Hastighet $\stackrel{def}{=}$ forflytning pr tidsenhet

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$\Rightarrow$ $\vec{v} \parallel \Delta \vec{r}$, tangentiell til banen

Akselerasjon $\stackrel{def}{=}$ hastighetsendring pr tidsenhet

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

$\Rightarrow$ $\vec{a} \parallel d\vec{v}$

Vektorrelasjonene må gjelde komponentvis:

$$\vec{v} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$$

med $v_x = dx/dt = \dot{x}$ osv

$$\vec{a} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}$$

med $a_x = dv_x/dt = d^2x/dt^2$ osv

Derivasjon gir $\vec{v}$ fra $\vec{r}$ og $\vec{a}$ fra $\vec{v}$

$\Rightarrow$ Integrasjon gir $\vec{r}$ fra $\vec{v}$ og $\vec{v}$ fra $\vec{a}$:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}\, dt$$

$$\Rightarrow \int_{\vec{r}(0)}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}(t)\, dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \int_0^t \vec{v}(t)\, dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a}\, dt$$

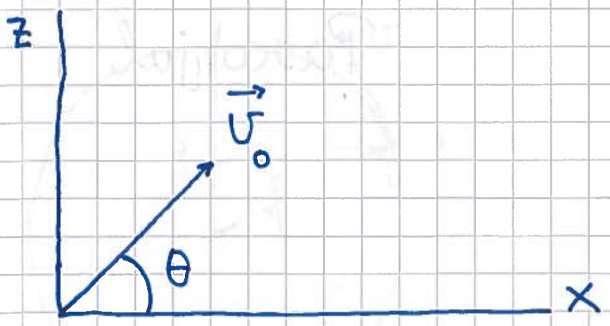
$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}(0) + \int_0^t \vec{a}(t)\, dt}$$

Dersom $\vec{a}$ er konstant :

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\, t \quad ; \quad \vec{v}(0) = \vec{v}_0$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \tfrac{1}{2}\vec{a}\, t^2 \quad ; \quad \vec{r}(0) = \vec{r}_0$$

Eks: Kast i tyngdefeltet



$$\vec{a} = -g\hat{z}$$

$$\vec{r}(0) = 0, \quad \vec{v}(0) = \vec{v}_0$$

Finn $\vec{r}(t)$ og banen $z(x)$

Løsn:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t = \vec{v}_0 - gt\hat{z}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = \vec{v}_0 t - \frac{1}{2}gt^2\hat{z}$$

$$\Rightarrow x(t) = v_0 t\cos\theta, \quad z(t) = v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2$$

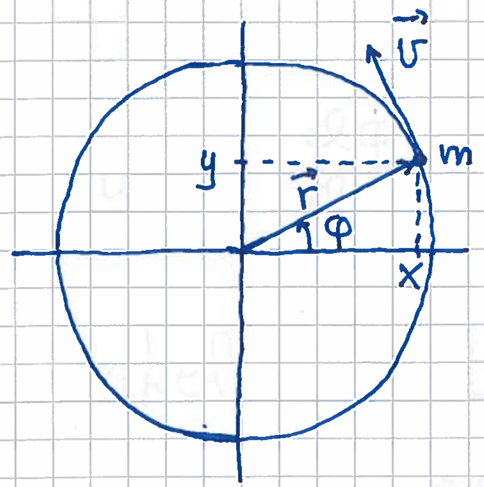
Banen:

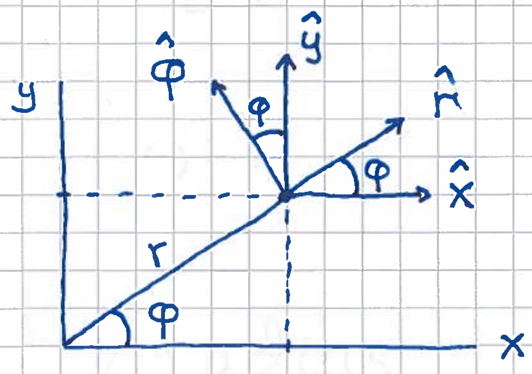
$$t = \frac{x}{v_0\cos\theta}$$

$$\Rightarrow z(x) = x\tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$$

Parabel (som observert)

Sirkelbevegelse [YF 3.4 ; LL 1.7, 1.8]





