TFY4115 Fysikk Eksamen 7. august 2019 – 6 sider

FORMLER: Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

MEKANISK FYSIKK INKL SVINGNINGER

- Newtons andre lov: $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p}/dt \qquad \boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} = m\dot{\boldsymbol{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$Effekt: $P = \frac{dW}{dt} = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\boldsymbol{r}) = -\int_{\boldsymbol{r}_0}^{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r} \qquad \boldsymbol{F} = -\nabla U(\boldsymbol{r})$
- Friksjon, statisk: $f \le \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\boldsymbol{f} = -k\boldsymbol{v}$ Luftmotstand (stor v): $\boldsymbol{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\boldsymbol{R}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i \boldsymbol{r_i} m_i \to \frac{1}{M}\int \boldsymbol{r}\cdot dm$ Tyngdepunktbevegelsen: $M\ddot{\boldsymbol{R}}_{CM} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{ytre}}$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r\,d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma\boldsymbol{F}_i = 0 \quad \Sigma\boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\boldsymbol{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_b + \boldsymbol{L}_s = \boldsymbol{R}_{CM}\times M\boldsymbol{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$
- Treghetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2 dm$

  Kompakt sylinder (skive): $I_0 = MR^2/2$ Kompakt kule: $I_0 = 2MR^2/5$ Kuleskall: $I_0 = 2MR^2/3$
  Tynn stang: $I_0 = ML^2/12$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I\frac{d\omega}{dt}$

- Steiners sats (parallellakseteoremet): $I = I_0 + Md^2$
- Gravitasjon: $\boldsymbol{F} = -\dfrac{GMm}{r^2}\hat{r}$ $\quad U(r) = -\dfrac{GMm}{r}$ $\quad \boldsymbol{g} = \boldsymbol{F}/m$
- Enkel harmonisk oscillator: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad T = 2\pi/\omega_0 \qquad f = 1/T = \omega_0/2\pi$

  Masse i fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$
  Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$ Torsjonspendel: $\omega_0 = \sqrt{\kappa/I_0}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$

  $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \omega_0^2 = k/m \qquad \gamma = b/2m$

  Underkritisk demping $\quad (\gamma < \omega_0) \qquad x(t) = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega t + \phi) \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

  Overkritisk demping $\quad (\gamma > \omega_0) \qquad x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t} \qquad \alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

  Kritisk demping $\quad (\gamma = \omega_0) \qquad x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$
- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos\omega t$

  (partikulær-)løsning: $x(t) = A(\omega)\sin(\omega t + \phi(\omega))$

  amplitude: $A(\omega) = \dfrac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$

  halvverdibredde: $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ Q-faktor: $Q = \omega_0/\Delta\omega$

TERMISK FYSIKK

- Utvidelseskoeffisienter, trykk-koeffisient, kompressibilitet:

$$\alpha = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_p \qquad \beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = 3\alpha \qquad \gamma = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \kappa = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p} = \frac{1}{B}$$

- Første hovedsetning (Termodynamikkens første lov):

$$dQ = dU + dW$$

- Varmekapasitet C, pr masseenhet c, pr mol c_m:

$$C = \frac{dQ}{dT} \;,\; c = C/M \;,\; c_m = C/n$$

- C_p og C_V:

$$C_p = (dQ/dT)_p \;,\; C_V = (dQ/dT)_V$$

  For ideell gass: $C_p - C_V = nR$. Atomær gass: $C_V = \frac{3}{2}nR$. Toatomig gass: $C_V = \frac{5}{2}nR$
- Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT = nRT$$
$$\langle K_{\text{trans}} \rangle = \frac{3pV}{2N} = \frac{3}{2}k_BT$$
$$U = U(T) = N\langle K \rangle$$

Atomær gass: $U = \frac{3}{2}Nk_BT$. Toatomig gass: $U = \frac{5}{2}Nk_BT$

- van der Waals tilstandsligning:

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

- Maxwells hastighetsfordeling:

for hastighetskomponentene:

$$g(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2k_BT}$$

for hastigheten:

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2k_BT}$$

for hastighetens absoluttverdi:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_BT}$$

- Middelverdi (f eks en potens av v_x):

$$\langle v_x^n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} v_x^n g(v_x) dv_x$$

- Standardavvik (f eks i v_x):

$$\Delta v_x = \sqrt{\langle v_x^2 \rangle - \langle v_x \rangle^2}$$

- Gauss-integraler:

$$I_0(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$
$$I_2(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = -\frac{d}{d\alpha} I_0(\alpha) \quad \text{etc}$$

- Det klassiske ekvipartisjonsprinsippet:

Hver frihetsgrad som inngår kvadratisk i energifunksjonen E bidrar med $k_BT/2$ til midlere energi pr partikkel.

