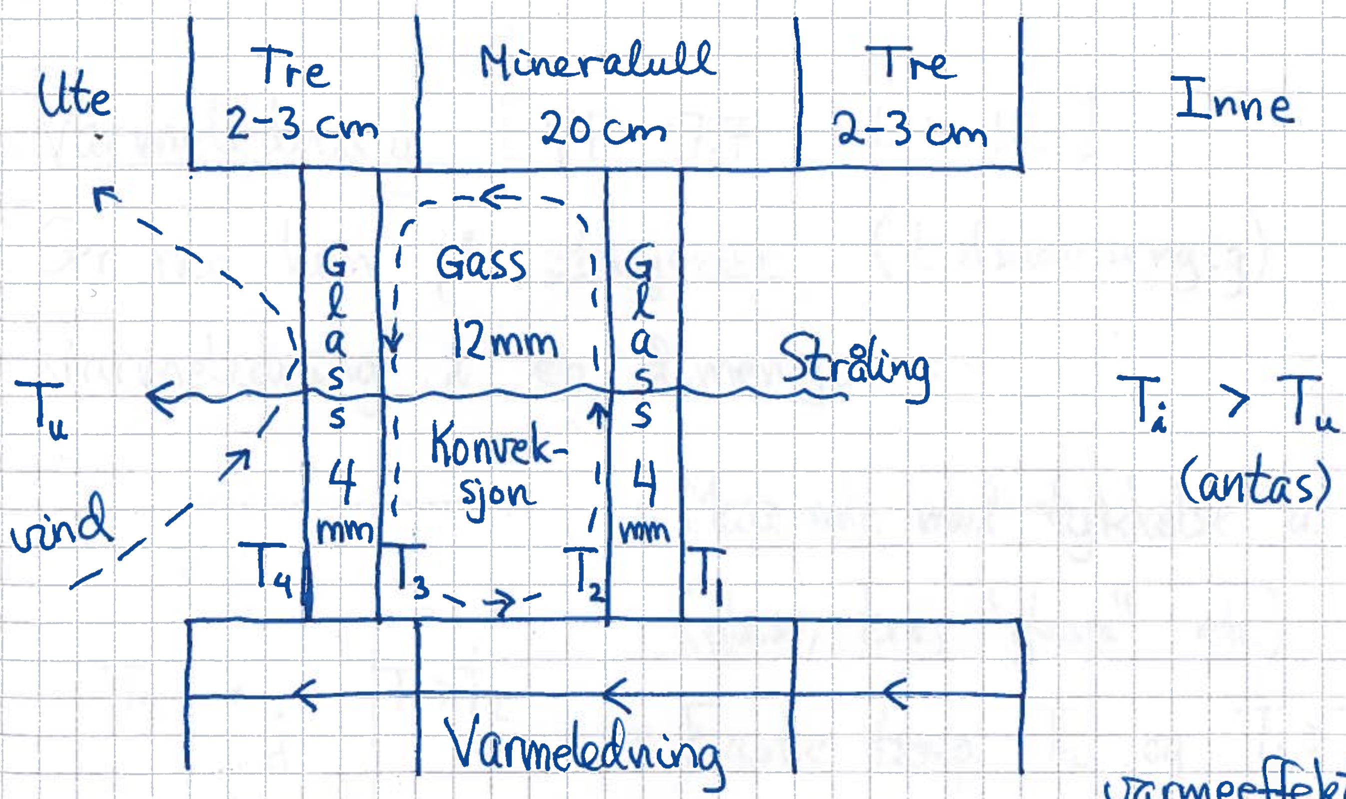
Varmetransport [YF 17; LHL 18]

Mekanismer:

- Konveksjon: Strømning av fluid kan gi varmeoverføring.
- Varmeledning: Forplantning av kinetisk energi på mikroskopisk nivå.
- Stråling: Legeme med temperatur T sender ut energi i form av elektromagnetiske bølger.

Eks: Vegg med dobbeltvindu



Varmestrømtetthet $\stackrel{\text{def}}{=}$ overført $\underbrace{\text{varme pr tidsenhet}}_{\text{varmeeffekt}}$ og pr flateenhet

$[j] = W/m^2$

Konveksjon [YF 17.7 ; LHL 18.2]

$T_2 > T_3 \Rightarrow$ mindre tetthet ved 2 enn ved 3, slik at gassen stiger ved 2 og faller ved 3, gir sirkulasjon (se fig. s 124) og netto varmeoverføring fra 2 til 3.

Tilsvarende både inne (pga $T_i > T_1$) og ute ($T_4 > T_u$).