Polarkoordinater:

r = avstand fra origo

φ = vinkel mellom $\hat{x}$ og $\hat{r}$, positiv mot klokka

$x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$

$\varphi = \arctan(y/x)$, $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$$\vec{r} = \hat{x}\, r\cos\varphi + \hat{y}\, r\sin\varphi = r\,\hat{r}$$

$$\hat{r} = \hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi$$

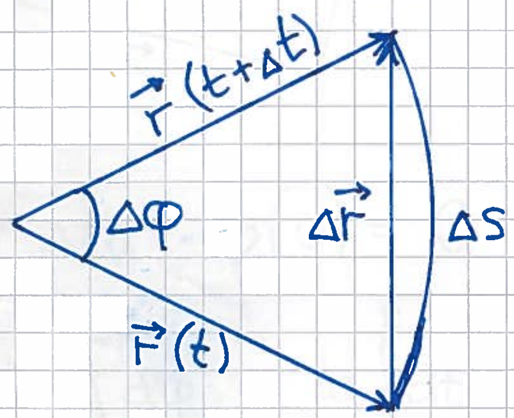
$$\hat{\varphi} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$$

Vinkelhastighet $\overset{\text{def}}{=}$ omløpt vinkel pr tidsenhet

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} \quad ; \quad [\omega] = s^{-1}$$

Vinkel $\overset{\text{def}}{=}$ buelengde / radius

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r} \quad ; \quad [\varphi] = 1 \quad (\text{rad})$$



Når $\Delta t \to 0$:

$\Delta\varphi \to 0$

$\Delta r = |\Delta\vec{r}| \longrightarrow \Delta s = r\,\Delta\varphi$

$\Delta\vec{r} \perp \vec{r}$

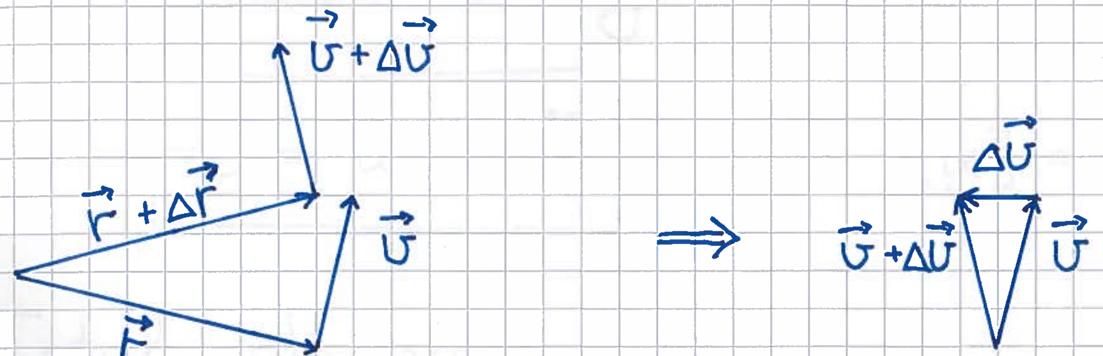
$$\Rightarrow \quad v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r\,\Delta\varphi}{\Delta t} = r\,\frac{d\varphi}{dt} = r\omega$$

$\vec{v} \parallel \Delta\vec{r}$ og $\Delta\vec{r} \perp \vec{r} \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{r}$

$$\Rightarrow \quad \vec{v} = v\,\hat{\varphi} = r\omega\,\hat{\varphi}$$

Akselerasjon ved sirkelbevegelse:

Anta <u>uniform</u> sirkelbevegelse, dvs konstant ω og v. Ser da at $\Delta\vec{v}$, og dermed $\vec{a}$, peker <u>inn mot sentrum</u>:



Anta $\varphi(0) = 0$

$$\Rightarrow \int_0^{\varphi} d\varphi = \omega \int_0^{t} dt \quad \Rightarrow \quad \varphi(t) = \omega t$$

$$\Rightarrow \vec{r}(t) = \hat{x}\, r \cos \omega t + \hat{y}\, r \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) = -\hat{x}\, \omega r \sin \omega t + \hat{y}\, \omega r \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \vec{a}(t) = -\hat{x}\, \omega^2 r \cos \omega t - \hat{y}\, \omega^2 r \sin \omega t$$

$$= -\omega^2 \vec{r}(t)$$

Som kalles <u>sentripetalakselerasjonen</u>

$$\boxed{\vec{a}_{\perp} = -\omega^2 \vec{r}}$$

Dersom ω og v også endrer seg, har vi baneakselerasjon;

$$\boxed{a_{\parallel} = \dot{v} = r\dot{\omega}}$$

og vinkelakselerasjon

$$\boxed{\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}} \qquad [\alpha] = s^{-2}$$

