

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 1.

Oppgave 1

$$\begin{aligned}d_1 &= 10^{35} \text{ Å} = 10^{35} \cdot 10^{-10} \text{ m} = 10^{25} \text{ m} \\d_2 &= 1000 \text{ ly} = 1000 \cdot 9.461 \cdot 10^{15} \text{ m} = 9.461 \cdot 10^{18} \text{ m} \\d_3 &= 10^{20} \text{ nautiske mil} = 10^{20} \cdot 1852 \text{ m} = 1.852 \cdot 10^{23} \text{ m} \\d_4 &= 0.9144 \cdot 10^{23} \text{ m}\end{aligned}$$

Dermed blir $d_2 < d_4 < d_3 < d_1$. Riktig svar: C.

Oppgave 2

Vi regner om 40 psi til SI-enheten Pa (pascal):

$$40 \text{ psi} = 40 \cdot \frac{0.45359237 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2}{(25.4 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} \simeq 2.76 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 3

Vi må her reise sørover, så med $\hat{y}$ nordover, kan vi uten videre eliminere B, D og E. Hvis du har reist noen ganger mellom Trondheim og Drammen (evt Oslo), vet du at distansen med f.eks bil er et sted mellom 50 og 60 mil. En rett linje mellom de to byene må vel da være en del kortere enn dette, f.eks som i alternativ C, 41 mil. Vi kan regne ut buelengden (der vi antar en kuleformet jordklode):

$$s = R\phi = 6371 \text{ km} \cdot 3.8^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \simeq 423 \text{ km},$$

litt lenger enn en rett linje fra Trondheim til Drammen. Riktig svar: C.

Oppgave 4

Alle tre påstandene er riktige. Nr 1 er vel åpenbart riktig, og det samme gjelder nr 3: Et legeme i rettlinjett bevegelse med konstant fart har null akselerasjon. Hva så med nr 2? Å være i ro er det samme som å ha hastighet lik null. Hvis du kaster en ball rett opp i lufta, er hastigheten null på toppen, der ballen snur. Med andre ord, ballen er i ro på toppen av banen. Men, som kjent, er akselerasjonen hele tiden lik g , tyngdens akselerasjon, med retning ned mot bakken, og altså ikke lik null. Riktig svar: E.

Oppgave 5

Figuren viser at $x(t)$ er en parabel, med negativ krumning. Dermed har akselerasjonen, $a(t) = \ddot{x}(t)$, konstant og negativ verdi. Ved $t = 1 \text{ s}$ ser vi at hastigheten er positiv, $v(t) = \dot{x}(t) > 0$. Riktig svar: B.

Oppgave 6

Ved $t = 4 \text{ s}$ ser vi at hastigheten er negativ, $v(t) = \dot{x}(t) < 0$. Riktig svar: C.

Oppgave 7

Ved $t = 2.5 \text{ s}$ ser vi at hastigheten er lik null, $v(t) = \dot{x}(t) = 0$. Riktig svar: A.

Oppgave 8

Her er du i ren sirkelbevegelse med konstant absoluttverdi av hastigheten, $v = |\mathbf{v}| = 80000 \text{ m}/3600 \text{ s} \simeq 22.2 \text{ m/s}$. Da er din akselerasjon lik sentripetalakselerasjonen,

$$a = a_\perp = v^2/r \simeq (22.2 \text{ m/s})^2/(300 \text{ m}/(2\pi)) \simeq 10 \text{ m/s}^2.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 9

Notasjonsavklaring: $\exp(x)$ er det samme som e^x .

Innsetting av tidspunktet $t = 10.0$ s gir posisjonen

$$x(10.0) = 5.00 \text{ m} \cdot \frac{10.0 \text{ s}}{10.0 \text{ s}} \cdot \exp(-10.0 \text{ s}/10.0 \text{ s}) = 5.00 \text{ m}/e \simeq 1.84 \text{ m}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 10

I det bilen snur, er hastigheten lik null. (Nok en illustrasjon av påstand nr 2 i oppgave nr 4.) Med andre ord,

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{x_0}{\tau} \exp(-t/\tau) \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) = 0,$$

som er oppfylt ved tidspunktet $t = \tau = 10.0$ s. Fra oppgave 9 vet vi at bilen er i posisjon $x = 1.84$ m ved dette tidspunktet. Riktig svar: B.

Oppgave 11

Hmm... Her burde det nok ha vært presisert at det dreier seg om tidsrommet $t \geq 0$. Hvis vi antar det, er det to muligheter: Enten har bilen maksimal hastighet ved $t = 0$, eller ved et senere tidspunkt der akselerasjonen er $a = dv/dt = 0$. Uttrykket for $v(t)$ i forrige oppgave gir $v(0) = x_0/\tau = 0.5$ m/s. Null akselerasjon har vi ved et tidspunkt t bestemt av

$$a = dv/dt = \frac{x_0}{\tau^2} \exp(-t/\tau) \left(\frac{t}{\tau} - 2\right) = 0,$$

dvs ved $t = 2\tau = 20.0$ s. Hastigheten ved dette tidspunktet er

$$v(20.0) = \frac{5.00}{10.0} \text{ m/s} \cdot e^{-2} \cdot (-1) \simeq (-)0.07 \text{ m/s},$$

som er mindre enn $v(0) = 0.5$ m/s. Riktig svar: A.

Oppgave 12

Dette regnet vi ut i forrige oppgave: $a = 0$ ved tidspunktet $t = 20$ s. Riktig svar: E.

Oppgave 13

Vi har sammenhengen $v = \omega r$ mellom hastighet v , vinkelhastighet ω og radius (avstand fra sentrum) r ved sirkelbevegelse. Her er $\omega(0) = \omega_0 = 0.50 \text{ s}^{-1}$ og $r = 5.0$ m, slik at $v(0) = 2.5$ m/s. Riktig svar: C.

Oppgave 14

Sentripetalakselerasjonen ved $t = 0$ er

$$a_{\perp}(0) = \omega_0^2 r = 0.50^2 \cdot 5.0 \text{ m/s}^2 = 1.25 \text{ m/s}^2.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 15

Baneakselerasjonen er

$$a_{\parallel}(t) = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = -\frac{r\omega_0^2}{50} \exp(-\omega_0 t/50),$$

slik at $|a_{\parallel}(0)| = r\omega_0^2/50 = 5.0 \cdot 0.50^2/50 = 0.025 \text{ m/s}^2 = 2.5 \text{ cm/s}^2$. Riktig svar: B.

Oppgave 16

Vinkelakselerasjonen er

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{a_{\parallel}}{r} = -\frac{\omega_0^2}{50} \exp(-\omega_0 t/50),$$

slik at $|\alpha(0)| = \omega_0^2/50 = 0.50^2/50 = 0.005 \text{ s}^{-2}$. Riktig svar: A.

Oppgave 17

En runde tilsvarer en omløpt vinkel 2π . I løpet av et lite tidsrom dt snurrer karusellen en liten vinkel $d\phi = \omega dt$. Tiden t_1 det tar å snurre en runde er da gitt ved ligningen

$$2\pi = \int_0^{t_1} \omega(t) dt = \int_0^{t_1} (-50) \exp(-\omega_0 t/50) dt = 50 - 50 \exp(-\omega_0 t_1/50).$$

Vi trekker fra 50 og dividerer med -50 på begge sider, deretter tar vi $\ln$ på begge sider og dividerer med $-\omega_0/50$ på begge sider. Da sitter vi igjen med

$$t_1 = -\frac{50}{\omega_0} \ln \frac{50 - 2\pi}{50} \simeq 13.4 \text{ s}.$$

En raskere vei til riktig svar finner vi ved å innse at karusellens vinkelhastighet ikke avtar særlig mye i løpet av den første runden. Med konstant vinkelhastighet ω_0 ville omløpstiden (perioden) ha vært $T = 2\pi/\omega_0$, som her blir ca 12.6 s. En svakt avtagende vinkelhastighet gir, som vi ser, en litt lengre tid t_1 for første runde. Riktig svar: B.

Oppgave 18

Vi finner total omløpt vinkel ved å integrere $\omega(t) dt$ fra $t = 0$ til $t = \infty$, siden karusellen ikke stopper helt ($\omega = 0$) før etter uendelig lang tid:

$$\phi_{\text{tot}} = \int_0^{\infty} \omega(t) dt = 50.$$

Divisjon med 2π gir antall hele omløp:

$$N = 50/2\pi \simeq 8.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 19

Her er det ikke nødvendig å regne: Hastighetsvektoren ved "landing" må her ha negativ y -komponent og positiv x -komponent, og det er det bare alternativ C som har. Riktig svar: C.

Oppgave 20

Dette er et skrått kast, som vi så på både i forelesningene og i øving 1. Både maksimal høyde H og horisontal lengde L er proporsjonale med v_0^2 , slik at dobling av utgangshastigheten firedobler både H og L . Samme konklusjon vil du også trekke basert på mekanisk energibevarelse: Dobling av v_0 betyr firedobling av kinetisk energi, og følgelig firedobling av maksimal potensiell energi og maks høyde H . Riktig svar: E.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 2.

Oppgave 1

Sokken er i uniform sirkelbevegelse, og da er alltid akselerasjonen rettet radielt innover (sentrifetalakselerasjon). Med N2 blir da også nettokraften på sokken rettet radielt innover. Riktig svar: C.

Oppgave 2

Nettokraften på de to massene med total masse $4m$ er tyngden til m , dvs mg . Systemets konstante akselerasjon er derfor $a = g/4$. Med startposisjon og starthastighet lik null er $v = at = gt/4$ og $h = at^2/2 = gt^2/8$. Dette gir tiden $t = \sqrt{8h/g}$ for å falle en distanse h , og dermed hastigheten $v = g\sqrt{8h/g}/4 = \sqrt{gh/2}$. Riktig svar: B.

Oppgave 3

Det er ingen akselerasjon i horisontal retning, dvs hastigheten er konstant. Da må $x(t)$ bli en rett linje (med stigningstall forskjellig fra null). Riktig svar: D.

Oppgave 4

Pianoet står i ro. N1 gir da en friksjonskraft lik kraften du dytter med, 700 N. Riktig svar: C.

Oppgave 5

På øyemål er stigningstallet til grafen $x(t)$ omtrent lik 2.5 m/s ved $t = 1$ s. Dette tilsvarer 9 km/h. Da satser vi på 11 km/h. Riktig svar: B.

Oppgave 6

Tyngdens akselerasjon på overflaten av en (kuleformet) planet med masse M og radius R er GM/R^2 . En firedobling av radien og en masse ganget med faktoren 14.5 gir en tyngdeakselerasjon $(GM/R^2) \cdot (14.5/16) \simeq 0.9GM/R^2$. Riktig svar: B.

