

## Faseoverganger og latent varme

(22)

[OS2 1.5 ; YF 17.6, 18.6 ; LHL 13.2, 17.10]

"Ordinære" faser av et stoff:

gass (g), væske (v), fast stoff (f)

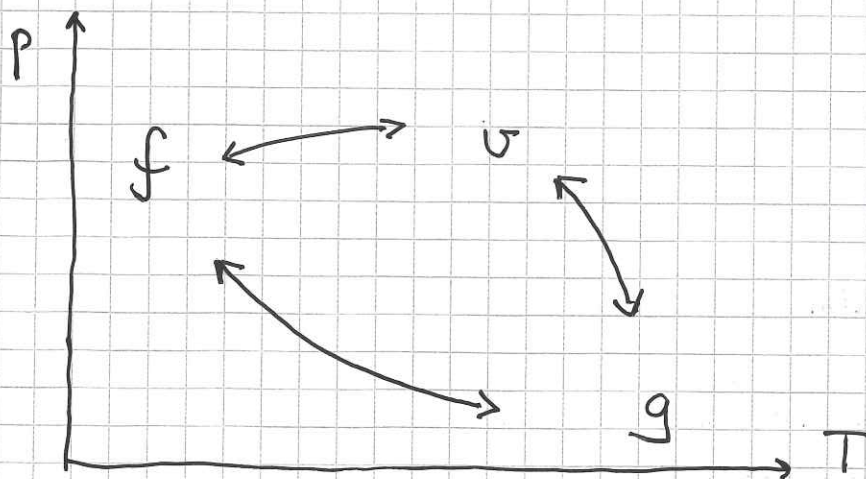
Faseoverganger mellom disse:

g  $\xleftarrow{\text{fordamping}}$  v  
 $\xrightarrow{\text{kondensasjon}}$

v  $\xleftarrow{\text{smelting}}$  f  
 $\xrightarrow{\text{størkning}}$

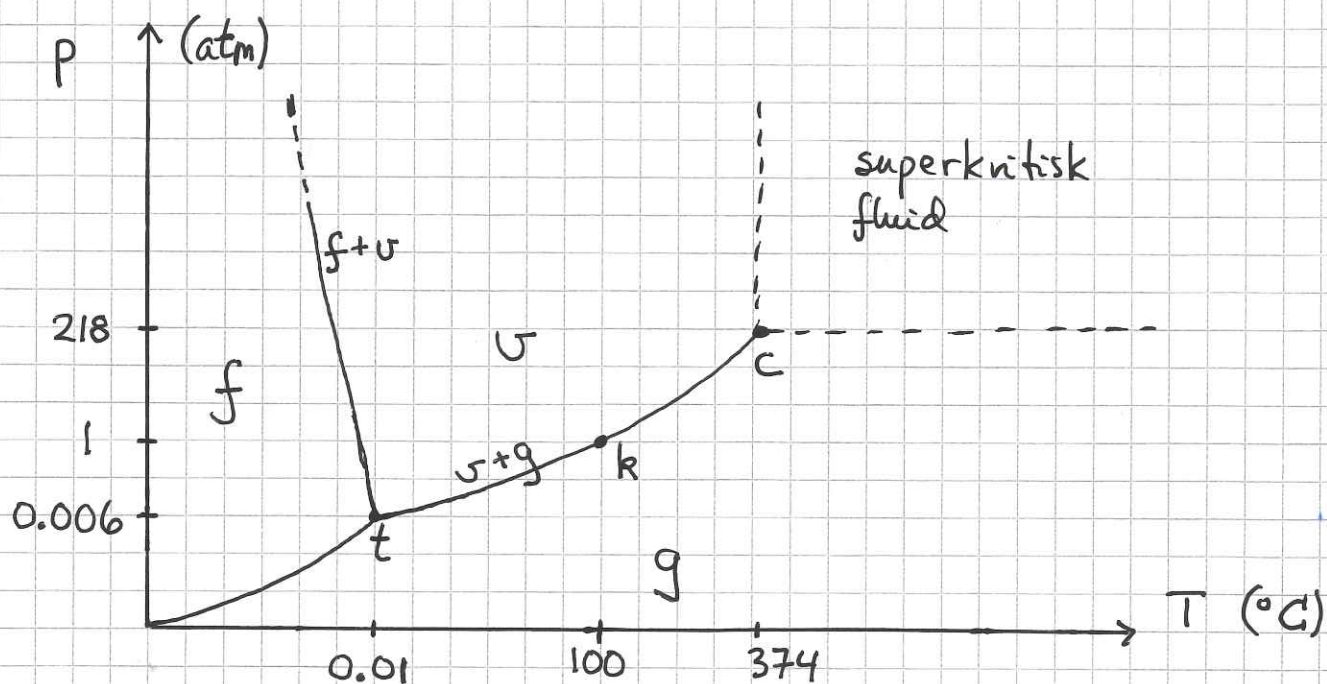
g  $\xleftarrow{\text{sublimasjon}}$  f  
 $\xrightarrow{\text{deposisjon}}$