Kan typisk anta at konveksjon gir j prop. med ΔT:

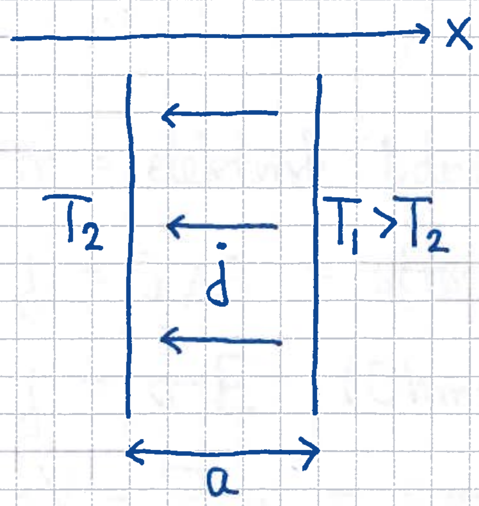
$$j = \alpha \cdot \Delta T \quad ; \quad \alpha = \text{varmeovergangstall}$$

Ute, med vind 5-6 m/s : $\alpha_u \approx 25 \frac{W}{m^2 \cdot K}$

Inne, uten vind : $\alpha_i \approx 7.5 \frac{W}{m^2 \cdot K}$

Varmeledning [YF 17.7 ; LHL 18.1]

Ser her kun på stasjonær (tidsuavhengig) varmeledning i en dimensjon :



- Materiale med tykkelse a (glass, tre, "glava" etc)
- Faste temp. T_2 og $T_1 > T_2$ på hver side
- Exp. gir j prop. med $\frac{\Delta T}{a}$ (som ventet)

- j er uavh. av x: I motsatt fall fås netto varmestrøm inn i eller ut av tynn skive mellom x og $x + dx$, og $T(x)$ endres med tiden, dermed <u>ikke</u> stasjonært

- Når j er uavh. av x, blir $\Delta T / a = dT/dx$, dvs

$$\boxed{j = -\kappa \, \Delta T / a = -\kappa \, dT/dx}$$

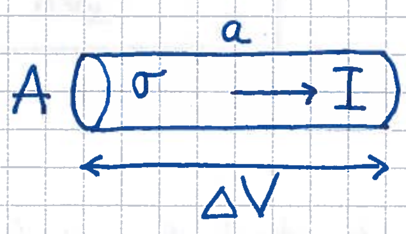
som er <u>Fouriers lov</u>. κ = materialets varmeledningsevne; $[\kappa] = \dfrac{W}{K \cdot m}$. $(3D: \vec{j} = -\kappa \nabla T)$

- Noen tallverdier:

	Luft	Glava	Vann	Is	Glass	Tre	Stål
κ	0.026	0.035	0.61	2.2	0.7–1.1	0.1–0.2	43

- Perfekt analogi mellom Fouriers lov og Ohms Lov:

Elektrisk motstand:



σ = elektrisk ledningsevne = konduktivitet

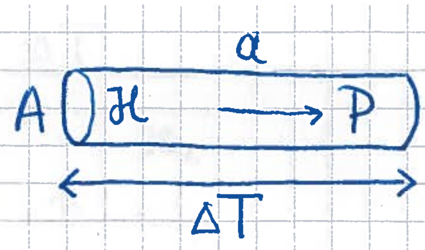
$j = I/A$ = strømtetthet (A/m^2)

$j = \sigma E$ (Ohms lov); E = elektrisk felt (V/m)

$\Delta V = E \cdot a$ = spenning (potensialforskjell) (V (volt))

$\Rightarrow \Delta V = I \cdot R$ med $R = \dfrac{a}{\sigma A}$; $[R] = V/A = \Omega$ (ohm)

Varmemotstand :



$\mathcal{H}$ = varmeledningsevne

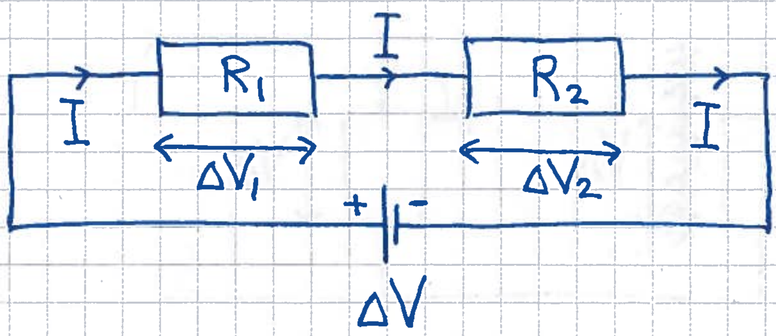
$j = P/A$ = varmestrømtetthet (W/m^2)

$j = \mathcal{H}\, \Delta T / a$

$\Rightarrow \Delta T = P \cdot R_Q$ med $R_Q = \dfrac{a}{\mathcal{H} A}$; $[R_Q] = \dfrac{K}{W}$

Vi må ha samme regler for serie- og parallellkobling av varmemotstander og elektriske motstander.