Oppgave 7

Den som insisterer på at fart er en positiv størrelse, i betydningen hastighetsvektorens absoluttverdi, vil måtte svare alternativ E. Vi andre tenker som så: Ballens fart skifter fortegn i det den spretter i golvet. Den mister gjerne litt mekanisk energi i kollisjonen med golvet og spretter derfor ikke like høyt som til der den ble sluppet. Kurvene A, C og D kan ikke stemme: Ballens fart kan umulig avta lineært mot null mot slutten av sin ferd mot golvet. Kurve B, derimot, ser fin ut. Farten er null når ballen slippes, den øker lineært i absoluttverdi inntil den brått skifter fortegn i det den treffer golvet. Etter kollisjonen med golvet er farten litt mindre i absoluttverdi enn like før kollisjonen. Siste lineære del av kurven beskriver at farten reduseres til null og skifter fortegn på toppen før den faller ned og treffer golvet for andre gang. Riktig svar: B.

Oppgave 8

Vogna har hele tiden kontakt med underlaget og er dermed hele tiden i sirkelbevegelse, riktignok ikke uniform. Akselerasjonsvektoren må peke radielt inn mot sirkelens sentrum både på toppen og ved bunnen av loopen, med størst absoluttverdi der farten er størst, dvs nederst. Bare figur C stemmer med dette. I denne figuren er også pilene på høyre og venstre side rimelige, siden tyngdekraften bidrar til en akselerasjonskomponent rettet nedover, i tillegg til sentrifetalakselerasjonen rettet inn mot sentrum. Riktig svar: C.

Oppgave 9

Klossen ligger i ro, og N1 gjelder, både normalt på og langs med skråplanet. Langs skråplanet virker tyngdens komponent $mg \sin \theta$ nedover og friksjonen f oppover. Følgelig er $f = mg \sin \theta$. Riktig svar: D.

Oppgave 10

Newtons 1. lov anvendt på de to kulene, med positiv retning nedover:

$$\begin{aligned}mg + S - f &= 0 \\ 2mg - S - f &= 0\end{aligned}$$

Her er f luftmotstanden og S er snordraget. Vi trekker 2. ligning fra den første, som eliminerer f og gir snordraget $S = mg/2$. Riktig svar: B.

Oppgave 11

Dersom det hadde vært opplyst at klossen ligger i ro, ville C ha vært riktig svar, pga N1. Og dersom det hadde vært opplyst at klossen var i bevegelse, ville B ha vært riktig svar; da er $f = \mu_k N = \mu_k mg = 0.4 \cdot 10 \cdot 10 = 40$ N. Begge deler er tenkbart, siden $F = 50$ N, som er større enn $\mu_k N$, og samtidig mindre enn $f_{\max} = \mu_s N = 60$ N. Vi kan derfor ikke gi et entydig svar. Riktig svar: E.

Oppgave 12

Her henger alt i ro, og N1 må kunne brukes, for eksempel på knutepunktet der de tre tauene møtes. Vertikalt har vi dermed $S_3 = S_2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}S_2/2$, og horisontalt har vi $S_1 = S_2 \cos 60^\circ = S_2/2$. Med andre ord, $S_2 = 2S_1 = 2S_3/\sqrt{3}$, som gir rekkefølgen $S_2 > S_3 > S_1$. Riktig svar: C.

Oppgave 13

Kun tyngdekraften virker på ballen, så ballens akselerasjon har retning rett ned. Riktig svar: D.

Oppgave 14

Gjenstanden har ingen akselerasjon i retning normalt på skråplanet. Normalkraften fra skråplanet på m er derfor like stor som tyngdens komponent normalt på skråplanet, dvs $mg \cos \theta$. Det at vi dytter med en kraft F parallelt med skråplanet påvirker ikke bevegelsen og "kraftregnskapet" normalt på. Riktig svar: B.

Oppgave 15

Hastigheten er den deriverte av posisjonen:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{2.0 \text{ m}}{\pi} \cdot 4\pi \text{ s}^{-1} \cdot \cos(4\pi \text{ s}^{-1} t + \pi/3),$$

som ved tidspunktet $t = 2.0$ s har verdien

$$8.0 \text{ m/s} \cdot \cos(8\pi + \pi/3) = 8.0 \text{ m/s} \cdot \cos \pi/3 = 4.0 \text{ m/s}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 16

I et fast koordinatsystem er enhetsvektorene $\hat{x}$ og $\hat{y}$ konstante, tidsuavhengige størrelser. Det samme gjelder, som vi ser, ikke for enhetsvektorene i polarkoordinater, $\hat{r}$ og $\hat{\phi}$. Derivasjon av $\hat{r}$ mhp t gir

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = -\omega \hat{x} \sin \omega t + \omega \hat{y} \cos \omega t = \omega \hat{\phi}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 17

Derivasjon av $\hat{\phi}$ mhp t gir

$$\frac{d\hat{\phi}}{dt} = -\omega \hat{x} \cos \omega t - \omega \hat{y} \sin \omega t = -\omega \hat{r}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 18

$[k] = [f/v] = (\text{kg m/s}^2)/(\text{m/s}) = \text{kg/s}$. Riktig svar: E.

Oppgave 19

$[D] = [f/v^2] = (\text{kg m/s}^2)/(\text{m/s})^2 = \text{kg/m}$. Riktig svar: A.

Oppgave 20

Tyngdens komponent parallelt med skråplanet, $mg \sin \alpha$, virker nedover. Friksjonskraften $f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$ (der vi har brukt N1 normalt på skråplanet: $N = mg \cos \alpha$) virker oppover. N2 gir da $a = (mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha)/m = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$. Riktig svar: C.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 3.

Oppgave 1

$W = |\Delta U| = mgh = 1.0 \cdot 9.8 \cdot 10 \text{ J} = 98 \text{ J}$. Riktig svar: D.

Oppgave 2

$K = W$, dvs $mv^2/2 = mgh$, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 10} \text{ m/s} = 14 \text{ m/s}$. Riktig svar: D.

Oppgave 3

Ballens mekaniske energi før den faller ned er $U = mgh$. På bakken er $U = 0$ og $K = mv^2/2$. Differansen må tilsvare friksjonsarbeidet som luftmotstanden har gjort på bordtennisballen:

$$W_f = U - K = m(gh - v^2/2) = 0.0027 \cdot (9.8 \cdot 10 - 2^2/2) \simeq 0.26 \text{ J}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 4

Terminalhastigheten er den maksimale hastigheten et legeme kan oppnå når det faller under påvirkning av tyngdekraft og luftmotstand. Da er hastigheten konstant, og summen avkrefter på legemet er lik null. Dvs:

$$kv = mg \quad \Rightarrow \quad k = mg/v = 0.0027 \cdot 9.8/2 \simeq 0.013 \text{ kg/s} = 13 \text{ g/s}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 5

$$W_f = fx = \mu Nx = \mu mg \cos \alpha \cdot x = 0.2 \cdot 30 \cdot 9.8 \cdot (\sqrt{3}/2) \cdot 5 \simeq 255 \text{ J}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 6

Kassa har falt en høyde $x \cdot \sin \alpha = 5 \cdot 0.5 = 2.5 \text{ m}$ og dermed redusert sin potensielle energi med $\Delta U = 30 \cdot 9.8 \cdot 2.5 = 735 \text{ J}$. Økningen i kassas kinetiske energi er dermed $K = \Delta U - W_f = 735 - 255 = 480 \text{ J}$. Kassas fart ved enden av lasteplanet blir da $v = \sqrt{2K/m} = \sqrt{2 \cdot 480/30} = \sqrt{32} \simeq 5.7 \text{ m/s}$. Riktig svar: C.

Oppgave 7

Her kan vi bruke bevaring av mekanisk energi:

$$mgH = mgD + mv^2/2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2g(H - D)}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 8

Vogna mister kontakten med underlaget hvis normalkraften fra underlaget på vogna (rettet nedover i toppunktet) reduseres til null. Da må tyngdekraften mg alene sørge for å gi vogna en sentripetalakselerasjon $v^2/(D/2) = 2v^2/D$. Følgelig må hastigheten være minst $v_{\min} = \sqrt{gD/2}$. Riktig svar: A.

Oppgave 9

Fra oppgave 7 kjenner vi farten v i loopens topp-punkt, og denne må minst være lik den utregnede $v_{\min}$ i oppgave 8. Dermed:

$$\sqrt{2g(H - D)} \geq \sqrt{gD/2} \quad \Rightarrow \quad H \geq 5D/4.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 10

Normalkraften har utført null arbeid på hopperen, fordi N hele tiden står normalt på forflytningen dr . Riktig svar: A.

Oppgave 11

Ved vinkelen ϕ har hopperen mistet den potensielle energien $mgR \sin \phi$. Bevaring av mekanisk energi gir dermed

$$mv^2/2 = mgR \sin \phi \Rightarrow v = \sqrt{2gR \sin \phi}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 12

Normalkraften N , rettet inn mot sirkelens sentrum, og tyngdekraftens normalkomponent $mg \sin \phi$, rettet bort fra sirkelens sentrum gir til sammen m ganget med sentripetalakselerasjonen v^2/R . Med v fra oppgave 11 har vi da

$$mv^2/R = N - mg \sin \phi \Rightarrow N = 2mg \sin \phi + mg \sin \phi = 3mg \sin \phi.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 13

N2 radielt blir som i oppgave 12, men uten at vi kan si noe om hva farten v er. Men vi *kan* si $v = R\dot{\phi}$, slik at

$$N = mv^2/R + mg \sin \phi = mR\dot{\phi}^2 + mg \sin \phi.$$

N2 tangentielt:

$$mR\ddot{\phi} = mg \cos \phi - f.$$

Med $f = \mu N$, innsetting av uttrykket for N og litt rydding finner vi

$$\ddot{\phi} + \mu\dot{\phi}^2 + \frac{g}{R}(\mu \sin \phi - \cos \phi) = 0.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 14

Tyngdekraften GmM/R^2 må sørge for planetens uniforme sirkelbevegelse, og dermed sentripetalakselerasjonen v^2/R :

$$GmM/R^2 = mv^2/R \Rightarrow v = \sqrt{GM/R}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 15

Her har vi valgt $U(\infty) = 0$. Dermed, i avstand R :

$$U(R) = - \int_{\infty}^R \frac{GmM}{r^2} dr = -\frac{GmM}{R}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 16

Relativ økning i påkrevd kraft S , med en ekstra runde med snor rundt cylinderen:

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\exp(\mu\phi + 2\pi\mu) - \exp(\mu\phi)}{\exp(\mu\phi)} = \exp(2\pi\mu) - 1 = 1.73 = 173\% \simeq 170\%.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 17

All tilført energi går med til å øke bilens kinetiske energi, fra null til sluttverdien $K = mv^2/2 = 1000 \cdot (100/3.6)^2/2 \simeq 386 \text{ kJ}$. Hvis dette skjer i løpet av 6 sekunder, blir midlere tilført effekt $\langle P \rangle = K/t = 386/6 \simeq 64 \text{ kJ/s} = 64 \text{ kW}$. Riktig svar: D.

