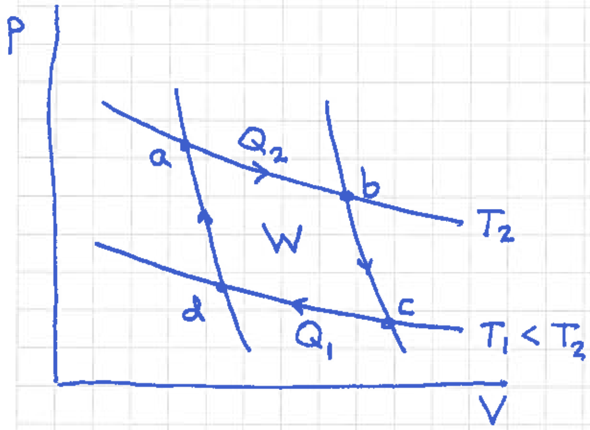
Carnotprosessen [YF 20.6; LHL 15.4; HS 11.7]

[Sadi Carnot, 1796–1832, fransk ingeniør under den industrielle revolusjon]

Reversibel kretsprosess med 2 adiabater og 2 isotermer



$a \to b$: isoterm utvidelse ved T_2, $Q_2 > 0$

$b \to c$: adiabatisk —"— fra T_2 til T_1, $Q = 0$

$c \to d$: isoterm kompresjon ved T_1, $Q_1 < 0$

$d \to a$: adiabatisk —"— fra T_1 til T_2, $Q = 0$

Virkningsgrad: $\boxed{\eta = \dfrac{\text{nytte}}{\text{kostnad}}}$

Her: nytte = netto utført arbeid = W

kostnad = tilført varme = Q_2

$$\oint dU = 0 \quad \Rightarrow \quad W = Q_2 + Q_1$$

$$\Rightarrow \quad \eta_c = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} < 1$$

Anta ideell gass, $U = U(T) \Rightarrow \Delta U = 0$ langs isotermene

$$\Rightarrow Q_2 = W_{ab} = \int_{V_a}^{V_b} p\, dV = nRT_2 \int_{V_a}^{V_b} \frac{dV}{V} = nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a}$$

$$Q_1 = W_{cd} = \int_{V_c}^{V_d} p\, dV = \ldots = nRT_1 \ln \frac{V_d}{V_c}$$

Langs adiabatene $b \to c$ og $d \to a$: $T \cdot V^{\gamma - 1} = \text{konst.}$

$$\Rightarrow \quad T_2 V_b^{\gamma-1} = T_1 V_c^{\gamma-1} \quad \text{og} \quad T_1 V_d^{\gamma-1} = T_2 V_a^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_c}{V_b}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_d}{V_a}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_c}{V_b} = \frac{V_d}{V_a} \Rightarrow \frac{V_a}{V_b} = \frac{V_d}{V_c}$$

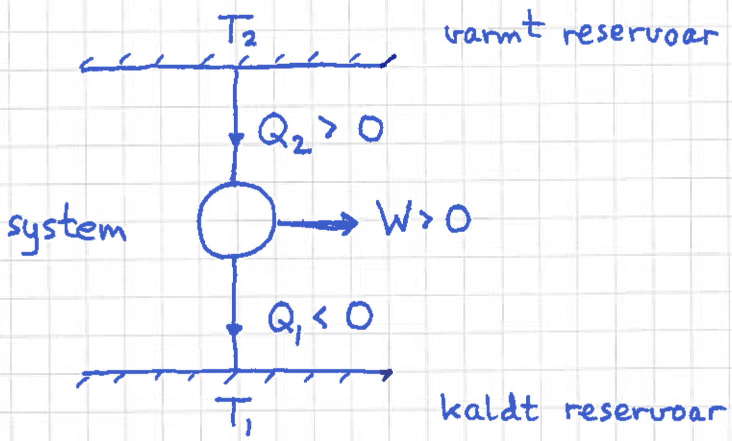
$$\Rightarrow Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_a}{V_b} = \underbrace{\left(-nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a}\right)}_{-Q_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} = -\frac{T_1}{T_2} Q_2$$

$$\Rightarrow W = Q_2 + Q_1 = Q_2 \left(1 - T_1/T_2\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_c = 1 - T_1/T_2}$$

Virkningsgrad for Carnot-prosess, her med ideell gass.