Kvalitativt, i et (p,T)-diagram:



Likevekt mellom to faser markeres med koeksistenslinjer. Viktig eksempel er  $H_2O$ :

(23)



- Her angir  $p$  damptrykket, dvs partialtrykket fra  $H_2O$
- Trippelpunktet ( $t$ ): Alle 3 faser i samtidig likevekt. For  $H_2O$  er  $p_t = 611.657$  Pa og  $T_t = 273.16$  K.
- Kokepunktet ( $k$ ): Damptrykket er like stort som lufttrykket utenfor væsken. Hvis  $T$  blir litt større enn  $T_k$  ( $T_k = 100^{\circ}C$  når det omgivende lufttrykket er 1 atm), blir damptrykket i væska litt større enn det omgivende trykket. Væske omdannes raskt til gass, og det dannes bobler (av vann damp) i væska. Vannet koker. På Mount Everest (8848 moh) er  $p_k \approx 0.34$  atm og  $T_k \approx 71^{\circ}C$ .
- Kritisk punkt ( $c$ ): Enden på  $v/g$ -koeksistenslinjen. Hvis  $p > p_c$  og  $T > T_c$ : Ingen forskjell på væske og gass. Stoffet er et superkritisk fluid.

Latent varme :

Tilførsel av varme må til for å bryte bindinger ved smelting, fordamping og sublimasjon. Dette øker stoffets indre potensielle energi, ikke indre kinetisk energi. Dvs,  $T$  endres ikke. Systemet forblir på koeksistenslinjen inntil alt stoff er smeltet, fordampet eller sublimert.

$L$  = latent varme = påkrevd varme for å smelte, fordampe eller sublimere en viss mengde ved gitt  $T$ .

Eks:  $H_2O$  nær trippelpunktet

$$L_{sm} \approx 80 \text{ cal/g}, L_f \approx 600 \text{ cal/g}, L_{sub} \approx 680 \text{ cal/g}$$

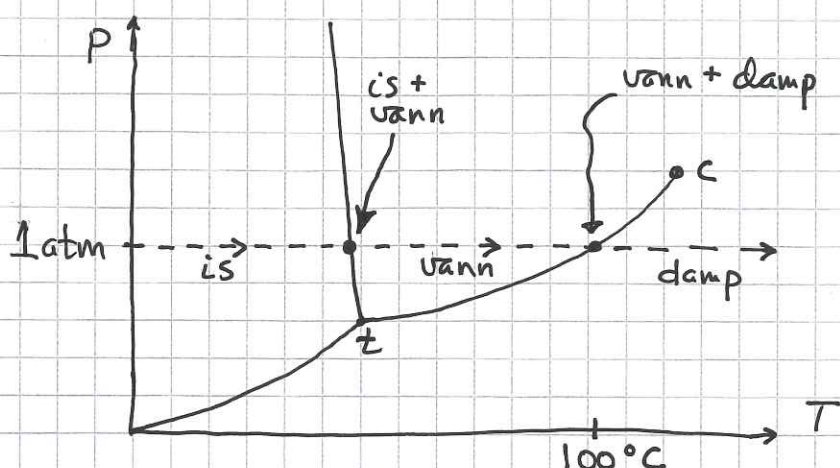
$$\text{Som ventet er } L_{sub} \approx L_{sm} + L_f$$