Oppgave 18

Konstant akselerasjon (av bilens konstante masse) betyr at den ytre kraften F også er konstant. Siden vi kan skrive $P = Fv$, må det bety at instantan effekt P er størst når hastigheten v er størst. Her er det helt til slutt. Riktig svar: E.

Oppgave 19

Vi har $P = Fv = mav = m(dv/dt)v$, dvs $v dv = (P/m) dt$. Denne ligningen kan vi integrere på begge sider, fra 0 til v og fra 0 til t på hhv venstre og høyre side. Dette gir $v^2/2 = Pt/m$, dvs $v(t) = \sqrt{2Pt/m}$. Riktig svar: D.

Oppgave 20

Denne konstante effekten må vel nesten være like stor som den midlere effekten regnet ut i oppgave 17? Dvs, 64 kW. Riktig svar: E.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 4.

Oppgave 1

Fullstendig uelastisk kollisjon betyr at bilene henger sammen som ett legeme etter kollisjonen, med felles hastighet. Denne hastigheten er null, pga at impulsen er bevart, og total impuls til de to bilene er null. Altså går all mekanisk energi tapt. Riktig svar: E.

Oppgave 2

Hvis den ene bilen har impuls mv før kollisjonen, har de to sammenhengende bilene hastighet $v/2$ etter kollisjonen, igjen pga impulsbevarelse. Kinetisk energi før kollisjonen er $mv^2/2$. Etter kollisjonen er den $2m(v/2)^2/2 = mv^2/4$. Altså har halvparten gått tapt. Riktig svar: C.

Oppgave 3

Med bilmasse m og hastigheter hhv v og $v/2$ er total impuls til de to bilene $mv + mv/2 = 3mv/2$. Felleshastigheten etter kollisjonen er dermed gitt ved $2mv' = 3mv/2$, dvs $v' = 3mv/4$. Kinetisk energi før kollisjonen: $K = mv^2/2 + m(v/2)^2/2 = 5mv^2/8$. Etter kollisjonen: $K' = 2m(v')^2/2 = 2m(3mv/4)^2/2 = 9mv^2/16$. Av den opprinnelige $K = 10mv^2/16$ er derfor $1mv^2/16$ gått tapt, dvs 10%. Riktig svar: A.

Oppgave 4

En fotball har masse 0.45 kg. Jeg har sett påstander om at ballen kan komme opp i hastigheter over 50 m/s (dvs bortimot 200 km/h), men det tror jeg vel hva jeg vil om. La oss moderere oss til det halve, ca 25 m/s. Den mest usikre størrelsen er nok kontakttiden mellom sko og ball. Mitt første estimat var noen få hundredels sekunder, f.eks 0.04 s. Det gir en midlere kraft $\langle F \rangle = \Delta p / \Delta t = 0.45 \cdot 25 / 0.04 = 281$ N. I mellomtiden har jeg lest deler av *The biomechanics of soccer: A review*, A. Lees og L. Nolan, Journal of Sports Sciences, volum 16, side 211 - 234 (1998). (Ikke overraskende fra Liverpool John Moores University.) Her refereres det til eksperimenter som antyder kontakttider omkring 10 ms, dvs 0.01 s. I så fall blir midlere kraft omkring 1100 N. Uansett blir alternativ C, omlag 300 N, det eneste aktuelle svaret. Riktig svar: C.

Oppgave 5

Kraften $F(t)$ er symmetrisk omkring tidspunktet $t = 0$, der F er maksimal og lik F_0 . Da er det klart at bordtennisballen snur ved $t = 0$, og at den etter kollisjonen har hastighet 20 m/s motsatt vei. Med andre ord, ballens impulsendring er $\Delta p = m\Delta v = 0.0027 \cdot 40 = 0.108$ kg m/s. Vi har

$$\begin{aligned}\Delta p &= \int_{-\infty}^{\infty} F_0 \exp(-t^2/\tau^2) dt \\ &= F_0 \tau \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) dx \\ &= F_0 \tau \sqrt{\pi},\end{aligned}$$

der vi har substituert $x = t/\tau$ for å få integralet på eksakt samme form som oppgitt i oppgaven. (Da er $dt = \tau dx$.) Dermed er

$$F_0 = \frac{\Delta p}{\tau \sqrt{\pi}} = \frac{0.108}{0.001 \cdot \sqrt{\pi}} \simeq 61 \text{ N}.$$

Tok du denne på strak arm og under 5 minutter, kan du være fornøyd med deg selv. (I motsatt fall – ingen grunn til å fortvile.) Riktig svar: A.

Oppgave 6

Uten friksjon er mekanisk energi bevart. Potensiell energi mgh omdannes til kinetisk energi $mv_0^2/2$, dvs klossens hastighet før kollisjonen med den andre er $v_0 = \sqrt{2gh}$. Systemets impuls er da $mv_0 = m\sqrt{2gh}$, og impulsen er bevart i den fullstendig uelastiske kollisjonen. Dermed: $m\sqrt{2gh} = (m + M)v$, som gir $v = \sqrt{2gh}m/(m + M)$. Riktig svar: D.

Oppgave 7

Friksjonskraften fra underlaget på klossen er $f = \mu N = \mu mg$. Klossen stopper når absoluttverdien av friksjonsarbeidet utført på klossen er lik klossens opprinnelige kinetiske energi. Dermed: $W_f = \mu mgx = mv^2/2$, som betyr at klossen glir en lengde $x = v^2/2\mu g$. (Kun alternativ A har en rimelig avhengighet av hastigheten v .) Riktig svar: A.

Oppgave 8

Avstanden fra deg til massesenteret er i utgangspunktet lik $1/6$ av båtens lengde, dvs 1 m fra deg. Uten ytre krefter blir dette massesenteret liggende i ro, sett utenfra, for eksempel av en som står på land. Hvis du, med dine 80 kg, flytter deg en lengde x i en retning, må båten, med sine 40 kg, flytte seg en lengde $2x$ i motsatt retning. Din forflytning relativt båten er da $3x$, og når du er i motsatt ende av båten, blir $3x = 6$ m, dvs $x = 2$ m. Følgelig har båten nå flyttet seg $2x = 4$ m. Båten stopper straks du stopper. Riktig svar: C.

Oppgave 9

Her kan vi for eksempel legge oksygenatomet i origo og massesenteret (CM) på y -aksen. Da er

$$Y_{\text{CM}} = \frac{2md \cos \alpha}{2m + M} = \frac{2 \cdot 0.96 \cos 52.5^\circ}{18} \text{ \AA} \simeq 0.065 \text{ \AA} = 6.5 \text{ pm}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 10

Massetettheten øker lineært fra null til λ_0 over lengde L , så stangas totale masse må være $M = \lambda_0 L/2$. En liten bit av stanga, i posisjon x og med lengde dx har masse $dm = \lambda(x)dx = \lambda_0 x dx/L$. Massesenteret er da i posisjon

$$X_{\text{CM}} = \frac{2}{\lambda_0 L^2} \int_0^L \lambda_0 x^2 dx = \frac{2}{3} L.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 11

Massesenteret til hver "delstang" ligger på midten, så med venstre ende i origo kan vi regne som om det ligger 1 kg i $x = 0.5$, 2 kg i $x = 1.5$, 3 kg i $x = 2.5$ og 4 kg i $x = 3.5$. Dermed:

$$X_{\text{CM}} = \frac{0.5 + 3 + 7.5 + 14}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{25}{10} = 2.5,$$

dvs meter. Riktig svar: C.

Oppgave 12

I forhold til jordas radius er 1 km for ingenting å regne. Derfor kan vi regne som om all masse er samlet i stangas massesenter, $1/2$ km over bakken: $U = 1500 \cdot 9.8 \cdot 500 \text{ J} = 7.35 \text{ MJ}$. Riktig svar: D.

Oppgave 13

$$U(r) = - \int_R^r \frac{-mMG}{r^2} dr = \left|_R^r \frac{-mMG}{r} = mMG \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right).$$

Riktig svar: B.

Oppgave 14

$$U = \int dU = \int_R^{2R} gR(1 - R/r)(M/R)dr = Mg \left|_R^{2R} (r - R \ln r) = MGR(1 - \ln 2).$$

Riktig svar: A.

Oppgave 15

CM er i origo ved $t = 0$. $1/3$ av den totale massen beveger seg deretter med hastighet V i positiv x -retning. Ved tidspunktet T er derfor $X_{\text{CM}} = VT/3$. Riktig svar: B.

Oppgave 16

Hvis kraften F virker på et system med masse $3M$, blir akselerasjonen til CM konstant og lik $F/3M$. Dermed blir hastigheten til CM ved tidspunktet T lik $FT/3M$. Riktig svar: B.

Oppgave 17

Hvis kraften F virker på et system med masse $3M$, blir akselerasjonen til CM konstant og lik $F/3M$. Dermed blir hastigheten til CM ved tidspunktet T lik $FT/3M$. Riktig svar: B.

Oppgave 18

Alle fire punktmasser er i "kvadrert avstand" $\rho^2 = L^2/2$ fra akse. Dermed:

$$I_0 = 4M\rho^2 = 2ML^2.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 19

Med I_0 fra forrige oppgave og Steiners sats: $I = I_0 + 4M(L/2)^2 = 3ML^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 20

Med I_0 fra forrige oppgave og Steiners sats: $I = I_0 + 4M(L/\sqrt{2})^2 = 4ML^2$. Dermed: $K = I\omega^2/2 = 2ML^2\omega^2$. Riktig svar: B.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 5.

Oppgave 1

Med all masse på akse blir treghetsmomentet mhp akse null. Riktig svar: A.

Oppgave 2

Med to stk punktmasser $16u$ i avstand $1.16 \text{ \AA}$ fra akse blir treghetsmomentet $I_x = 2 \cdot 16u \cdot 1.16^2 \text{ \AA}^2 = 43.1 \text{ u\AA}^2$. Riktig svar: D.