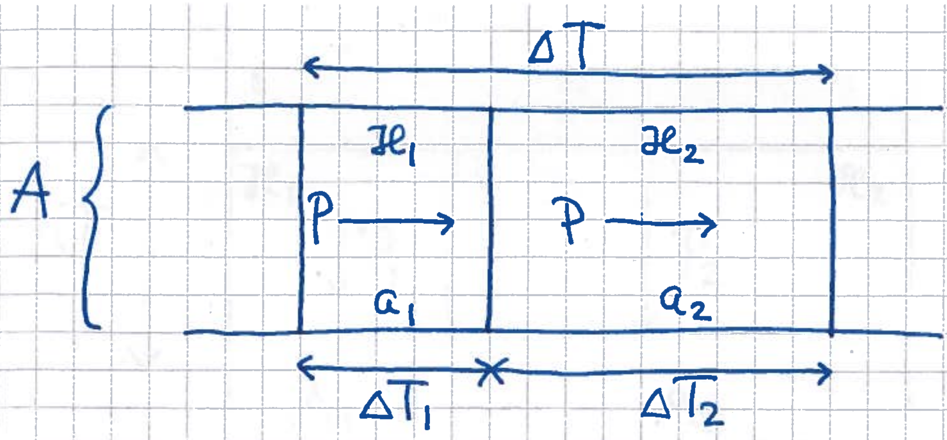
Seriekobling :



Ladningsbevarelse $\Rightarrow$ Lik elektrisk strøm I gjennom R_1 og R_2

$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = R_1 I + R_2 I = R I$

$\Rightarrow$ Total motstand : $R = R_1 + R_2$

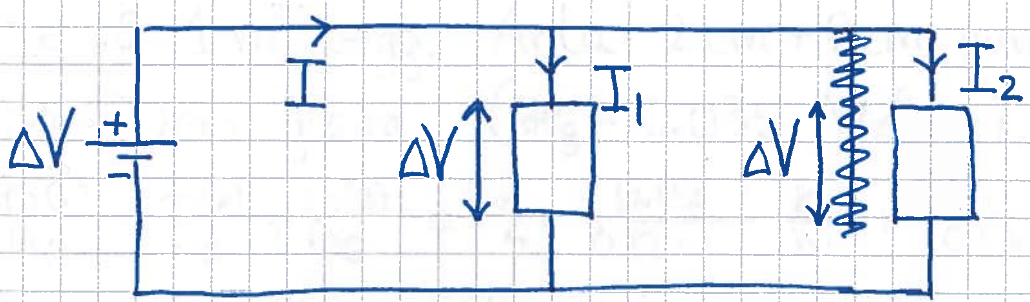


Energibevarelse $\Rightarrow$ Lik varmestrøm (effekt) P gjennom begge lag

$$\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 = R_Q^{(1)} P + R_Q^{(2)} P = R_Q P$$

$\Rightarrow$ Total varmemotstand: $R_Q = R_Q^{(1)} + R_Q^{(2)}$

Parallellkobling:

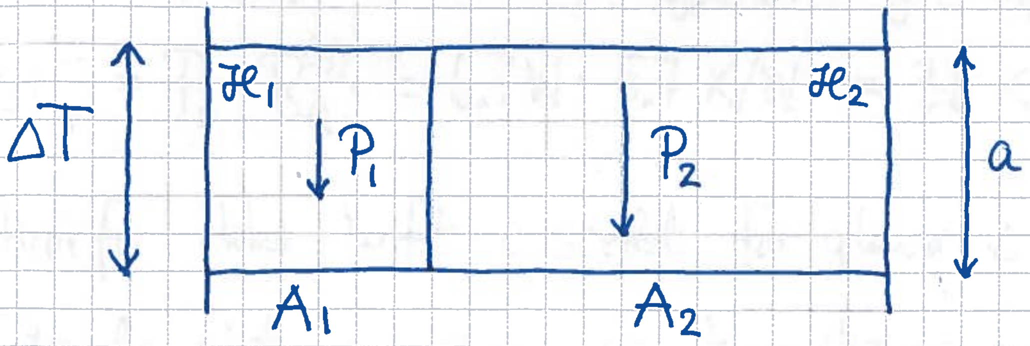


Lik spenning ΔV over R_1 og R_2

Ladningsbevarelse $\Rightarrow$ $I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2}$