$$\text{Ved 1 atm : } L_f \approx 540 \text{ cal/g}$$

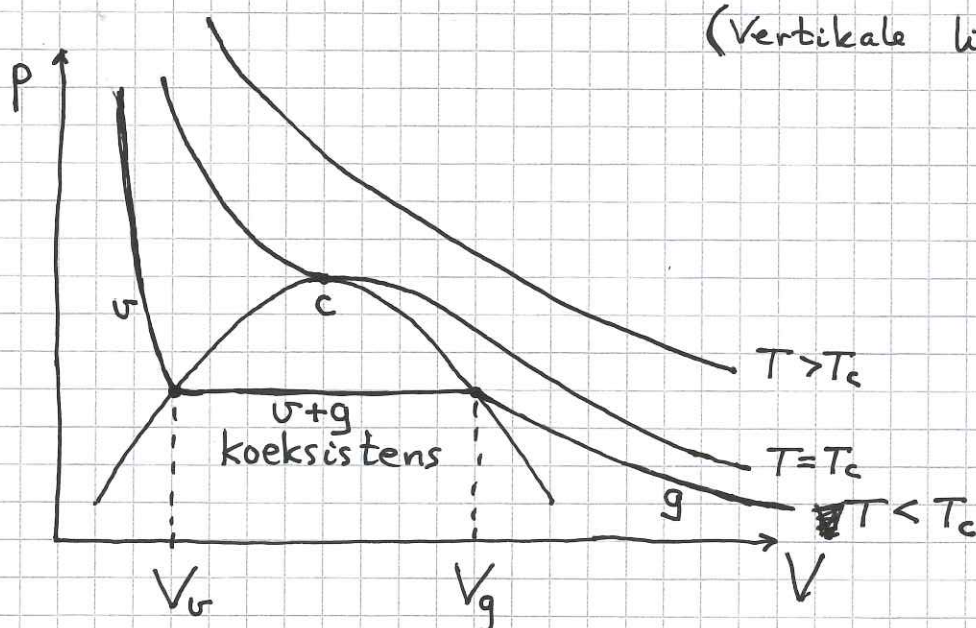
Når  $T \rightarrow T_c$  vil  $L_f \rightarrow 0$ ; da er væske og gass det samme fluidet, og det skjer ingen faseovergang.

Eks: Oppvarming av  $H_2O$ , fra is til vanndamp, med konstant varmeeffekt og ved 1 atm.

(25)



Eks: Isotermene i  $pV$ -planet, for  $T > T_c$   
(Vertikale linjer i  $(p, T)$ -planet)



$T > T_c$  : superkritisk fluid

$T = T_c$  : kritisk isotherm ; i kritisk punkt (c) er

$$\frac{\partial p}{\partial V} = 0 \quad \text{og} \quad \frac{\partial^2 p}{\partial V^2} = 0 \quad (\text{dvs: et vendepunkt})$$

$T < T_c$  : kun væske hvis  $V \leq V_r$  ; væske + gass likevekt hvis  $V_r < V < V_g$  ( $p = \text{konstant}$ ) ; kun gass hvis  $V \geq V_g$  ; jf. van der Waals tilstandsligning s. 8-10.