Oppgave 3

Det ene oksygenatomet ligger på akse, de to andre er i avstand $1.28 \text{ \AA} \cdot \sin 58.4^\circ = 1.09 \text{ \AA}$ fra akse. Da blir $I_x = 2 \cdot 16u \cdot 1.09^2 \text{ \AA}^2 = 38.0 \text{ u\AA}^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 4

Tipset gikk i retning av å dele plata inn i små biter med sidekanter dx og dy og masse $dm = M dx dy / L^2$, i posisjon (x, y) , slik at bitens kvadrerte avstand til akse er $\rho^2 = x^2 + y^2$. Integralet over x og y fra $-L/2$ til $L/2$, slik at vi får med hele plata, gir det vi er ute etter:

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} (x^2 + y^2) dx dy M / L^2 \\ &= (M/L) \cdot (1/3) \cdot (L/2)^3 \cdot 2 \cdot 2 \\ &= \frac{1}{6} ML^2 \end{aligned}$$

(Ved integrasjon av x^2 gir integralet over y bare en faktor L , mens $x^3/3$ innsatt øvre og nedre grense gir $2L^3/24$. Tilsvarende for y^2 , med ombytte av x og y .) Riktig svar: C.

Oppgave 5

Tipset baserer seg på at plata ligger i xy -planet, med CM i origo, og med akse langs x -akse. Da kan vi dele opp plata i tynne staver parallelle med x -aksen, med bredde dy , lengde L , masse $dm = ML dy / L^2 = dy M / L$, og i avstand kvadrert lik $\rho^2 = y^2$ fra akse. Da blir

$$I = \int \rho^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} y^2 dy M / L = \frac{1}{12} ML^2.$$

Alternativt kunne vi ha delt plata inn i tynne staver parallelle med y -aksen, med bredde dx , lengde L , masse $dm = dx M / L$, og treghetsmoment $dI = dm L^2 / 12$, kjent fra forelesningene. Da blir

$$I = \int dI = \int_{-L/2}^{L/2} dx \cdot ML / 12 = \frac{1}{12} ML^2.$$

Samme svar, selvsagt. Riktig svar: A.

Oppgave 6

La oss følge tipsene i oppgaven. Trekanten i kvadranten $(x, y) = (+, +)$ har da treghetsmoment mhp x -akse lik

$$\begin{aligned} I_x &= \int_0^{L/\sqrt{2}} y^2 M dy (L/\sqrt{2} - y) / L^2 \\ &= (M/L^2) \Big|_0^{L/\sqrt{2}} \left(\frac{Ly^3}{3\sqrt{2}} - \frac{y^4}{4} \right) \\ &= ML^2 \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{16} \right) \\ &= \frac{1}{48} ML^2. \end{aligned}$$

Dermed $ML^2/12$ for hele plata, siden de fire trekantene bidrar like mye til total treghetsmoment. I likhet med forrige oppgave kan tynne staver legges andre veien, på tvers av x -aksen. Riktig svar: A.

Oppgave 7

Total kinetisk energi er summen av translasjons- og rotasjonsenergi ($c = 2/5$):

$$K = (1 + c)MV^2/2 = (7/10) \cdot 0.130 \cdot 0.50^2 \simeq 0.023 \text{ J} = 23 \text{ mJ}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 8

Snookeykulas spinn:

$$L_s = I_0\omega = \frac{2}{5}MR^2 \cdot \frac{V}{R} = \frac{2}{5}MRV = 0.4 \cdot 0.130 \cdot \frac{52.5 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot 0.50 \simeq 6.8 \cdot 10^{-4} = 0.68 \text{ mJs}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 9

Vinkelen mellom en langside og diagonalen er

$$\alpha = \arctan(1778/3569) = 26.48^\circ.$$

Da er avstanden fra diagonalen til et midthull

$$d = (3569/2) \text{ mm} \cdot \sin 26.48^\circ \simeq 796 \text{ mm}.$$

Banedreieimpulsen relativt et midthull er derfor

$$L_b = MVd = 0.130 \text{ kg} \cdot 0.50 \text{ m/s} \cdot 0.796 \text{ m} \simeq 52 \text{ mJs}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 10

La oss si at de fleste voksne mennesker har masse mellom 50 og 100 kg. Hvis vi deretter skriver treghetsmomentet på formen $I_0 = MR_0^2$, med såkalt "treghetsradius" R_0 , koker dette ned til å anslå et rimelig intervall som dekker treghetsradien for de fleste voksne mennesker. Tja ... la oss satse på at R_0 er minst 10-15 cm og maksimalt 25-30 cm, kanskje? Da vil I_0 ligge mellom

$$I_0^{\min} = 50 \cdot 0.10 \cdot 0.10 = 0.5 \text{ kgm}^2$$

og

$$I_0^{\max} = 100 \cdot 0.30 \cdot 0.30 = 3 \text{ kgm}^2.$$

Alternativ B passer best med dette estimatet. Riktig svar: B.

Oppgave 11

Total kinetisk translasjonsenergi:

$$K_{\text{trans}} = \frac{1}{2}MV^2.$$

Hjuleenes rotasjonsenergi:

$$K_{\text{rot}} = 4 \cdot \frac{1}{2}I_0\omega^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mr^2 \cdot \frac{V^2}{r^2} = mV^2.$$

Dermed:

$$\frac{K_{\text{rot}}}{K_{\text{trans}}} = \frac{m}{M/2} = \frac{2m}{M} = \frac{30}{1000}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 12

N2 for rotasjon om akse gjennom CM: $\tau = \Delta L / \Delta t$, med dreiemoment $\tau = FR$. Her er videre $\Delta L = L_s = I_0 \omega$. Dermed:

$$\omega = \frac{L_s}{I_0} = \frac{\tau \Delta t}{MR^2} = \frac{F \Delta t}{MR} = \frac{45 \cdot 0.5}{5 \cdot 0.3} = 15 \text{ radianer/sekund.}$$

Riktig svar: C.

Oppgave 13

N2 for rotasjon om akse gjennom CM:

$$fR = \tau = I_0 \alpha = MR^2 A / R = MRA \Rightarrow f = MA = 0.1 \cdot 0.6 = 0.06 \text{ N.}$$

Riktig svar: A.

Oppgave 14

N2 nedover langs skråplanet: $Mg \sin \beta - f = MA$, der β er helningsvinkelen. Dermed:

$$\beta = \arcsin \frac{f + MA}{Mg} = \arcsin \frac{2MA}{Mg} = \arcsin \frac{1.2}{9.8} \simeq 7^\circ.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 15

Kassa begynner å gli hvis tyngdens komponent langs skråplanet, $Mg \sin \beta$ overstiger maksimal statisk friksjonskraft $\mu_s N = \mu_s Mg \cos \beta$, der β er helningsvinkelen; dvs når $\beta = \arctan \mu_s$, som her er ca 52 grader. Men her vil det for $\beta > 45$ grader bli et netto dreiemoment mhp nedre fremre hjørne på kassa, og da vil kassa velte. Riktig svar: D.

Oppgave 16

N2: $Ma = Mg - S$, der S er snordraget. N2, rotasjon om CM: $\tau = SR = I_0 \alpha = I_0 a / R$. Her er α jojoens vinkelakselerasjon. Siste ligning gir $S = I_0 a / R^2$, som innsatt i N2 gir $a = g / (1 + I_0 / MR^2)$. Riktig svar: C.

Oppgave 17

Når stanga har rotert en vinkel ϕ virker tyngdekraften på stanga med et dreiemoment relativt akslingen A lik $\tau = Mg(L/2) \sin \phi$, og i følge N2 for rotasjon om A skal dette være lik $I_A \alpha$, der $I_A = ML^2/3$ (oppgitt) og α er vinkelakselerasjonen, som vi skal bestemme. Dermed, $\alpha = (3g/2L) \sin \phi$. Riktig svar: E.

Oppgave 18

Her bør vi umiddelbart forvente at $a = V^2/R$, dvs sentripetalakselerasjonen: Hjulet beveger seg med konstant hastighet mot høyre, som ikke bidrar til dets akselerasjon, samtidig som det roterer med vinkelhastighet $\omega = V/R$, noe som gir akselerasjon V^2/R , med retning inn mot hjulets sentrum, for alle punkter på periferien. Med rett fram regning:

$$\begin{aligned} v_x &= V - R\omega \cos \omega t, & v_y &= R\omega \sin \omega t \\ a_x &= R\omega^2 \sin \omega t, & a_y &= R\omega^2 \cos \omega t \\ a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = R\omega^2 = V^2/R. \end{aligned}$$

Riktig svar: A.

Oppgave 19

Konstant hastighet betyr null nettokraft. Dermed $f = 0$. Riktig svar: E.

Oppgave 20

Hastigheten V avtar. Da avtar også vinkelhastigheten $\omega = V/R$. Da må det være et netto ytre dreiemoment mhp en akse gjennom CM konsistent med dette, og det er det bare friksjonskraften som kan klare. Og da må denne virke *oppover* skråplanet. Riktig svar: A.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 6.

Oppgave 1

De fire stavenes massesenter har lik akselerasjon når netto ytre kraft $\mathbf{F}$ er den samme. Kraftens angrepspunkt har ingen betydning for tyngdepunktbevegelsen. Riktig svar: B.

Oppgave 2

Kloss og spole bryter mållinjen samtidig, av samme grunn som i forrige delspørsmål. Snordraget har en arm (lik spolens radius) relativt spolens massesenter, så spolen utsettes for et ytre dreiemoment relativt massesenteret. Da gir N2 for rotasjon (spinningsatsen) at spolen får en vinkelakselerasjon, dvs den roterer med økende vinkelhastighet. Riktig svar: C.

Oppgave 3

Langs skråplanet virker tyngdens komponent ($mg \sin \alpha$, der α er helningen på skråplanet) nedover, like stor for alle tre, samt friksjonskraften f_i ($i = 1, 2, 3$) fra underlaget, rettet oppover. Nettokraften $mg \sin \alpha - f_i$ bestemmer tyngdepunktets akselerasjon, som tydeligvis har vært størst for legeme 3, og like stor for 1 og 2. Ergo er f_3 mindre enn $f_1 = f_2$. Riktig svar: A.

Oppgave 4

Den største massen må nødvendigvis vinne nappetaket her, og m_1 vil derfor akselereres nedover, m_2 oppover: Rotasjon mot klokka. Snordraget S_1 må være større enn S_2 siden det er snorene som skal få sving på trinsa med treghetsmomentet $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 5

Når snora ikke glir på hjulet har vi "rullebetingelsen" $\omega = v/R$. Riktig svar: B.