$\Rightarrow$ Total motstand R gitt ved

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



Lik temperaturforskjell over begge lag

Energibevarelse $\Rightarrow P = P_1 + P_2 = \dfrac{\Delta T}{R_Q^{(1)}} + \dfrac{\Delta T}{R_Q^{(2)}}$

$\Rightarrow$ Total varmemotstand R_Q gitt ved

$$\frac{1}{R_Q} = \frac{1}{R_Q^{(1)}} + \frac{1}{R_Q^{(2)}}$$

Eks: Tømmervegg eller reisverk og glava?

Se på $1\,m^2$ vegg. Anta 2cm + 2cm panel ($\kappa_p = 0.12\,\frac{W}{Km}$) og 20cm glava ($\kappa_g = 0.035$ W/Km).

$$R_Q^{(r)} = R_Q^{(p)} + R_Q^{(g)} = 2 \cdot \frac{0.02}{0.12 \cdot 1}\,\frac{K}{W} + \frac{0.20}{0.035 \cdot 1}\,\frac{K}{W} \approx \underline{6.0\,\frac{K}{W}}$$

Tømmer: $R_Q^{(t)} = \dfrac{0.24}{0.12 \cdot 1}$ K/W $= \underline{2.0\,\frac{K}{W}}$

Effekttap pr m^2 vegg hvis $\Delta T = 40\,K$ (20°C/−20°C):

$$P_r = \Delta T / R_Q^{(r)} \approx 6.7\,W, \qquad P_t = \Delta T / R_Q^{(t)} \approx 20\,W$$

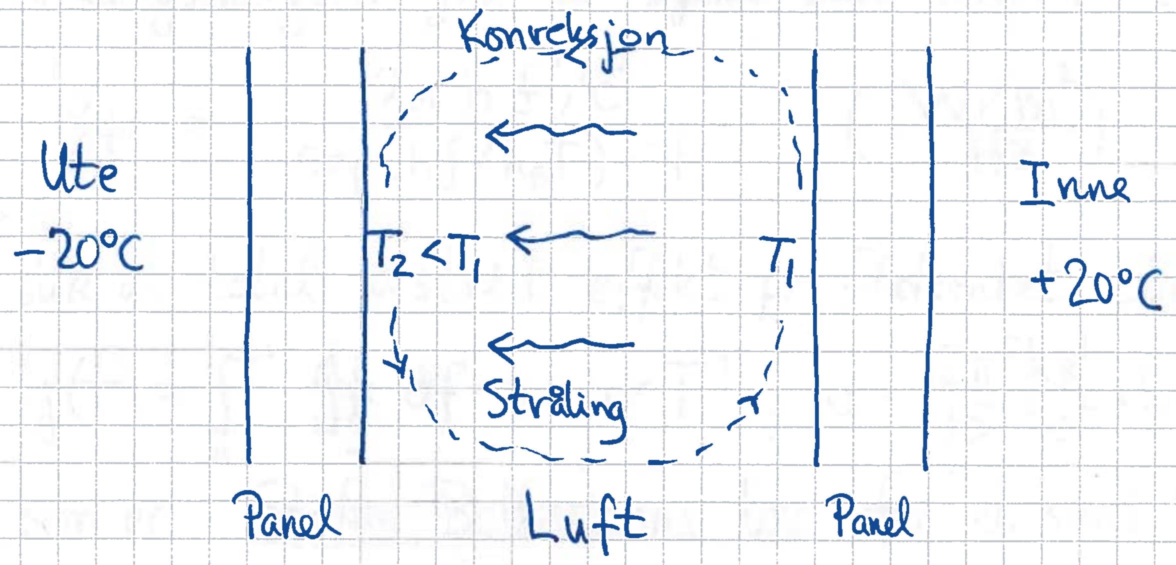
Tre har større varmekapasitet enn mineralull $\Rightarrow$ Tømmerhytta tar lenger tid å varme opp, men holder lengst på varmen.

Merk: Nesten hele ΔT gjennom glavalaget,

$$\Delta T_g = P_r \cdot R_Q^{(g)} = 6.7\,W \cdot 5.7\,K/W = 38\,K$$

Hvorfor ikke luft i stedet for glava i veggene?