Total akselerasjon blir

$$\vec{a} = \vec{a}_{\perp} + \vec{a}_{\parallel} = -\omega^2 r\,\hat{r} + \dot{\omega} r\,\hat{\varphi}$$

$$\omega = v/r \Rightarrow \vec{a}_{\perp} = -\frac{v^2}{r}\hat{r}$$

Periode = tid pr omløp : $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$

Frekvens = antall omløp pr tidsenhet : $f = \frac{1}{T}$

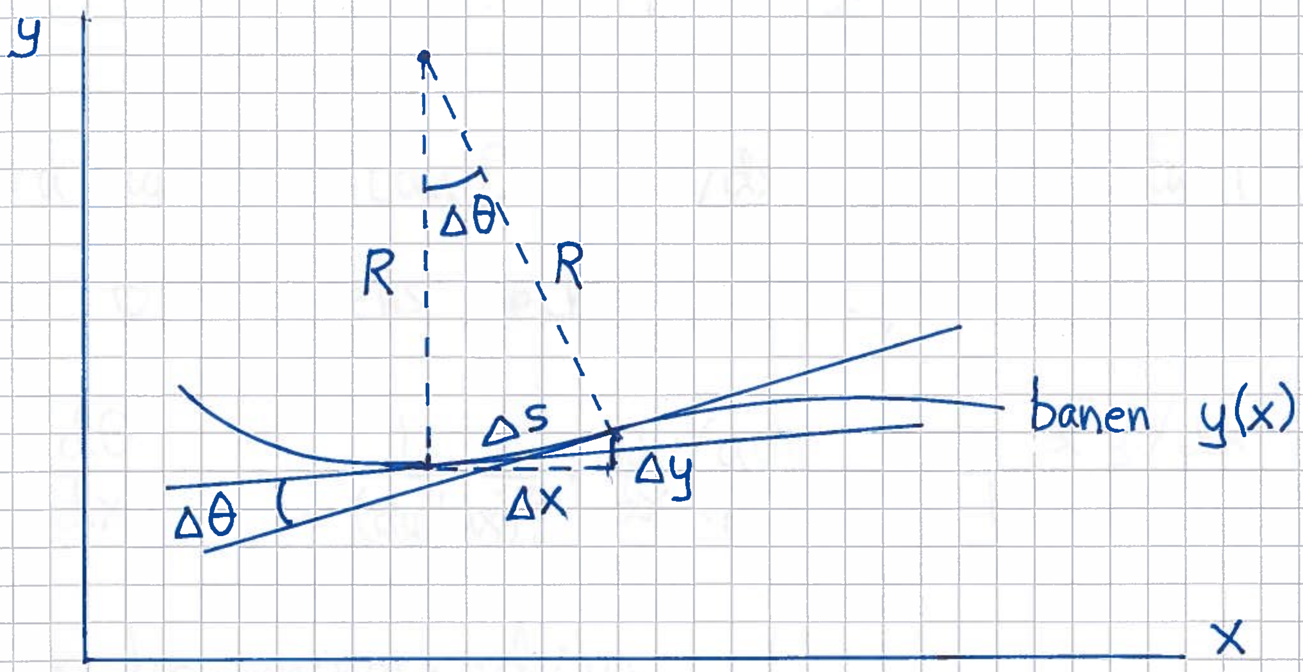
$$\Longrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$[T] = s$; $[f] = s^{-1} = Hz$ (hertz)

$[\omega] = s^{-1}$

Krumlinjet bevegelse

(Jf. lab og humpete veier)



$$a_\perp = v^2/R$$

R = radius i "tenkt" sirkel som best tangerer banen y(x) = krumningsradien

Små Δs og $\Delta\theta$ $\Rightarrow$ $\Delta s \to ds$, $\Delta\theta \to d\theta$