Oppgave 6

Skiva har indre dreieimpuls (spinn) mhp CM $L_{\text{hjul}} = I_0\omega = (MR^2/2)v/R = MRv/2$. De to loddene har banedreieimpuls mhp CM hhv $L_1 = m_1Rv$ og $L_2 = m_2Rv$. Alle bidrar med samme fortegn, dvs som vektorer $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ peker alle tre ut av planet. Dermed: $L = MRv/2 + m_1Rv + m_2Rv = (M/2 + m_1 + m_2)Rv$. Riktig svar: A.

Oppgave 7

Uten friksjon mellom snor og hjul blir snordraget S likt i hele snora. N2 gir da $m_1g - S = m_1a$ og $S - m_2g = m_2a$, med positiv retning nedover for m_1 og oppover for m_2 (siden vi vet hvilken vei de to vil bevege seg). Addisjon av disse to eliminerer S og gir $(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$, dvs $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2) = g(1 - b)/(1 + b)$. Riktig svar: E.

Oppgave 8

N2: $F = \Delta p / \Delta t = MV_0 / \Delta t \Rightarrow V_0 = F \Delta t / M = 500 \cdot 0.001 / 0.128 = 3.9 \text{ m/s}$.

Riktig svar: E.

Oppgave 9

Mhp CM er $\tau = 0$ i selve støtet, slik at kula glir uten å rulle i starten. Dermed må friksjonskraften f virke mot venstre, og figur A blir riktig. ($N = Mg$) Riktig svar: B.

Oppgave 10

Vi bruker dreieimpulsbevarelse: $MRV_0 = MRV + I_0\omega$ som med ren rulling ($V = \omega R$) og oppgitt treghetsmoment I_0 gir $MRV_0 = MRV + 2MRV/5 = 7MRV/5$, dvs $V = 5V_0/7$. Riktig svar: E.

Oppgave 11

Null hastighet betyr kinetisk energi $K = 0$, og siden $E = K + U$, er det klart at $v = 0$ betyr at $U = E$. Riktig svar: C.

Oppgave 12

For harmonisk svingning, $x(t) = x_0 \sin \omega t$, er akselerasjonen $a(t) = -\omega^2 x_0 \sin \omega t = -\omega^2 x(t)$ i motfase med posisjonen x . Dette stemmer med graf nr 2. Riktig svar: B.

Oppgave 13

For harmonisk svingning, $x(t) = x_0 \sin \omega t$, er akselerasjonen $a(t) = -\omega^2 x(t)$, slik at $T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{40} = \pi/\sqrt{10} \simeq 1$ s. Riktig svar: A.

Oppgave 14

Total mekanisk energi er $kA^2/2$ for en enkel harmonisk oscillator med amplitude A og fjærkonstant k . Potensiell energi er $kx^2/2$, slik at med $x = A/2$ utgjør potensiell energi 1/4 av total energi. Riktig svar: C.

Oppgave 15

Her har vi med god tilnærming $\omega = \sqrt{k/m} \simeq \sqrt{800/(1.66 \cdot 10^{-27})} \simeq 2\pi \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, slik at $f \simeq 10^{14} \text{ Hz}$. Riktig svar: D.

Oppgave 16

Her har vi $f = \omega/2\pi = \sqrt{k/m}/2\pi = \sqrt{4600/(16 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27})}/2\pi \simeq 6.6 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$. Riktig svar: C.

Oppgave 17

Energibevarelse gir $mv^2/2 = kx_2^2/2$, dvs $v = |x_2|\sqrt{k/m} = 0.05 \cdot \sqrt{500/2.5} = 0.05 \cdot 10\sqrt{2} \simeq 0.71 \text{ m/s}$. Riktig svar: A.

Oppgave 18

Med strekk x_0 er $E = U = kx_0^2/2$. Med maksimal hastighet v er $E = K = mv^2/2$. dermed: $v = x_0\sqrt{k/m} = x_0\omega$. Riktig svar: A.

Oppgave 19

Vi har $x = x_0 \sin \omega t$, $v = \omega x_0 \cos \omega t$ og $a = -\omega^2 x_0 \sin \omega t$. Dermed er

$$(v/\omega)^2 + (a/\omega^2)^2 = x_0^2,$$

dvs

$$x_0 = \sqrt{(v/\omega)^2 + (a/\omega^2)^2}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 20

Avlesning fra figuren gir uten videre at $x(0) = 0.6 \text{ m}$, og at $\dot{x}(0) > 0$. Bare alternativ C kan stemme med dette. Riktig svar: C.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 7.

Oppgave 1

Newtons 2. lov for rotasjon om fast akse,

$$\tau = \dot{L} = I\dot{\omega} = I\ddot{\theta},$$

med dreiemoment $\tau = -D\theta$ gir ligningen

$$-D\theta = I\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{D}{I}\theta = 0.$$

Dette er en harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega_0 = \sqrt{D/I}$, og dermed svingetid $T = 2\pi\sqrt{I/D}$. Riktig svar: A.

Oppgave 2

Steiners sats gir at kulas treghetsmoment mhp en akse gjennom festepunktet er

$$I = I_0 + Md^2 = \frac{2}{5}MR^2 + M(3R/2)^2 = \frac{53}{20}MR^2.$$

Svingetiden blir dermed

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{53R}{30g}},$$

som med $R = 0.05$ m og $g = 9.81$ m/s² gir $T = 0.6$ s. Riktig svar: C.

Oppgave 3

Steiners sats gir at kulas treghetsmoment mhp en akse gjennom festepunktet er

$$I = I_0 + Md^2 = \frac{2}{3}MR^2 + M(2R)^2 = \frac{14}{3}MR^2.$$

Svingetiden blir dermed

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{7R}{3g}}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 4

Newtons 2. lov gir her ligningen

$$-kx - b\dot{x} = m\ddot{x},$$

som f.eks kan skrives

$$m\ddot{x} + kx = -b\dot{x}.$$

Vi regner så ut dE/dt (med bruk av kjerneregelen for derivasjon):

$$\frac{dE}{dt} = m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = \dot{x}(m\ddot{x} + kx).$$

Her kan de to leddene i parentes erstattes av $-b\dot{x}$, slik at $|dE/dt| = b\dot{x}^2$. Riktig svar: E.

Oppgave 5

Nei, det er nok ikke bare å stille seg oppå ei fjærvekt og lese av tyngden, og dermed massen, når det ikke lenger er noen tyngdekraft til stede! Men med en enkel harmonisk oscillator går det fint. Stolen har, med $m_0 = 42$ kg og $T_0 = 0.79$ s, fjærkonstant

$$k = \frac{4\pi^2 m_0}{T_0^2} = 2657 \text{ N/m.}$$

Stol pluss astronaut har dermed, med $T_1 = 1.36$ s, masse

$$m_1 = \frac{kT_1^2}{4\pi^2} = 124 \text{ kg.}$$

Astronautens masse er da 82 kg. Riktig svar: C.

Oppgave 6

Ligningen for ladningen Q på kondensatoren kan skrives på formen

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0,$$

og vi gjenkjenner en harmonisk oscillator med frekvens

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 7

Ligningen for ladningen q viser at $1/C$ spiller samme rolle som k , L spiller samme rolle som m , og R spiller samme rolle som b . Dermed: $Q = \sqrt{L/CR^2}$. Riktig svar: A.

Oppgave 8

Max utsving fra likevekt er 1.0 mm. Riktig svar: E.

Oppgave 9

$\lambda = 2.0$ m. Riktig svar: A.

Oppgave 10

$v = 0.5$ m/0.2 s = 2.5 m/s. Riktig svar: B.

Oppgave 11

$f = v/\lambda = 2.5$ m/s/2.0 m = 1.25 Hz. Riktig svar: C.

Oppgave 12

Et gitt element av strengen utfører en harmonisk svingning, f.eks $y(t) = y_0 \sin \omega t$, slik at $\dot{y} = \omega y_0 \cos \omega t$, dvs maksimal vertikal hastighet er $2\pi f y_0 = 2\pi \cdot 1.25 \cdot 1.0$ mm/s = 7.9 mm/s. Riktig svar: B.

Oppgave 13

Siden $y(0, 0) = y_0 \cos \phi = 0$, er $\phi = \pi/2$. Riktig svar: C.

Oppgave 14

$v = \lambda f = 0.4 \cdot 100 = 40$ m/s. Riktig svar: A.

Oppgave 15

Maksimal vertikal hastighet er $2\pi f y_0 = 2\pi \cdot 100 \cdot 1$ mm/s = 63 cm/s. Riktig svar: C.

Oppgave 16

$S = v^2 M/L = 100^2 \cdot 0.025/2 = 125$ N. Riktig svar: B.

Oppgave 17

Fjærkraften kA må overstige maksimal friksjonskraft $\mu_s N = \mu_s mg$, dvs $A > \mu_s mg/k$. Riktig svar: A.

Oppgave 18

Med svak damping er $1/\tau \ll \omega$, slik at vi kan skrive $x(t) \simeq A \cos(\omega t + \phi)$ i starten. Dermed er

$$\ddot{x}(t) \simeq -\omega^2 x(t) = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x(t)$$

i starten. Fra figuren ser vi at $T \simeq 4$ s og $x(0) = 0.6$ m. Dette gir en akselerasjon ca - 1.5 m/s² i starten. Riktig svar: B.

Oppgave 19

På to hele perioder, fra 1. til 3. topp, reduseres amplituden fra ca 0.92 m til ca 0.42 m. Dermed:

$$\frac{x(t+2T)}{x(t)} = e^{-2T/\tau} = \frac{0.42}{0.92},$$

som gir (med $T = 4$ s)

$$\tau \simeq \frac{2T}{\ln(0.92/0.42)} \simeq 10 \text{ s.}$$

Riktig svar: B.

Oppgave 20

Den kinetiske energien til en harmonisk oscillator svinger med dobbelt så stor frekvens og dermed halvparten så stor periode som utsvinget. Derfor er B ikke riktig. Riktig svar: B.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 8.

Oppgave 1

$$v = \sqrt{Y/\rho} = \sqrt{83 \cdot 10^9 / 10.5 \cdot 10^3} \simeq 2.8 \text{ km/s.}$$

Riktig svar: C.

Oppgave 2

Siden v er proporsjonal med $\sqrt{T}$, er $dv/dT = v/2T$, dvs $\Delta v/\Delta T = v/2T$, dvs $\Delta v/v = \Delta T/2T = -6/(2 \cdot 275) \simeq -0.01$. Riktig svar: D.