Får da økt varmetap pga konveksjon og stråling:



Stråling [YF 17.7 ; LHL 18.4]

- System med temp. T har akselererte ladninger. Disse sender ut (emitterer) elektromagnetiske bølger, dvs EM stråling (ifølge Maxwells ligninger).
- EM stråling inn mot et legeme vil absorberes, reflekteres eller transmitteres, med andeler hhv a, r og t. Dermed: $a + r + t = 1$
- Svart legeme: $a = 1$ $(r = t = 0)$. (En idealisering.)
- I termisk likevekt må like mye energi emitteres og absorberes, for alle bølgelengder. Dermed, for svart legeme:

$$a = e = 1$$

- Max Planck (1900): EM stråling med frekvens f (og bølgelengde $\lambda = c/f$; $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s = lysfarten) har <u>kvantisert</u> energi $E_n = n \cdot hf$, med $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ og $h \approx 6.6 \cdot 10^{-34}$ Js = Plancks konstant.

Planck viste at frekvensfordelingen dj/df å strålingsenergien fra et legeme med temp. T er

$$\frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3/c^2}{\exp(hf/k_B T) - 1} \qquad \left(\frac{W/m^2}{Hz} \right)$$

slik at total utstrålt effekt pr flateenhet blir

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df}\, df = \sigma T^4 \;;\; \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2} \approx 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

som er <u>Stefan-Boltzmanns lov</u> for et svart legeme.

For "reelle" legemer med emissivitet $e < 1$:

$$j(T) = e \cdot \sigma T^4$$

Eks: Asfalt og murstein: $e = 0.93$
Polert rustfritt stål: $e = 0.075$

- Bølgelengdefordelingen: $f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{df}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$

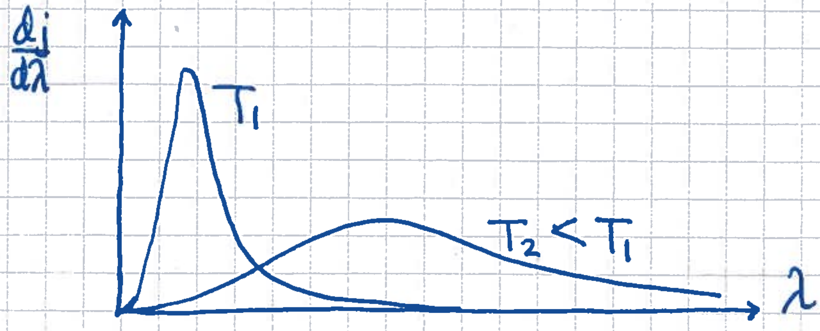
$$\Rightarrow df = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$\Rightarrow j(T) = \int_\infty^0 \frac{2\pi h (c/\lambda)^3/c^2}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1} \cdot \left(-\frac{c}{\lambda^2}\right) d\lambda = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda}\, d\lambda$$

med

$$\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi h c^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1} \qquad \left(\frac{W/m^2}{m} = W/m^3 \right)$$

- Wiens forskyvningslov: $\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{dj}{d\lambda}\right)=0$ gir maxverdi for $dj/d\lambda$ når $\lambda \cdot T \approx 2.90 \cdot 10^{-3}$ K·m



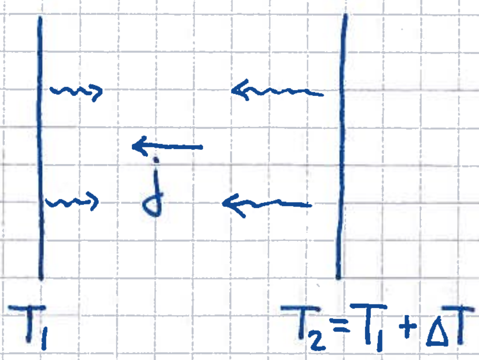
dj/df er maksimal når $f/T \approx 5.88 \cdot 10^{10}$ Hz/K

Eks:

- Mørk skyfri himmel. $T \approx 250$K. Max $dj/d\lambda$ ved $\lambda \approx 12\ \mu$m. Kan gi stort nok varmetap pga stråling til at det fryser på (f.eks. i veibanen), selv med $T > 0°$C i lufta.

- Solas overflate. $T \approx 6 \cdot 10^3$ K. Max $dj/d\lambda$ ved ca 480 nm (blå-grønt).

- Varmeoverføring mellom to plan:



$$j = \sigma\left(T_2^4 - T_1^4\right) = \sigma\left(T_2^2 + T_1^2\right)\left(T_2^2 - T_1^2\right)$$
$$= \sigma\left(T_2^2 + T_1^2\right)\left(T_2 + T_1\right)\left(T_2 - T_1\right)$$
$$\approx 4\sigma T^3 \Delta T$$

(der $T \approx T_1 \approx T_2$ når ΔT er liten)