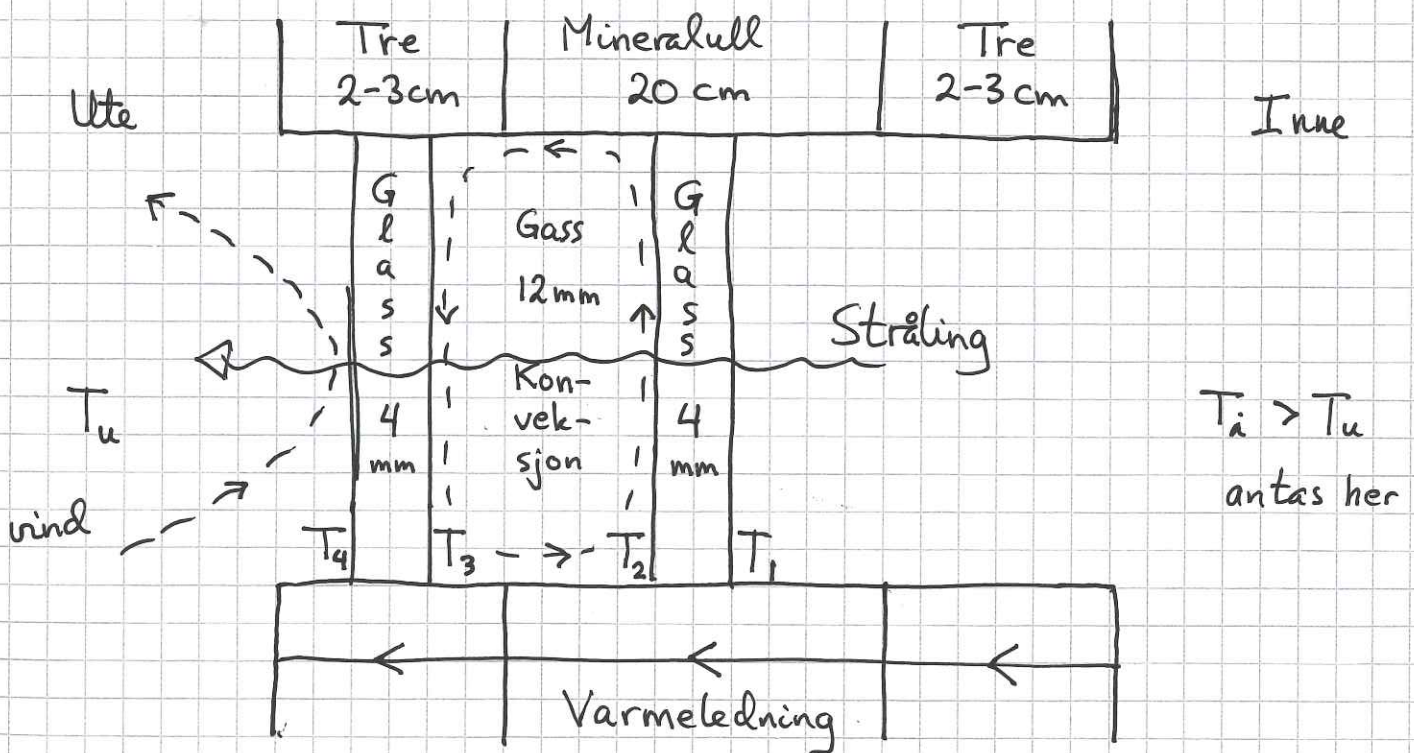
# Varmetransport [OS2 1.6; YF 17.7; LHL 18]

(26)

Tre viktige mekanismer:

- Konveksjon: Strømning av fluid
- Varmedledning: Forplantning av kinetisk energi på mikroskopisk nivå
- Stråling: Et legeme med temperatur  $T$  sender ut energi i form av elektromagnetiske bølger

Alle tre er relevante for en vegg med vindu:



Sentral fysisk størrelse er:

varmestrømtettheten  $\stackrel{\text{def}}{=}$  overført varme pr tidsenhet og pr flateenhet = varmeeffekt pr flateenhet

$$\Rightarrow [j] = \text{W/m}^2$$

## Konveksjon [OS2 1.6 ; YF 17.7 ; LHL 18.2]

(27)

$T_2 > T_3 \Rightarrow$  mindre tetthet ved 2 enn ved 3  
 $\Rightarrow$  gassen stiger ved 2 og faller ved 3  
 $\Rightarrow$  sirkulasjon og netto varmeoverføring fra 2 til 3

Samme effekt ute ( $T_4 > T_u$ ) og tildels inne ( $T_i > T_1$ ).

Antar typisk at konveksjon gir  $j$  prop. med  $\Delta T$ , dvs

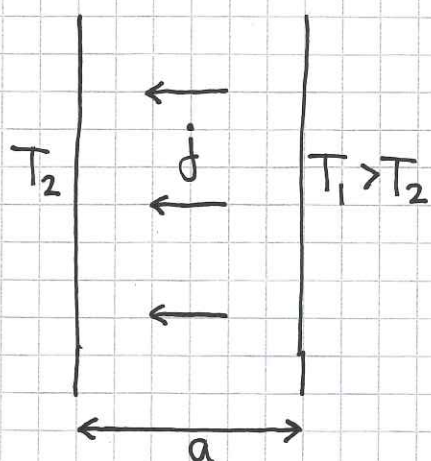
$$j = \alpha \cdot \Delta T ; \quad \alpha = \text{varmeovergangstall}$$

Innvendig (uten vind) :  $\alpha_i \approx 7.5 \text{ W/m}^2\text{K}$

Utvendig (vind 5-6 m/s) :  $\alpha_u \approx 25 \text{ W/m}^2\text{K}$

## Varmeledning [OS2 1.6 ; YF 17.7 ; LHL 18.1]

Vi ser her på stasjonær (dvs tidsuavhengig) varmeledning i en dimensjon.