Oppgave 3

Vi har $v_T = \sqrt{3kT/m}$ og $v = \sqrt{\gamma kT/m}$. Her er $\gamma = C_p/C_V$, dvs forholdet mellom gassens varmekapasitet målt ved hhv konstant trykk p og ved konstant volum V (den såkalte adiabatkonstanten). Vi ser da at v_T og v er av samme størrelsesorden. Riktig svar: B.

Oppgave 4

For atomære gasser er adiabatkonstanten $\gamma = 5/3$. Dermed er lydhastigheten

$$v = \sqrt{(5/3)kT/m} = \sqrt{(5/3) \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 / (20.18 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27})} = 433 \text{ m/s.}$$

Riktig svar: A.

Oppgave 5

Hvis I økes til $20I$, endres lydtryknivået fra $\beta_0 = 10 \log(I/I_0)$ til

$$\beta_1 = 10 \log(20I/I_0) = 10 \log(I/I_0) + 10 \log 20 = \beta_0 + 13 \text{ dB.}$$

Riktig svar: B.

Oppgave 6

Lydhastigheten avhenger kun av temperaturen, dvs uendret når T ikke endres. Riktig svar: A.

Oppgave 7

Siden $I(r) \sim 1/r^2$, er $I(10)/I(40) = 16$. Dermed:

$$\beta(10) = 10 \log(I(10)/I_0) = 10 \log(16I(40)/I_0) = 10 \log 16 + 10 \log(I(40)/I_0) = 12 \text{ dB} + 60 \text{ dB.}$$

Riktig svar: B.

Oppgave 8

$\lambda = 2L = 1.30 \text{ m}$. $v = \sqrt{S/\mu} = \sqrt{130 \cdot 0.65 / 6.5 \cdot 10^{-3}} \text{ m/s} = 114 \text{ m/s}$. Da er $f = v/\lambda = 87.7 \text{ Hz}$. Riktig svar: E.

Oppgave 9

$\lambda = 2L = v/f$, slik at $L = v/2f = 340/136 = 2.5 \text{ m}$. Riktig svar: D.

Oppgave 10

1. overtone har $\lambda = L$, halvparten av bølgelengden til grunntonen. Da er frekvensen det dobbelte, 136 Hz. Riktig svar: A.

Oppgave 11

$\mathbf{k}$, bølgetallsvektoren, angir bølgens forplantningsretning, se forelesningene. Riktig svar: B.

Oppgave 12

Intensiteten er produktet av midlere energi pr volumenhet og bølgehastigheten, dvs $I = 340 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$. Det gir et lydtrykknivå

$$\beta = 10 \log(340 \cdot 10^{-6} / 10^{-12}) \simeq 85 \text{ dB}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 13

$$k = \sqrt{0.5^2 + 1.0^2 + 1.5^2} = 1.87 \text{ m}^{-1},$$

slik at $\lambda = 2\pi/k \simeq 3.4 \text{ m}$. Riktig svar: B.

Oppgave 14

Den aktuelle vinkelen α introduseres via skalarproduktet mellom $\mathbf{k}$ og $k_x \hat{x}$:

$$\mathbf{k} \cdot k_x \hat{x} = k k_x \cos \alpha.$$

Her er venstre side k_x^2 , slik at

$$\cos \alpha = k_x / k \Rightarrow \alpha = 74^\circ.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 15

Vi har $\Delta p = -B(\partial \xi / \partial x)$, som med $\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$ gir $\Delta p = -Bk\xi_0 \cos(kx - \omega t)$, med amplitude $Bk\xi_0$. Riktig svar: C.

Oppgave 16

$B = -dp/(dV/V) = -Vdp/dV = -Vd(NkT/V)/dV = NkT/V = p$, slik at $\kappa = 1/B = 1/p \simeq 1/10^5 = 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$. Riktig svar: A.

Oppgave 17

$\Delta p = -B\Delta V/V = 1.6 \cdot 10^{11} \cdot 0.01 = 1.6 \cdot 10^9 \text{ Pa}$. Starttrykket på 1 atm er neglisjerbart i forhold til dette, så $\Delta p = p - p_0 \simeq p = 16000 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 16000 \text{ atm}$. Riktig svar: C.

Oppgave 18

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \cdot 0.025 \cdot (2\pi)^2 \cdot 25^2 \cdot 0.004^2 = 0.0049 \text{ J/m} \simeq 5 \text{ mJ/m}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 19

For sylinderbølger har vi $I(r) \sim 1/r$, slik at $I(4r)/I(r) = 1/4$. Dermed:

$$\beta(4r) - \beta(r) = 10 \log(I(4r)/I_0) - 10 \log(I(r)/I_0) = 10 \log(I(4r)/I(r)) = -10 \log 4 \simeq 6 \text{ dB}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 20

$\lambda_1 = 2L$, $\lambda_2 = L$, ..., $\lambda_5 = 2L/5 = 160/5 = 32 \text{ cm}$. Riktig svar: C.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 9.

Oppgave 1

Intensiteten I i en bølge er proporsjonal med kvadratet av amplituden ξ . Prinsippet om energibevarelse avgjør hvordan I , og dermed ξ , avtar med avstanden r fra bølgekilden. Kulebølgers energi passerer gjennom kuleflater med areal A som øker proporsjonalt med r^2 . Dermed er $I(r) \sim 1/r^2$, og $\xi(r) \sim 1/r$. Riktig svar: E.

Oppgave 2

Se oppgave 1. For sylinderbølger er $A(r) \sim r$, slik at $I(r) \sim 1/r$ og $\xi(r) \sim 1/r^{1/2}$. Riktig svar: D.

Oppgave 3

Se oppgave 1. For plane bølger er A uavhengig av r , slik at også I og ξ blir uavhengig av r . Riktig svar: C.

Oppgave 4

Avstanden mellom bølgetopper i retning $\mathbf{k}$ er rett og slett bølgelengden $\lambda = 2\pi/k$, og her er $k = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21} \text{ m}^{-1}$. Dermed er $\lambda = 1.37 \text{ m}$. Riktig svar: B.

Oppgave 5

Avstanden mellom bølgetopper målt i x -retning er $2\pi/k_x = 3.14 \text{ m}$. Riktig svar: E.

Oppgave 6

Hvis vi ser parallelt med z -aksen, ser vi et todimensjonalt bølgemønster der det relevante bølgetallet er $k_{xy} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \sqrt{5} \text{ m}^{-1}$. Avstanden fra bølgetopp til bølgetopp i denne projeksjonen blir dermed $2\pi/\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = 2\pi/\sqrt{5} = 2.81 \text{ m}$.

Men: Det er ikke denne lengden oppgaven spør etter. Oppgaven spør etter avstanden fra en bølgetopp til den neste dersom vi "spaserer" langs linjen $x = y$. Og det er uten videre klart at denne lengden må være noe større enn 2.81 m. Som vektor peker k_{xy} i en retning som danner en vinkel α med x -aksen, slik at $\tan \alpha = k_y/k_x = 1/2$, med andre ord $\alpha = 26.6^\circ$. Siden linjen $x = y$ danner en vinkel 45° med x -aksen, blir det en vinkel $\beta = 45^\circ - \alpha = 18.4^\circ$ mellom vektoren k_{xy} og linjen $x = y$. Og vi må dermed dividere de ovennevnte 2.81 m med $\cos 18.4^\circ = 0.949$ for å komme fram til den etterspurte lengden. Svaret blir dermed 2.96 m.

Riktig svar: D.

Oppgave 7

Ved normale betingelser er $v = 340 \text{ m/s}$, så med bølgelengden 1.37 m fra oppgave 4 får vi frekvensen $f = v/\lambda = 340/1.37 = 248 \text{ Hz}$. Riktig svar: D.

Oppgave 8

Lydhastigheten i vannet er $v_v = \sqrt{2.15 \cdot 10^9/1000} = 1466 \text{ m/s}$. Da blir bølgelengden $\lambda = 1466/248 = 5.9 \text{ m}$. Riktig svar: A.

Oppgave 9

Intensiteten er proporsjonal med kvadratet av både frekvensen og amplituden. En halvering av begge disse størrelsene må da redusere intensiteten til 1/16 av den opprinnelige. Dette tilsvarer en reduksjon med ca 94%. Riktig svar: D.

Oppgave 10

Lydtrykknivået faller med

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = 10 \log(I_1/I_2) = 10 \log 16 = 12 \text{ dB}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 11

Bølgens mekaniske energi pr lengdeenhet kan f.eks uttrykkes som

$$\varepsilon = S \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2,$$

der S er strekk-kraften og y er utsvinget. Her er $|\partial y / \partial x| = 2y_0/L$, dvs konstant, slik at $E = \varepsilon L = 4Sy_0^2/L$.
Riktig svar: B.

Oppgave 12

$\Delta f = 5 \text{ Hz}$. $f = v/\lambda = \sqrt{SL/m}/\lambda = a \cdot \sqrt{S}$, slik at $\Delta f/f = \Delta S/2S$. Dermed:

$$\Delta S/S = 2\Delta f/f = 2 \cdot 5/250 = 4/100 = 4\%.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 13

Vi finner først lydhastigheten i vannet: $v_V = \sqrt{B/\rho} = 1449 \text{ m/s}$. Tilsvarende i lufta er oppgitt, $v_L = 340 \text{ m/s}$. Med t = tiden det tok for lydbølgen i vann har vi $v_V t = v_L(t + 2)$ som gir $t = 2v_L/(v_V - v_L) = 0.613$ s. Avstanden er derfor $x = v_V t = 1449 \cdot 0.613 = 888 \text{ m}$. Riktig svar: B.

Oppgave 14

Her er frekvensen til grunntonen $\sqrt{150/0.003}/2.00 = 111.8 \text{ Hz}$. Vi må gange dette med 7 for å få den aktuelle frekvensen 783 Hz, som dermed tilsvarer en stående bølge med 7 halve bølgelengder på strengens lengde. Med andre ord, 6 noder inne på strengen. Riktig svar: B.

Oppgave 15

Vi har $\varepsilon_K = \mu(\partial y / \partial t)^2/2$ og $\varepsilon_U = S(\partial y / \partial x)^2/2$. Derivasjon av oppgitt y gir

$$\varepsilon_K = 2y_0^2 \mu \omega^2 \sin^2 kx \sin^2 \omega t$$

og

$$\varepsilon_U = 2y_0^2 S k^2 \cos^2 kx \cos^2 \omega t.$$

Men siden $\mu\omega^2 = Sk^2$, kan vi skrive om sistnevnte til

$$\varepsilon_U = 2y_0^2 \mu \omega^2 \cos^2 kx \cos^2 \omega t.$$

Midling over en periode gir en faktor 1/2 for begge energileddene. Vi har at $\sin^2 kx = 0$ i nodene og $\sin^2 kx = 1$ i bukene, mens for $\cos^2 kx$ er det omvendt. Dermed blir alternativ D korrekt. Riktig svar: D.

