Statisk likevekt: $\sum \mathbf{F}_i = 0$ $\sum \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\mathbf{L} = \mathbf{L}_b + \mathbf{L}_s = \mathbf{R}_{CM} \times M\mathbf{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$
- Tregghetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$
Kompakt sylinder (skive): $I_0 = MR^2/2$ Kompakt kule: $I_0 = 2MR^2/5$ Kuleskall: $I_0 = 2MR^2/3$
Tynn stang: $I_0 = ML^2/12$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I \frac{d\omega}{dt}$

- Steiners sats (parallellakseteoremet): $I = I_0 + Md^2$
- Gravitasjon: $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$ $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ $\mathbf{g} = \mathbf{F}/m$
- Enkel harmonisk oscillator: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $T = 2\pi/\omega_0$ $f = 1/T = \omega_0/2\pi$
Masse i fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$
Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$ Torsjonspendel: $\omega_0 = \sqrt{\kappa/I_0}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$
 $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\omega_0^2 = k/m$ $\gamma = b/2m$
Underkritisk demping ($\gamma < \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$
Overkritisk demping ($\gamma > \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$ $\alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$
Kritisk demping ($\gamma = \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$
- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$
(partikulær-)løsning: $x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega))$
amplitude: $A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$
halvverdibredde: $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ Q-faktor: $Q = \omega_0/\Delta\omega$

TERMISK FYSIKK

- Utvidelseskoeffisienter, trykk-koeffisient, kompressibilitet:

$$\alpha = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_p \quad \beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = 3\alpha \quad \gamma = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} = \frac{1}{B}$$

- Første hovedsetning (Termodynamikkens første lov):

$$dQ = dU + dW$$

- Varmekapasitet C , pr masseenhet c , pr mol c_m :

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad , \quad c = C/M \quad , \quad c_m = C/n$$

- C_p og C_V :

$$C_p = (dQ/dT)_p \quad , \quad C_V = (dQ/dT)_V$$

For ideell gass: $C_p - C_V = nR$. Atomær gass: $C_V = \frac{3}{2}nR$. Toatomig gass: $C_V = \frac{5}{2}nR$

- Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_B T = nRT$$

$$\langle K_{\text{trans}} \rangle = \frac{3pV}{2N} = \frac{3}{2}k_B T$$

$$U = U(T) = N\langle K \rangle$$

Atomær gass: $U = \frac{3}{2}Nk_B T$. Toatomig gass: $U = \frac{5}{2}Nk_B T$

- van der Waals tilstandsligning:

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

- Maxwells hastighetsfordeling:

for hastighetskomponentene:

$$g(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2k_B T}$$

for hastigheten:

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2k_B T}$$

for hastighetens absoluttverdi:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_B T}$$

- Middelverdi (f eks en potens av v_x):

$$\langle v_x^n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} v_x^n g(v_x) dv_x$$

- Standardavvik (f eks i v_x):

$$\Delta v_x = \sqrt{\langle v_x^2 \rangle - \langle v_x \rangle^2}$$

- Gauss-integraler:

$$I_0(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$I_2(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = -\frac{d}{d\alpha} I_0(\alpha) \quad \text{etc}$$

- Det klassiske ekvipartisjonsprinsippet:

Hver frihetsgrad som inngår kvadratisk i energifunksjonen E bidrar med $k_B T/2$ til midlere energi pr partikkel.

- Adiabatisk prosess ($dQ = 0$) for ideell gass:

$$pV^\gamma = \text{konst} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \quad pT^{-\gamma/(\gamma-1)} = \text{konst} \quad (\gamma = C_p/C_V)$$

- Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \left| \frac{W}{Q_2} \right|$$

- Virkningsgrad for Carnot-varmekraftmaskin (Carnot-prosess: $Q_2/T_2 + Q_1/T_1 = 0$):

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

- Kjøleskap og varmepumpe, effektfaktor:

$$\varepsilon_K = \left| \frac{Q_1}{W} \right| \quad , \quad \varepsilon_V = \left| \frac{Q_2}{W} \right|$$

- Entropi (dQ er reversibelt tilført varme):

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \oint dS = 0$$

- Boltzmanns prinsipp:

$$S = k_B \ln \Omega$$

- Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T \Delta V}$$

- Damptrykk-kurven:

$$p_d(T) = p_d(T_0) \exp \left[\frac{l}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]$$

(l = molar latent varme, T_0 = valgt referansetemperatur)

- Stefan-Boltzmanns lov (svart legeme: $e = 1$):

$$j(T) = e \sigma T^4 \quad (e = \text{emissivitet}; \sigma = 2\pi^5 k_B^4 / 15 h^3 c^2 = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4)$$

- Plancks fordelingslov:

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df} df \quad \text{med} \quad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3 / c^2}{\exp(hf/k_B T) - 1}$$

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda} d\lambda \quad \text{med} \quad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi h c^2 / \lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1}$$

- Wiens forskyvningslov:

$$\text{Maksimal } dj/d\lambda \text{ for } \lambda T = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

- Varmeovergang:

$$j = \alpha \Delta T$$

- Stasjonær varmeledning i en dimensjon (Fouriers lov; κ = varmeledningsevne, a = tykkelse):

$$j = \kappa \Delta T / a$$

- Varmemotstand R ($P = jA = \text{effekt}$):

$$\Delta T = RP = \frac{\alpha}{\kappa A} P \quad \text{Seriekobling: } R = \sum_j R_j \quad \text{Parallellkobling: } \frac{1}{R} = \sum_j \frac{1}{R_j}$$

- U-verdi (T_i : inne, T_u : ute):

$$j = U (T_i - T_u)$$

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Med enkle potensuttrykk, f eks $q(x, y, z) = x^a y^b z^c$:

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{(a\Delta x/x)^2 + (b\Delta y/y)^2 + (c\Delta z/z)^2}$$

- Middelverdi (gjennomsnittsverdi): $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelverdi): $\delta_{\bar{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

DIVERSE

- Konstanter:

$$\begin{aligned} G &= 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \\ g &= 9.81 \text{ m/s}^2 \\ m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ m_p = m_n &= 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ k_B &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ R &= 8.314 \text{ J/mol K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_A &= R/k_B = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ h &= 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ \hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ c &= 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \end{aligned}$$

- Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ Å} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ mmHg} &= 133.3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

- Dekadiske prefikser:
 $f = \text{femto} = 10^{-15}$, $p = \text{piko} = 10^{-12}$, $n = \text{nano} = 10^{-9}$,
 $\mu = \text{mikro} = 10^{-6}$, $m = \text{milli} = 10^{-3}$, $c = \text{centi} = 10^{-2}$,
 $k = \text{kilo} = 10^3$, $M = \text{mega} = 10^6$, $G = \text{giga} = 10^9$, $T = \text{tera} = 10^{12}$
- Geometri:
Areal, sirkulær skive: πr^2 . Kuleflateareal: $4\pi r^2$. Kulevolum: $4\pi r^3/3$.

MATEMATIKK

- Krumningsradius:

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

•

$$\frac{d}{dx} e^{\alpha x} = \alpha e^{\alpha x}$$

•

$$\int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$$

•

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$