- Materiale med tykkelse  $a$  ; glass, tre, "glava" ....
- Konstante temperaturer  $T_2$  og  $T_1 > T_2$  på hver overflate
- Exp. gir  $j$  prop. med  $\Delta T/a$

- Med stasjonære forhold er  $j$  uavhengig av  $x$  ; i motsatt fall ville  $j(x) \neq j(x+dx)$ , og dermed ville  $T(x)$  ha endret seg med tiden

- Med  $j$  uavhengig av  $x$  er  $\frac{\Delta T}{a} = \frac{dT}{dx}$ , dvs

$$j = -\kappa \frac{\Delta T}{a} = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

Som er Fouriers lov, med  $\kappa$  = materialets varmeledningsevne, med enhet  $[\kappa] = W/K \cdot m$

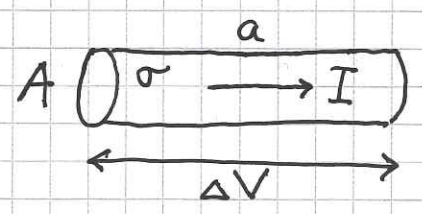
- Fouriers lov i 3D:  $\vec{j} = -\kappa \nabla T$

- Tallverdier:

| Materiale              | Luft  | Glava | Vann | Is  | Glass | Tre     | Stål |
|------------------------|-------|-------|------|-----|-------|---------|------|
| $\kappa (W/K \cdot m)$ | 0.026 | 0.035 | 0.61 | 2.2 | ca 1  | 0.1-0.2 | 43   |

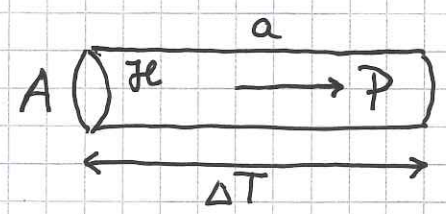
Fouriers lov og Ohms lov: en perfekt analogi

Elektrisk motstand



$\sigma$  = elektrisk ledningsevne  
 $j = I/A$  = strømtetthet ( $\frac{A}{m^2}$ )  
 $j = \sigma E$  (Ohms lov)  
 $E$  = elektrisk felt ( $V/m$ )  
 $\Delta V = E \cdot a$  = spenning (V)  
 $\Rightarrow \Delta V = I \cdot R$  med  
 $R = a / \sigma A$  ( $\Omega$ )  
 $(V/A)$   
 $(A = C/s)$

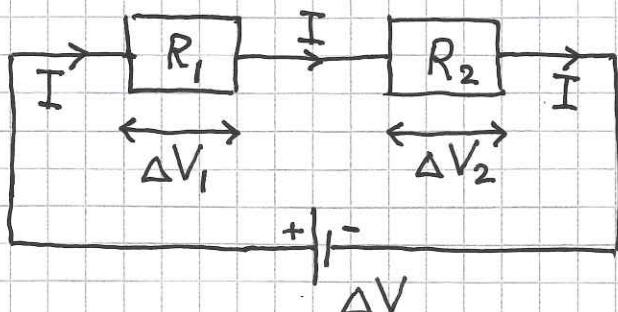
Varmemotstand



$\kappa$  = varmeledningsevne  
 $j = P/A$  = varmestømtetthet ( $\frac{W}{m^2}$ )  
 $j = \kappa \Delta T / a$  (Fouriers lov)  
 $\Rightarrow \Delta T = P \cdot R_Q$  med  
 $R_Q = a / \kappa A$  (K/W)  
 $(W = J/s)$

Må ha samme regler for serie- og parallellkobling av varmemotstander og elektriske motstander.

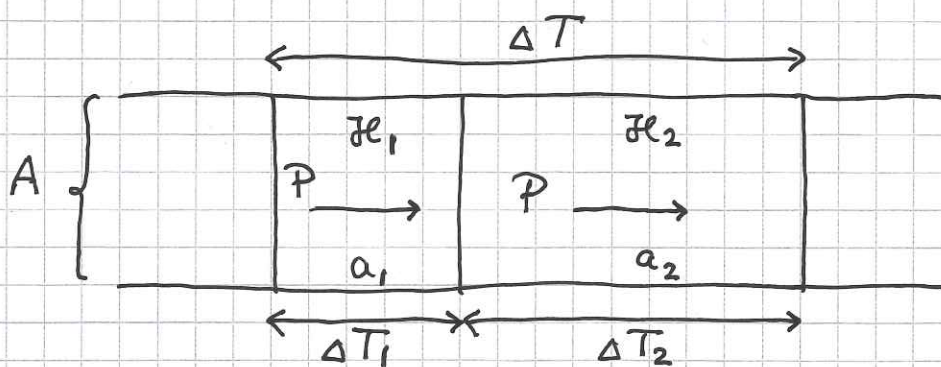
Seriekobling:



Pga ladningsbevarelse: Lik elektrisk strøm  $I$  gjennom  $R_1$  og  $R_2$

$$\Rightarrow \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = R_1 I + R_2 I = R I$$

$$\Rightarrow \text{Total motstand: } R = R_1 + R_2$$

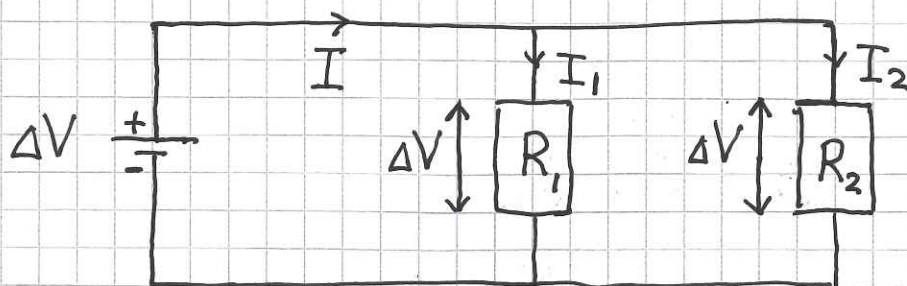


Pga energibevarelse: Lik varmestrøm (effekt)  $P$  gjennom begge lag 1 og 2

$$\Rightarrow \Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 = R_Q^{(1)} P + R_Q^{(2)} P = R_Q P$$

$$\Rightarrow \text{Total varmemotstand: } R_Q = R_Q^{(1)} + R_Q^{(2)}$$

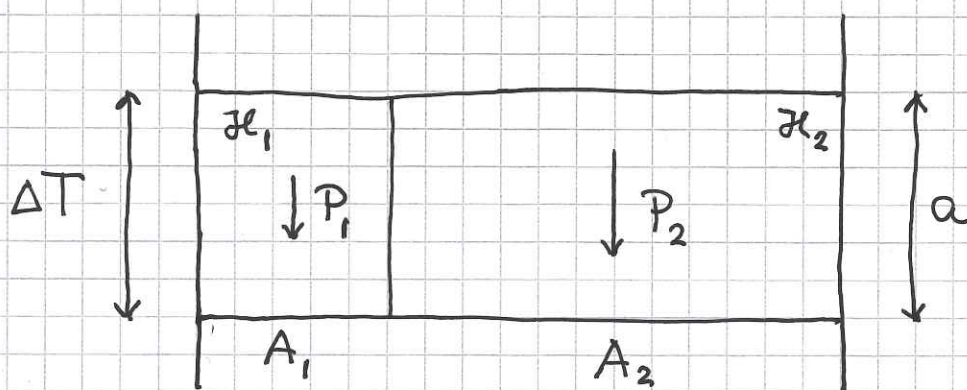
Parallellkobling:



Lik spenning  $\Delta V$  over  $R_1$  og  $R_2$

Pga ladningsbevarelse:  $I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{\Delta V}{R}$

$\Rightarrow$  Total motstand  $R$  gitt ved  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$



Lik temperaturforskjell  $\Delta T$  over begge lag 1 og 2

Pga energibevarelse:  $P = P_1 + P_2 = \frac{\Delta T}{R_Q^{(1)}} + \frac{\Delta T}{R_Q^{(2)}} = \frac{\Delta T}{R_Q}$

$\Rightarrow$  Total varmemotstand  $R_Q$  gitt ved  $\frac{1}{R_Q} = \frac{1}{R_Q^{(1)}} + \frac{1}{R_Q^{(2)}}$

Eks: Tømmervegg vs reisverk og glava

Ser på  $1\text{ m}^2$  vegg, 24 cm tykk, massiv furu ( $\lambda_t = 0.12 \frac{\text{W}}{\text{K}\cdot\text{m}}$ ) og  $2 \times 2\text{ cm}$  panel + 20 cm glava ( $\lambda_g = 0.035 \frac{\text{W}}{\text{K}\cdot\text{m}}$ ).