Oppgave 16

Uansett om vi midler i rom eller tid blir midlere total energi pr lengdeenhet lik $y_0^2 \mu \omega^2 = y_0^2 S k^2$. Riktig svar: A.

Oppgave 17

Grunntonens bølgelengde er 4 ganger rørets lengde. Da er frekvensen $f = 340/4 \cdot 3 = 340/12 = 28 \text{ Hz}$. Riktig svar: B.

Oppgave 18

$$f_O = \frac{340 + 20}{340} \cdot 400 = 424 \text{ Hz.}$$

Riktig svar: C.

Oppgave 19

Veggen hører og reflekterer frekvensen

$$f_{\text{vegg}} = (340/330) \cdot f_{\text{utsendt}}.$$

Flaggermusen hører dermed frekvensen

$$f_{\text{flaggermus}} = \frac{340 + 10}{340} \cdot \frac{340}{330} \cdot f_{\text{utsendt}} = \frac{350}{330} f_{\text{utsendt}}.$$

Dvs i området 10.6 til 106 kHz. Riktig svar: E.

Oppgave 20

$(340 + 10)/(340 - 10) = 1.06$, dvs dere kan generere et dopplerskift på 6%. Konklusjonen bli den samme dersom dere løper fra hverandre. Riktig svar: C.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 10.

Oppgave 1

Amplituden

$$A = 2y_0 \cos \frac{\Delta\phi}{2} = 2y_0 \cos 45^\circ = \sqrt{2}y_0.$$

Intensitet med 1 kilde er $I_1 = Cy_0^2$. Med 2 kilder: $I_2 = CA^2 = 2Cy_0^2 = 2I_1$. Riktig svar: D.

Oppgave 2

Avstanden mellom de to lydkildene må nå være et odde antall halve bølgelengder, $d = (n+1/2)\lambda$, slik at $\lambda = d/(n+1/2)$. Med $d = 1.0$ m betyr dette at lydbølgene har bølgelengde maksimalt lik 2.0 m. Riktig svar: D.

Oppgave 3

Spalteavstanden er $d = 1/300$ mm = $1/300000$ m. Vinkelen som svarer til 1. ordens maksimum er bestemt av $\tan \theta_1 = y_1/L = 113/700$, slik at $\theta_1 = 9.17^\circ$. Dermed er $\lambda = d \sin \theta_1 = 531$ nm. Riktig svar: D.

Oppgave 4

Med en sveveperiode på 0.25 s, dvs en svevefrekvens 4 Hz har bratsjstrengen en frekvens som er enten 4 Hz høyere eller 4 Hz lavere enn stemmegaffelens frekvens, dvs enten 436 eller 444 Hz. Strengen må enten strammes eller slakkes litt. Riktig svar: D.

Oppgave 5

Når bølgelengden er 2 m, er det snakk om tyngdebølger, med $\omega(k) = \sqrt{gk}$. Da er gruppehastigheten $v_g = d\omega/dk = \sqrt{g/k}/2 = \sqrt{g\lambda/8\pi}$, som her blir 0.88 m/s. Det tar da en tid $300/0.88$ s = 340 s, dvs 5 min 40 sek, for bølgetoget å nå land. Riktig svar: A.

Oppgave 6

Siden fasehastigheten her er $v_f = \omega/k = \sqrt{g/k} = 2v_g$, vil det skapes 10 nye bølgetopper bakerst i bølgetoget på den tiden det tar bølgetoget å passere din posisjon. Følgelig vil du merke ca 20 bølgetopper. Riktig svar: C.

Oppgave 7

For ideell gass med konstant volum og stoffmengde gjelder $p_1/T_1 = p_2/T_2$. Dermed er $p_2 = 1 \cdot 373/295$ atm $\simeq 1.26$ atm. Riktig svar: C.

Oppgave 8

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{Nk_B T}{p} \right) = \frac{Nk_B}{pV} = \frac{1}{T} = \frac{1}{300} \simeq 3 \cdot 10^{-3},$$

med enheten 1/K (dvs pr kelvin). Riktig svar: B.

Oppgave 9

$$B = \left(-\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \right)^{-1} = -V \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{Nk_B T}{V} \right) = \frac{Nk_B T}{V} = p = 1 \text{ atm} \simeq 10^5 \text{ Pa}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 10

$$T(10) = 300 \text{ K} \cdot \frac{30}{40} = 225 \text{ K}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 11

$$\begin{aligned} p(10) &= p(0) \exp\left(-\frac{\langle m \rangle g}{k_B} \int_0^{10} \frac{dz}{H(z)}\right) \\ &= p(0) \exp\left(-\frac{\langle m \rangle g}{k_B T_0} \int_0^{10} \frac{(z+h)dz}{h}\right) \\ &= p(0) \exp\left(-\frac{\langle m \rangle g}{k_B T_0} \Big|_0^{10} \frac{(z+h)^2}{2h}\right) \\ &= p(0) \exp\left(-\frac{\langle m \rangle g}{k_B T_0} \left(\frac{1600}{60} - \frac{900}{60}\right)\right) \\ &= 1 \text{ atm} \exp\left(-\frac{0.029 \cdot 9.81}{8.314 \cdot 300} \left(\frac{70}{6}\right)\right) \\ &\simeq 0.26 \text{ atm} \end{aligned}$$

Riktig svar: D.

Oppgave 12

Tyngden pr flateenhet av 10 m dypt vann er

$$Mg/A = \rho gh A/A = \rho gh = 1000 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5,$$

som blir trykkøkningen i SI-enheten Pa, fra overflaten og ned til dybde 10 m. Dvs, en trykkøkning på ca 1 atm, og dermed et trykk ca 2 atm. Riktig svar: B.

Oppgave 13

Det minste trykket du kan skape der vannet kommer ut i maksimal høyde over brønnvannets overflate er $p = 0$. Ved brønnvannets overflate er $p_0 = 10^5$ Pa, slik at $h_{\max} = p_0/\rho g = 10^5/10^4 = 10$, dvs 10 m. Riktig svar: C.

Oppgave 14

Metningstrykket ved null grader celsius er 612 Pa, så med 65% relativ luftfuktighet er partialtrykket til vanndampen $0.65 \cdot 612$ Pa. Ideell gass tilstandsligning gir at antall mol vann pr volumenhet er $n/V = p/RT$. Mengden vann pr volumenhet blir derfor (med molar masse 18 g)

$$m = 18 \cdot 0.65 \cdot 612/8.314 \cdot 273 = 3.2,$$

i enheten gram pr kubikkmeter. Riktig svar: A.

Oppgave 15

Tapt varmeeffekt:

$$P = \Delta T/R_Q,$$

der varmemotstanden er

$$R_Q = L/\kappa A.$$

Her er L istykkelsen, κ er isens varmeledningsevne, og A er iglotoaketets areal. Og her er $L = 0.20$ m, $\kappa = 2.2$ W/Km og $A = 2\pi r^2 = 2 \cdot 50 = 100$ m². Dermed:

$$P = \frac{30 \cdot 2.2 \cdot 100}{0.20} = 33000 \text{ W} = 33 \text{ kW}.$$

Riktig svar: E.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 11.

Oppgave 1

En klar, mørk nattehimmel stråler som et svart legeme med en effektiv temperatur mellom 10 og 30 kuldegrader. Frontruta, som står betydelig på skrå, har en forholdsvis stor romvinkel mot himmelen, og dette har tydeligvis vært nok til å senke frontrutas temperatur så mye at vanndamp i lufta har begynt å omdannes til is. Med andre ord, luftas absolutte vanninnhold har oversteget det som tilsvarer metningstrykket ved den temperaturen som lufta like ved frontruta har hatt gjennom natta. Siden det ikke har frosset til på siderutene, tyder det på at disse har holdt en temperatur som tilsvarer et metningstrykk som er høyere enn det faktiske vanndamptrykket i nattelufta. Disse rutene har en mindre romvinkel mot himmelen, og har netto strålt mot en høyere temperatur enn det frontruta har gjort. Vi må konkludere med at garasjeveggen har strålt mot siderutene med en høyere temperatur enn nattehimmels temperatur. Riktig svar: B.

Oppgave 2

Se forelesningsnotatene. Riktig svar: C.

Oppgave 3

$$Q = Pt = jAt = U\Delta TAt = 0.25 \cdot 32 \cdot 9 \cdot 3600 = 259 \cdot 10^3,$$

dvs et varmetap på 259 kJ pr time. Riktig svar: B.

Oppgave 4

Varmekapasiteten pr mol er av størrelsesorden R , gasskonstanten, mens den pr molekyl er av størrelsesorden k_B , Boltzmanns konstant. Riktig svar: E.

Oppgave 5

RMS-hastigheten til molekyler i en gass er proporsjonal med $\sqrt{T}$. En økning i T fra 243 K til 303 K betyr dermed at rms-hastigheten øker med faktoren $\sqrt{303/243} \simeq 1.12$, dvs 12%. Riktig svar: A.

Oppgave 6

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{3RT/M} = \sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 243/0.004} = 1231 \text{ m/s}.$$

Her er det brukt molar masse lik 0.004 kg for helium. Riktig svar: E.

Oppgave 7

$$n = pV/RT = 2.50 \cdot 10^5 \cdot 2.45 \cdot 10^{-3}/8.314 \cdot 350 \simeq 0.21 \text{ mol}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 8

Forholdet mellom slutt- og startvolum er $V_2/V_1 = 6.66/2.45 \simeq e$, slik at

$$W = nRT \ln(V_2/V_1) = 0.21 \cdot 8.314 \cdot 350 \cdot 1 = 613 \text{ J}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 9

For ideell gass er indre energi U kun en funksjon av temperaturen, og her er den konstant. Dermed er $Q = W = 613 \text{ J}$. Riktig svar: D.

Oppgave 10

Slutt-trykk: $p_2 = p_1 V_1/V_2 = 2.50 \cdot 2.45/6.66 = 0.92$ bar. Riktig svar: C.

Oppgave 11

I en adiabatisk prosess i en ideell gass er $TV^{\gamma-1}$ en konstant størrelse. Her er $\gamma = C_p/C_V$ adiabatkonstanten, og for toatomige gasser er $\gamma = 7/5$. Og med $V_1/V_2 = 1/2$ blir $T_2 = 293 \cdot (1/2)^{0.4} = 222$ K, eller 51 kuldegrader. Riktig svar: A.