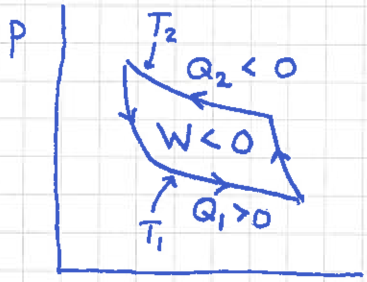
Varmekraftmaskin (som ovenfor):

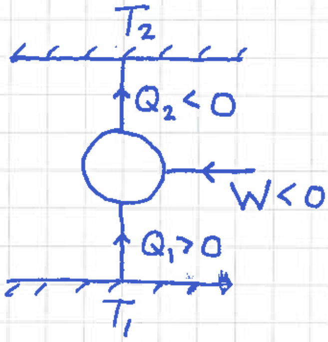


- Tilfører varme, Q_2, for å få utført arbeid, W.
- Virkningsgrad for reell varmekraftmaskin: $\eta < \eta_c < 1$.
- Et varmereservoar har så stor varmekapasitet C at dets temperatur ikke endrer seg ved tilførsel/uttrekk av varme, $\Delta T = \Delta Q / C = 0$.

Kjøleskap og varmepumpe:

Varmekraftmaskin kjørt baklengs.





- Gjør arbeid, W, på systemet for å trekke varme, Q_1, ut av lavtemperaturreservoaret.

- Kjøleskap: T_1 inni ($\approx 4°C$), T_2 utenfor ($\approx 22°C$)

  Virkn.grad (Effektfaktor):

  ε_K = nytte / kostnad = varme ut av kjøleskapet / tilført arbeid (elektrisk) $= |Q_1/W| = |Q_1/(Q_1+Q_2)|$

  Teoretisk grense bestemt av Carnot-prosessen:

$$\varepsilon_K^c = \frac{1}{|1 + Q_2/Q_1|} = \frac{1}{|1 - T_2/T_1|} = \underline{\underline{\frac{T_1}{T_2 - T_1}}}$$

- Varmepumpe: T_1 ute (mellom $-30°C$ og $+20°C$)
  T_2 inne ($\approx 22°C$)

  Effektfaktor:

  ε_V = varme inn i huset / tilført arbeid $= |Q_2/W| = |Q_2/(Q_1+Q_2)|$

  Teoretisk grense (Carnot):

$$\varepsilon_V^c = \frac{1}{\left|\frac{Q_1}{Q_2} + 1\right|} = \frac{1}{\left|-\frac{T_1}{T_2} + 1\right|} = \underline{\underline{\frac{T_2}{T_2 - T_1}}}$$

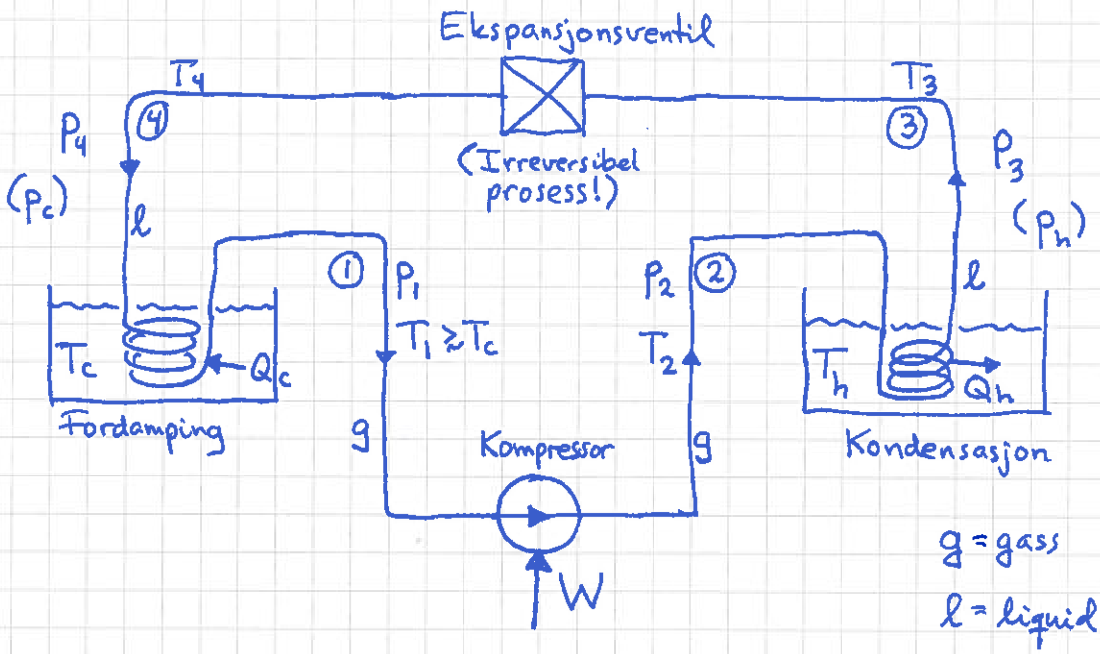
Eksempler, kommentarer:

- Luft-til-luft varmepumpe, $T_2 = 295\,K$ (22°C inne):
  $\varepsilon_V^c (T_1 = 0°C = 273K) = 295/22 =$
  $\varepsilon_V^c (T_1 = -20°C = 253K) = 295/42 =$
  Reelle varmepumper: $\varepsilon_V \lesssim \varepsilon_V^c / 4$

- Jordvarmepumpe: $T_1 \approx 5°C = 278\,K$ (stabilt, 80-200 m under bakken) $\Rightarrow \varepsilon_V^c \approx 295/17 =$

- Kjøleskap: $T_1 = 4°C = 277K$
  $\Rightarrow \varepsilon_K^c = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{277}{18} \approx 15$
  $\Rightarrow |W| \gtrsim |Q_1|/15$
  $\Rightarrow$ Hvis varmeledning inn i kjøleskapet er feks. 1.5 kW, må vi forbruke elektrisk effekt 100W for å opprettholde konstant $T_1 = 4°C$ i kjøleskapet.

Kjøleskap / Varmepumpe (demo)



g = gass

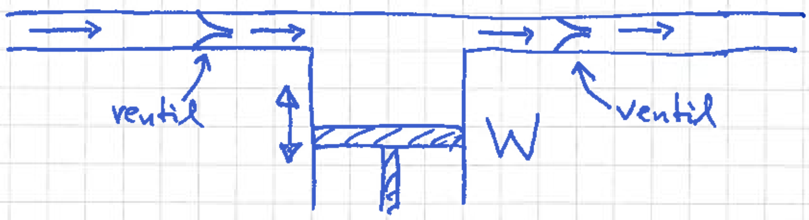
ℓ = liquid (væske)

Tallverdier (f.eks.):

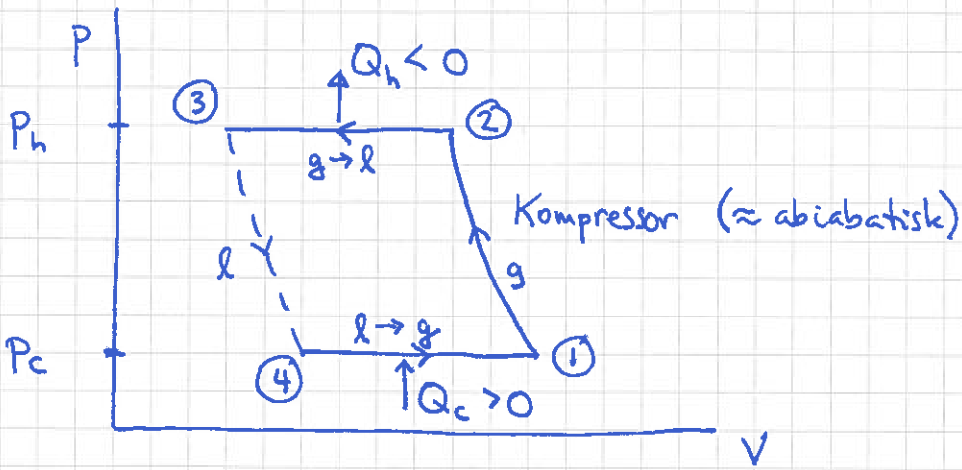
$T_1 = 3.6$ (°C) , $T_2 = 39.6$, $T_3 = 26.3$, $T_4 = -0.2$

$T_c = 2.9$, $T_h = 23.6$, $p_1 = p_4 = p_c = 2$ bar, $p_2 = p_3 = p_h = 9$ bar

"Systemet" er kjølevæsken som sirkulerer gjennom rørsystemet, og pumpes av kompressoren:

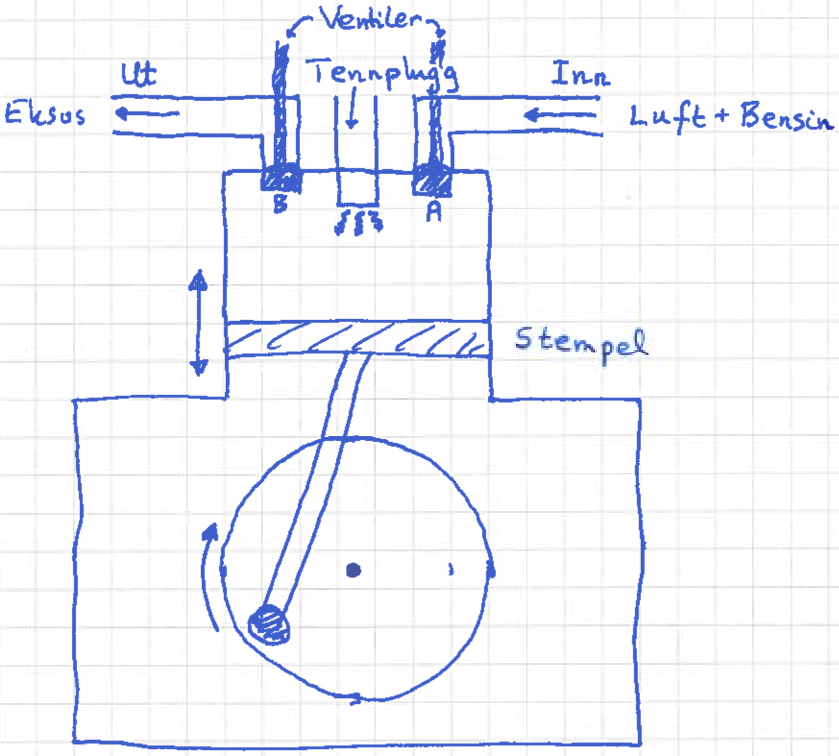


I et pV-diagram:



4-takts bensinmotor

[YF 20.3; LHL 16.4; HS 11.8]



1. A åpen, B lukket, luft + bensin inn

1→2. A og B lukket, stempel opp, adiabatisk kompresjon

$\Delta V < 0$, $\Delta p > 0$, $\Delta T > 0$, $W_{12} < 0$, $Q_{12} = 0$

2→3. A og B lukket, antenning med gnist fra tennplugg

$\Delta V = 0$, $\Delta p > 0$, $\Delta T > 0$, $W_{23} = 0$, $Q_{23} > 0$

3→4. A og B lukket, stempel ned, adiabatisk utvidelse

$\Delta V > 0$, $\Delta p < 0$, $\Delta T < 0$, $W_{34} > 0$, $Q_{34} = 0$

4→1. A lukket, B åpen, stempel opp, eksos ut

$\Delta V = 0$ (for "systemet" = forbrent luft/bensin-blanding)

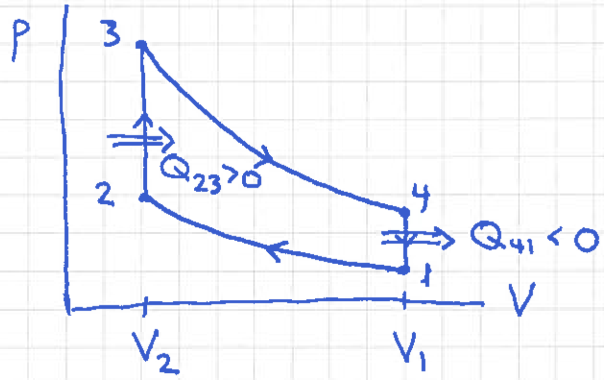
$\Delta T < 0$, $\Delta p < 0$, $Q_{41} < 0$, $W_{41} = 0$

1. A åpen, B lukket, luft + bensin inn

osv.

Idealisering i pV-diagram:

Reversibel Otto-syklus.



$$\eta_o = \frac{W}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} - |Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}}$$

$$Q_{23} = C_V (T_3 - T_2), \quad |Q_{41}| = C_V (T_4 - T_1)$$

$$\Rightarrow \eta_o = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4 (1 - T_1/T_4)}{T_3 (1 - T_2/T_3)}$$

Adiabater $1 \to 2$ og $3 \to 4$ $\Rightarrow$ $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ $(T_1 < T_2)$

[$\gamma \approx 1{,}4$; mest luft] og $T_4 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1}$ $(T_4 < T_3)$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} \quad \text{og} \quad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

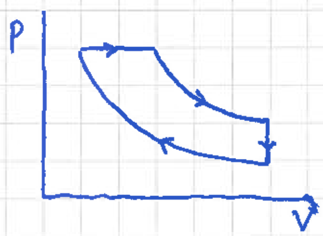
$$\Rightarrow \eta_o = 1 - \frac{T_4 (1 - T_1/T_4)}{T_3 (1 - T_2/T_3)} = \underline{\underline{1 - \frac{T_4}{T_3}}}$$

$\left[\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \Rightarrow \eta_o < \eta_c\right]$

evt.
$$\eta_o = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma-1}}$$

der V_1 / V_2 = kompresjonsforholdet

Diesel-syklus:



2 adiabater, 1 isober, 1 isokor