$$\text{Tømmer: } R_Q^{(t)} = \frac{0.24\text{ m}}{0.12 \frac{\text{W}}{\text{K}\cdot\text{m}} \cdot 1\text{ m}^2} = 2.0 \text{ K/W}$$

$$\text{Reisverk: } R_Q^{(r)} = R_Q^{(p)} + R_Q^{(g)} = 2 \cdot \frac{0.02\text{ m}}{0.12 (\text{W/Km}) \cdot 1\text{ m}^2} + \frac{0.20}{0.035 \cdot 1} \frac{\text{K}}{\text{W}} \approx 6.0 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Effektutp gjennom  $1\text{ m}^2$  vegg med  $\Delta T = 30\text{ K}$  ( $+20^\circ\text{C} / -10^\circ\text{C}$ ):

$$P_t = \Delta T / R_Q^{(t)} = 15\text{ W} ; P_r = \Delta T / R_Q^{(r)} = 5\text{ W}$$

Reisverk, temperaturprofil:

$$\Delta T_g = P_r \cdot R_Q^{(g)} = 5\text{ W} \cdot 5.7 \frac{\text{K}}{\text{W}} \approx 28.5\text{ K}$$

$$\Delta T_p = P_r \cdot R_Q^{(p)} = 5\text{ W} \cdot 0.33 \frac{\text{K}}{\text{W}} = 1.5\text{ K}$$

- Hvorfor tømmerhytte? Holder lengst på varmen pga mye større varmekapasitet enn glava:

$$\text{Furu: } C/V = 2800 (\text{J/kg K}) \cdot 520 (\text{kg/m}^3) = 1456 \text{ kJ/m}^3 \cdot \text{K}$$

$$\text{Glava: } C/V = 800 \text{ — — — } \cdot 150 \text{ — — — } = 120 \text{ kJ/m}^3 \cdot \text{K}$$

- Hvorfor glava ( $\lambda_g = 0.035 \frac{\text{W}}{\text{K}\cdot\text{m}}$ ) og ikke luft i veggen ( $\lambda_l = 0.026 \frac{\text{W}}{\text{K}\cdot\text{m}}$ )?

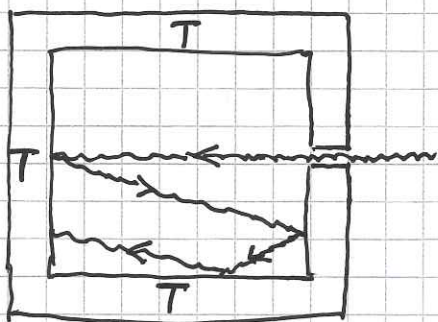


Luft gir stort varmetap pga konveksjon og stråling.

# Stråling [OS2 1.6; YF 17.7; LHL 18.4]

(32)

- Legeme med temp.  $T$  inneholder akselererte ladninger. Disse emitterer (sender ut) elektromagnetiske bølger, dvs EM stråling, ifølge Maxwells ligninger.
- EM stråling som faller inn mot et legeme vil absorberes, reflekteres og/eller transmitteres, med andeler hhv  $a$ ,  $r$  og  $t$ , slik at  $a + r + t = 1$ .
- Svart legeme:  $a = 1$ ;  $r = t = 0$ . En idealisering.  
God realisering: Boks med liten åpning inn til et hulrom.



- For legeme i termisk likevekt: Like mye energi emitteres og absorberes, for alle bølgelengder.  
For svart legeme i termisk likevekt:  $a = e = 1$   
 $e$  = emisjonseffekten/emissiviteten.
- Max Planck (1900): EM stråling med frekvens  $f$  (bølgelengde  $\lambda = c/f$ ;  $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s = lysfarten i vakuum) har kvantisert energi  $E_n = n \cdot hf$ ;  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $h \approx 6.6 \cdot 10^{-34}$  Js = Plancks konstant.  
Frekvensfordelingen i strålingsenergien fra legeme med temp.  $T$  blir da

$$\frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3 / c^2}{\exp(hf/k_B T) - 1} = \text{utstrålt effekt pr}$$

flateenhet, og pr frekvensenhet; dvs med enhet  $\frac{W/m^2}{Hz}$

Total utstrålt effekt pr flateenhet:

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df} df = \sigma T^4; \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2} \approx 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

Dette er Stefan-Boltzmanns lov for et svart legeme.