Oppgave 12

For prosess 2 er produktet pV konstant, dvs prosessen er en isoterm. Dermed er riktig svar enten A eller C. Prosess 1 er ikke en isoterm, så vi kan allerede konkludere med at riktig svar er C. For en adiabat er pV^γ en konstant, dvs $Vp^{1/\gamma}$ er en konstant. Prosess 1 er dermed en adiabat dersom $\gamma = 5/3$:

$$V_2 = V_1 \cdot (p_1/p_2)^{1/\gamma} = 4 \cdot (1/3)^{3/5} = 2 \text{ L.}$$

Strengt tatt bør vi vel bytte ut *er* med *kan være* i setningene ovenfor, siden det er mulig med helt andre typer prosesser fra en gitt start-tilstand til en gitt slutt-tilstand. Men oppgaven gikk kun ut på finne ut den ene påstanden som kunne være riktig. Riktig svar: C.

Oppgave 13

Maksimal teoretisk virkningsgrad finner vi ved å anta at vi har å gjøre med en Carnot-prosess. Her er $T_2 = 773$ K og $T_1 = 293$ K, slik at $\eta_{\max} = 1 - T_1/T_2 = 1 - 293/773 \simeq 0.62$. Riktig svar: D.

Oppgave 14

Ny virkningsgrad er $1 - 293/873 = 0.664$. Finner tilført varme Q_2 med utgangspunkt i effekten oppnådd med gamle rør: $Q_2 = 1/0.621$ GW. Effekt med nye rør: $W = 0.664Q_2 = 0.664/0.621 = 1.07$ GW. Med andre ord, en økning på 70 MW, som på et år tilsvarer $6.132 \cdot 10^8$ kWh. (1 år = $365 \cdot 24$ timer.) Ei halv krone pr kWh betyr følgelig at nye rør og turbiner vil gi en økt fortjeneste på ca 300 MNOK pr år. Ikke verst! Riktig svar: E.

Oppgave 15

$Q_2 = W/\eta = 2.5$ GW, slik at $|Q_1| = |W - Q_2| = 1.5$ GW. Riktig svar: B.

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 12.

Oppgave 1

Tyngdekraften har komponent $mg \sin \alpha$ nedover parallelt med skråplanet. Normalkraften fra underlaget er lik tyngdekraftens normalkomponent $mg \cos \alpha$, siden det ikke er noen akselerasjon normalt på skråplanet. Når klossen glir, er det kinetisk friksjon, med friksjonskraft $f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$. Med konstant hastighet er $f = mg \sin \alpha$, dvs $\mu = \tan \alpha$. Riktig svar: D.

Oppgave 2

Klossen starter med mekanisk energi

$$E = mgh + mv_0^2/2 = mgL \sin \alpha + mv_0^2/2.$$

Den har mistet all denne mekaniske energien, dvs E tilsvarer friksjonsarbeidet

$$W_f = fL = \mu mgL \cos \alpha.$$

Dermed er

$$\mu = E/mgL \cos \alpha = \tan \alpha + v_0^2/2gL \cos \alpha.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 3

Total impuls er bevart i kollisjonen: $mv_0 = 2mv$, dvs $v = v_0/2$. Riktig svar: A.

Oppgave 4

$|\Delta K| = mv_0^2/2 - 2mv^2/2 = mv_0^2/2 - mv_0^2/4 = mv_0^2/4$. Riktig svar: C.

Oppgave 5

De to massene snur i høyden $h = L(1 - \cos \beta)$. Der er potensiell energi lik $2mgh$ og kinetisk energi null. Energibevarelse etter at kollisjonen er over gir da

$$mv_0^2/4 = mgh = mgL(1 - \cos \beta) \Rightarrow \beta = \arccos(1 - v_0^2/8gL).$$

Riktig svar: B.

Oppgave 6

Matematisk pendel med lengde L og små utsving: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$, dvs $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{L/g}$. Riktig svar: A.

Oppgave 7

De fire punktmassene er alle i avstand d fra aksen, med $d^2 = (a/2)^2 + (a/2)^2 = a^2/2$. Dermed er $I_0 = 4ma^2/2 = 2ma^2$. Riktig svar: B.

Oppgave 8

Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksen en lengde $a/2$, gir $I_1 = I_0 + 4m(a/2)^2 = 2ma^2 + ma^2 = 3ma^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 9

Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksen en lengde $a/\sqrt{2}$, gir $I_2 = I_0 + 4m(a/\sqrt{2})^2 = 2ma^2 + 2ma^2 = 4ma^2$. Riktig svar: D.

Oppgave 10

Energibevarelse gir

$$mgh = mv^2/2 + MV^2/2 = mv_x^2/2 + mv_y^2/2 + MV^2/2,$$

og impulsbevarelse horisontalt gir

$$mv_x = MV.$$

En tredje ligning får vi ved å bruke at m hele veien ned befinner seg på skråplanet, slik at en forflytning av m med dx horisontalt og en forflytning av M motsatt vei med dX må innebære en vertikal forflytning av m med $dy = dx + dX$ (der alle størrelser regnes positive). Divisjon med dt gir $v_y = v_x + V$. Nå har vi 3 ligninger for 3 ukjente (v_x , v_y og V), og løsning mhp V gir

$$V = \sqrt{2gh \frac{1}{(1 + M/m)(1 + 2M/m)}}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 11

Tilsvarende som i oppgave 10, men nå har m (ringen) kinetisk energi

$$K_m = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = mv^2/2 + (mr^2)(v/r)^2/2 = mv^2/2 + mv^2/2 = mv^2.$$

Energibevarelse gir da

$$mgh = mv_x^2 + mv_y^2 + MV^2/2.$$

Ellers likt, slik at svaret blir

$$V = \sqrt{gh \frac{1}{1 + 5M/2m + 2M^2/m^2}}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 12

Kortvarig støtkraft F tilsier at friksjonskraften f fra underlaget kan neglisjeres gjennom støtet med varighet Δt . Newtons 2. lov gir $F\Delta t = \Delta p = p = MV_0$. Newtons 2. lov for rotasjon, om akse gjennom CM, gir $\tau\Delta t = \Delta L = I_0\Delta\omega = I_0\omega_0$. Støtkraften F angriper kuleskallet i høyde $H - R$ over sentrallinjen og virker dermed på kuleskallet med et dreiemoment $\tau = F(H - R)$ mhp aksen gjennom CM. Videre er $I_0\omega_0 = (2MR^2/3)(V_0/R) = 2MRV_0/3$ ved ren rulling. Dermed:

$$\frac{MV_0}{\Delta t} \cdot (H - R)\Delta t = 2MRV_0/3 \Rightarrow H - R = 2R/3,$$

dvs $H = 5R/3$. Riktig svar: E.

Oppgave 13

Indre dreieimpuls (spinn):

$$L_s = I_0\omega_0 = \frac{2}{3}MR^2 \cdot \frac{V_0}{R} = \frac{2}{3}MRV_0.$$

Banedreieimpuls:

$$L_b = |\mathbf{R}_{CM} \times M\mathbf{V}_0| = MRV_0.$$

Som vektorer peker disse to i samme retning, slik at total dreieimpuls blir $L = 5MRV_0/3$. Riktig svar: A.

Oppgave 14

$$L_b = MRV = 4.87 \cdot 10^{24} \cdot 108 \cdot 10^9 \cdot 35.2 \cdot 10^3 = 1.85 \cdot 10^{40} \text{ kgm}^2/\text{s}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 15

$$L_s \simeq \frac{2}{5}MR_0^2\omega_0,$$

som med $M = 4.87 \cdot 10^{24}$ kg, $R_0 = 6052 \cdot 10^3$ m og $\omega_0 = 2\pi/T_s = 2\pi/(243 \cdot 24 \cdot 3600)$ pr sekund gir $L_s = 2.14 \cdot 10^{31}$ kgm²/s. Riktig svar: B.

Oppgave 16

$$\begin{aligned}v_1 &= \sqrt{10 \cdot 5.0 / 0.050} \text{ m/s} = 31.62 \text{ m/s} \\v_2 &= \sqrt{20 \cdot 6.0 / 0.050} \text{ m/s} = 48.99 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Prosentvis økning:

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} = 0.55 = 55\%.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 17

Akkurat i det brannbilen passerer der du står på fortauet, har den null hastighetskomponent langs forbindelseslinjen mellom deg og brannbilen. Dermed null dopplerskift i dette øyeblikket. Riktig svar: A.

Oppgave 18

$\eta_{\max} = 1 - 277/295 = 0.061 \simeq 6\%$. Riktig svar: A.

Oppgave 19

$Q_{\min} = W/\eta_{\max} = 1/0.061 = 16.39$ GW. Dermed:

$$m = \frac{Q_{\min}}{c\Delta T} = \frac{16.39 \cdot 10^9}{4000 \cdot 18} \simeq 228 \text{ tonn/s}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 20

Med $\eta = 1 - T_c/T_h$ og $\eta = W/Q_2 = (Q_2 + Q_1)/Q_2 = 1 + Q_1/Q_2 = 1 + (T_1 - T_c)/(T_2 - T_h)$ har vi $T_c/T_h = (T_c - T_1)/(T_2 - T_h)$, som løst mhp T_c gir $T_c = T_1 T_h / (2T_h - T_2)$. Riktig svar: A.

Oppgave 21

$P = (Q_1 + Q_2)/\Delta t = K(T_1 - T_c + T_2 - T_h)$, som med T_c fra oppgave 20 gir $P = K(T_1 + T_2 - T_h - T_1 T_h / (2T_h - T_2))$. Riktig svar: C.

Oppgave 22

Vi deriverer P mhp T_h og setter den deriverte lik null. Den resulterende 2.gradsligningen gir de to løsningene

$$T_h = \frac{T_2 \pm \sqrt{T_1 T_2}}{2},$$

der vi velger positivt fortegn foran kvadratroten. (Negativt fortegn her vil f.eks gi negativ verdi for T_c i oppgave 20.) Riktig svar: E.

Oppgave 23

Med T_h fra oppgave 22 finner vi

$$T_c = \frac{T_1 + \sqrt{T_1 T_2}}{2}.$$

Virkningsgraden blir da

$$\eta = 1 - T_c/T_h = \dots = 1 - \sqrt{T_1/T_2}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 24

$$\Delta S = -3 \text{ J/K} + 5 \text{ J/K} = 2 \text{ J/K}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 25

Vi har $S = k_B \ln \Omega$ slik at

$$\Omega_2/\Omega_1 = \exp(\Delta S/k_B) \simeq \exp(-1.5 \cdot 10^{25}).$$

Riktig svar: E.