Vinkeldef: $d\theta = ds/R \Rightarrow R = ds/d\theta$

Pythagoras: $(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2$

$$\Rightarrow \quad ds = dx \cdot \sqrt{1 + (dy/dx)^2}$$

Kjerneregel: $\frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dx} \cdot \frac{dx}{ds}$

$$= \frac{d\theta}{dx} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (dy/dx)^2}}$$

Fra figur: $\tan\theta = dy/dx \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{dy}{dx}\right)$

(der θ = banens helningsvinkel)

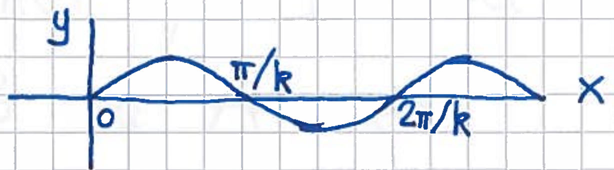
$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{1 + (dy/dx)^2} \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y/dx^2}{1 + (dy/dx)^2}$$

Gir krumningsradius

$$R = \frac{\left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

(der R velges positiv)

Eks: $y(x) = y_0 \sin kx$



$y'(x) = y_0 k \cos kx, \quad y''(x) = -y_0 k^2 \sin kx$

$$\Rightarrow R = \left[1 + y_0^2 k^2 \cos^2 kx\right]^{3/2} / |y_0 k^2 \sin kx|$$

dvs $R \to \infty$ for $kx = n\pi$

$\Rightarrow \varkappa = 1/R$ = "krumningen" $= 0$ for $kx = n\pi$

Newtons lover [YF 4,5 ; LL 2,3]

m, $\vec{v}$, $\vec{a}$ = legemets masse, hastighet, akselerasjon

$\vec{F}$ = netto ytre kraft på legemet

N1: $\boxed{\vec{F} = 0 \iff \vec{v} = \text{konstant}}$

N2: $\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$

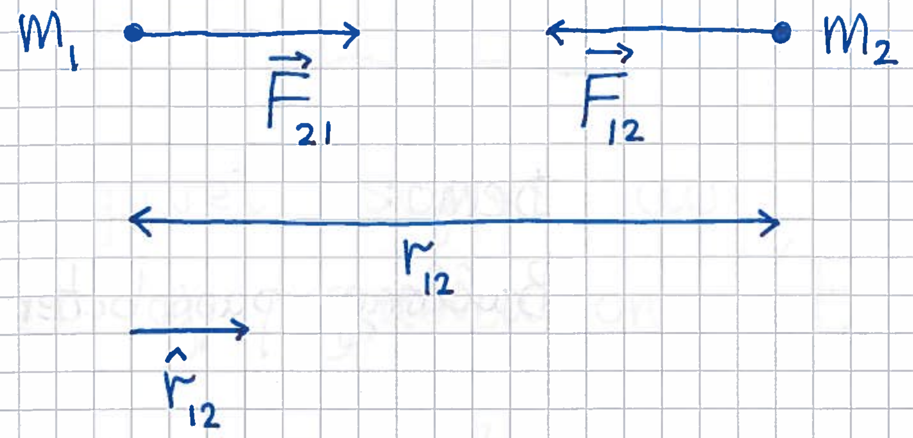
N3: $\boxed{\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}}$

Dvs: Krefter er vekselvirkning mellom legemer. Dersom A virker på B med kraft $\vec{F}_{AB}$, virker B på A med kraft $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

$$[F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \quad \text{(newton)}$$

Fundamentale krefter i naturen [YF 5.5; LL 2.1]

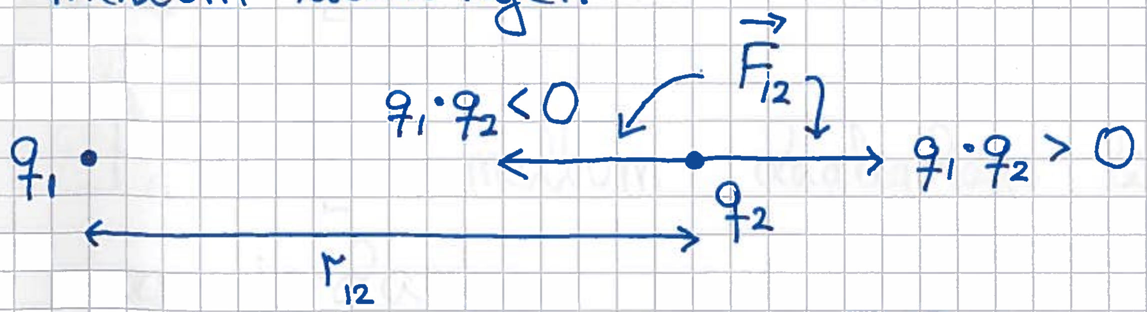
- Gravitasjon. Svak tiltrekning mellom masser.