For reelle legemer med emisjonseffektivitet  $e < 1$ :

$$j(T) = e \cdot \sigma T^4$$

Eks: Asfalt  $e = 0.93$ . Polert stål:  $e = 0.075$

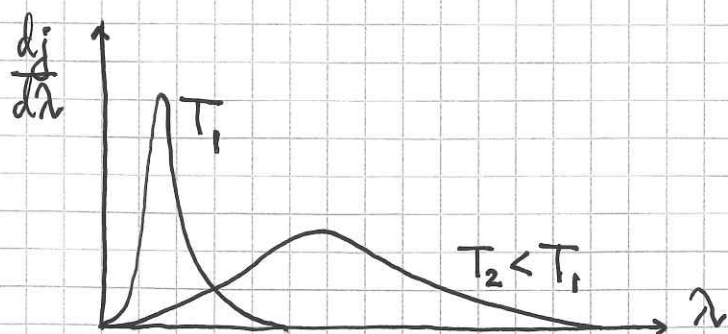
- Bølgelengdefordelingen:

$$f = c/\lambda \Rightarrow df/d\lambda = -c/\lambda^2 \Rightarrow df = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$\Rightarrow j(T) = \int_{\lambda=\infty}^0 \frac{2\pi h (c/\lambda)^3 / c^2}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1} \cdot \left(-\frac{c}{\lambda^2}\right) d\lambda = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda} d\lambda$$

$$\text{med } \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi h c^2 / \lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1} \quad \text{med enhet } \frac{W/m^2}{m} = \frac{W}{m^3}$$

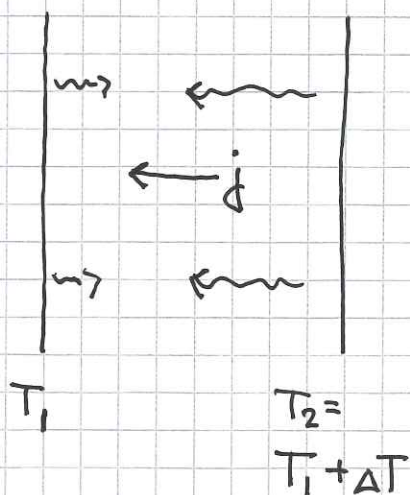
- Wiens forskyvningslov:  $\frac{d}{d\lambda} \left( \frac{dj}{d\lambda} \right) = 0 \Rightarrow \text{maxverdi}$   
for  $dj/d\lambda$  når  $\lambda \cdot T \approx 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$



Tilsvarende:  $\frac{d}{df} \left( \frac{dj}{df} \right) = 0$  gir max  $\frac{dj}{df}$  når  $\frac{f}{T} \approx 5.88 \cdot 10^{10} \frac{\text{Hz}}{\text{K}}$

Eksempler:

- Mørk skyfri himmel tilsvarer svart legeme med  $T \approx 250 \text{ K}$ . Kan gi så stort varmetap pga stråling at veibanen oppnår  $T < 0^\circ \text{C}$  selv om  $T > 0^\circ \text{C}$  i lufta. Kjør forsiktig!
- Stråling fra kroppens overflate, med  $T \approx 303 \text{ K}$ , har maksimal  $dj/d\lambda$  ved  $\lambda \approx 10 \mu\text{m}$  (infrarødt; IR).
- Solas overflate:  $T \approx 6 \cdot 10^3 \text{ K}$  gir max  $dj/d\lambda$  ved ca  $480 \text{ nm}$  (blå-grønt). Stor  $dj/d\lambda$  også i ultrafiolett-området (UV)  $10 - 400 \text{ nm}$ ; det meste absorberes i atmosfæren, av  $\text{N}_2, \text{O}_2, \text{O}_3$  etc.
- Varmeoverføring mellom to parallelle plan:



$$j = \sigma (T_2^4 - T_1^4) \\ = \sigma (T_2^2 + T_1^2)(T_2 + T_1)(T_2 - T_1)$$

Hvis  $\Delta T = T_2 - T_1$  ikke er for stor:

$$j \approx 4\sigma T^3 \cdot \Delta T \quad ; \quad T \approx T_1 \approx T_2$$