- Adiabatisk prosess ($dQ = 0$) for ideell gass:

$$pV^\gamma = \text{konst} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \qquad pT^{-\gamma/(\gamma-1)} = \text{konst} \qquad (\gamma = C_p/C_V)$$

- Virkningsgrad for varmekraftmaskin:
$$\eta = \left|\frac{W}{Q_2}\right|$$
- Virkningsgrad for Carnot-varmekraftmaskin (Carnot-prosess: $Q_2/T_2 + Q_1/T_1 = 0$):
$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$
- Kjøleskap og varmepumpe, effektfaktor:
$$\varepsilon_K = \left|\frac{Q_1}{W}\right| \quad , \quad \varepsilon_V = \left|\frac{Q_2}{W}\right|$$
- Entropi (dQ er reversibelt tilført varme):
$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad \oint dS = 0$$
- Boltzmanns prinsipp:
$$S = k_B \ln \Omega$$
- Clapeyrons ligning:
$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\Delta V}$$
- Damptrykk-kurven:
$$p_d(T) = p_d(T_0)\,\exp\left[\frac{l}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right]$$
(l = molar latent varme, T_0 = valgt referansetemperatur)
- Stefan-Boltzmanns lov (svart legeme: $e = 1$):
$$j(T) = e\,\sigma\,T^4 \qquad (e = \text{emissivitet}; \sigma = 2\pi^5 k_B^4/15h^3c^2 = 5.67\cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4})$$
- Plancks fordelingslov:
$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df}\,df \qquad \text{med} \qquad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3/c^2}{\exp(hf/k_BT) - 1}$$
$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda}\,d\lambda \qquad \text{med} \qquad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_BT) - 1}$$
- Wiens forskyvningslov:
$$\text{Maksimal } dj/d\lambda \text{ for } \lambda T = 2.90\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m\cdot K}$$
- Varmeovergang:
$$j = \alpha\Delta T$$
- Stasjonær varmeledning i en dimensjon (Fouriers lov; κ = varmeledningsevne, a = tykkelse):
$$j = \kappa\Delta T/a$$

- Varmemotstand R ($P = jA =$ effekt):

$$\Delta T = RP = \frac{a}{\kappa A} P \qquad \text{Seriekobling}: \; R = \sum_j R_j \qquad \text{Parallellkobling}: \; \frac{1}{R} = \sum_j \frac{1}{R_j}$$

- U–verdi (T_i: inne, T_u: ute):

$$j = U \; (T_i - T_u)$$

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \, \Delta a_i \right)^2$
- Med enkle potensuttrykk, f eks $q(x, y, z) = x^a y^b z^c$:

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{(a\Delta x/x)^2 + (b\Delta y/y)^2 + (c\Delta z/z)^2}$$

- Middelverdi (gjennomsnittsverdi): $\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \, x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \, (x_i - \overline{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelverdi): $\delta_{\overline{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

DIVERSE

- Konstanter:

$$\begin{aligned} G &= 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \\ g &= 9.81 \text{ m/s}^2 \\ m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ m_p = m_n &= 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ k_B &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ R &= 8.314 \text{ J/mol K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_A &= R/k_B = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ h &= 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ \hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ c &= 3.00 \cdot 10^{8} \text{ m/s} \\ \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \end{aligned}$$

- Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ Å} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ mmHg} &= 133.3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

- Dekadiske prefikser:
  f = femto = 10^{-15}, p = piko = 10^{-12}, n = nano = 10^{-9},
  μ = mikro = 10^{-6}, m = milli = 10^{-3}, c = centi = 10^{-2},
  k = kilo = 10^{3}, M = mega = 10^{6}, G = giga = 10^{9}, T = tera = 10^{12}

- Geometri:
  Areal, sirkulær skive: πr^2. Kuleflateareal: $4\pi r^2$. Kulevolum: $4\pi r^3/3$.

MATEMATIKK

- Krumningsradius:
$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

-
$$\frac{d}{dx}\, e^{\alpha x} = \alpha e^{\alpha x}$$

-
$$\int e^{\alpha x}\, dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$$