Newtons gravitasjonslov: $\vec{F}_{21} = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$

Gravitasjonskonstanten: $G \approx 6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N m^2/kg^2}$

- Elektromagnetisk v.v. Tiltrekning/frastøtning mellom ladninger.



Coulombs lov: $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$

$[q] = C = A \cdot s$ (coulomb)

Vakuumpermittiviteten: $\varepsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

- Kjernekrefter, svake og sterke. Svært kort rekkevidde. Gir hhv radioaktivitet og stabile atomkjerner.

Dagliglivet styres av coulombkrefter (F_E) og gravitasjon (F_G).

Protonet: $m_p \approx 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, $q = e \approx 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

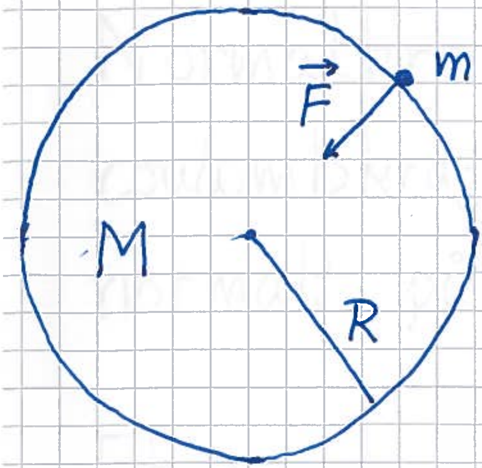
Elektronet: $m_e \approx 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $q = -e$

$\Rightarrow$ $F_E \gg F_G$ mellom elementærpartikler, atomer, molekyler og "dagligdagse" legemer

$F_G \gg F_E$ mellom himmellegemer

$F_G \gg F_E$ mellom dagligdags legeme og jorda

Tyngde [YF 4.4 ; LL 2.5]



Tyngden til m = gravitasjonskraften på m fra M :

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

Jorda : $M \approx 6 \cdot 10^{24}$ kg , $R \approx 6370$ km

$\Rightarrow$ $g = GM/R^2 \approx 9.81 \frac{m}{s^2}$ = tyngdens akselerasjon,

når m er nær jordas overflate

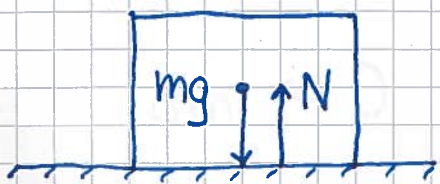
Fritt fall hvis tyngdekraften mg er eneste kraft på m :

N2 : $mg = ma \quad \Rightarrow \quad \underline{a = g}$

Kontaktkrefter [YF 4.1 ; LL 3]

Normalkraft: N = netto frastøtende coulombkraft mellom to legemer i kontakt, normalt på kontaktflaten

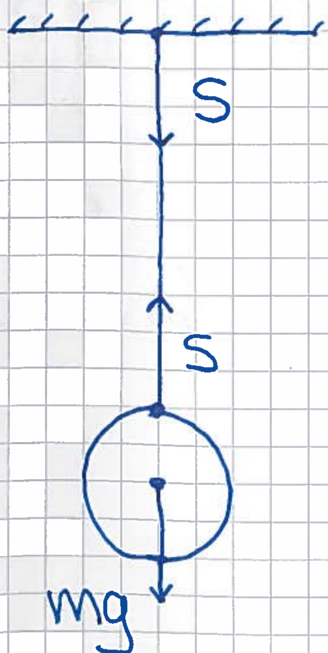
Eks:



Hvis kloss i ro:

$$N = mg \qquad (\text{pga } N1)$$

Snorkraft: S = netto tiltrekkende coulombkraft mellom snora og legemet som henger i snora

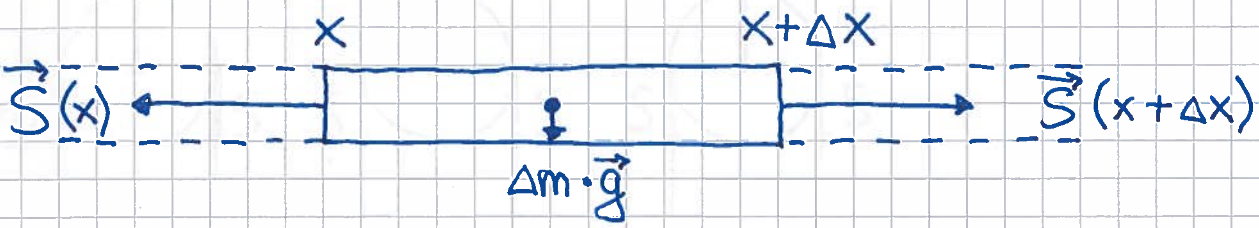


Hvis kule i ro:

$$S = mg \qquad (\text{pga } N1)$$

[Hva er "N3-motkreftene" til mg, N og S ?]

Lett og stram snor blir rett, med konstant snordrag S :

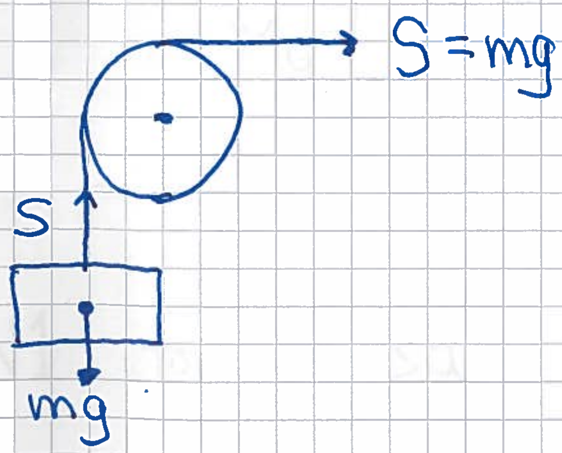


N2: $\vec{S}(x) + \vec{S}(x+\Delta x) + \Delta m \cdot \vec{g} = \Delta m \cdot \vec{a}$

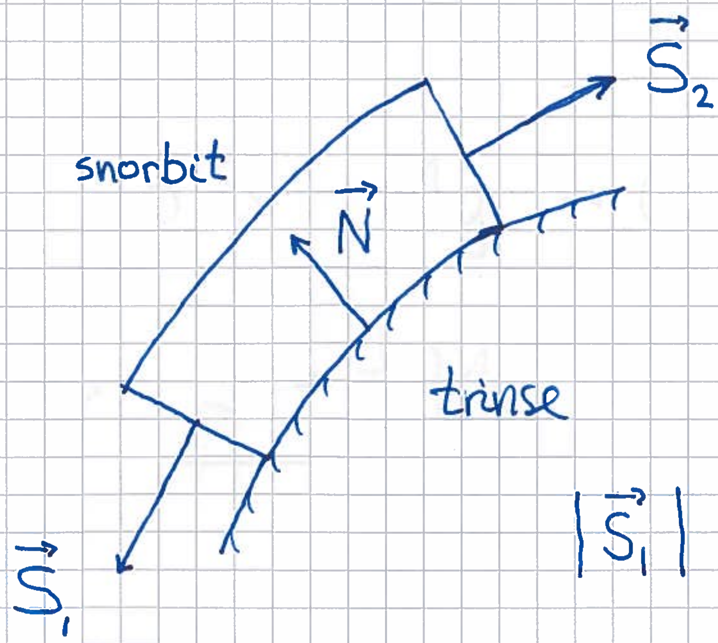
Med $\Delta m \approx 0$ er $\vec{S}(x+\Delta x) = -\vec{S}(x)$

$\Rightarrow S = |\vec{S}|$ konstant langs snora

Friksjonsfri <u>trinse</u> endrer retning på $\vec{S}$:



(Lodd i ro)



$|\vec{S}_1| = |\vec{S}_2|$