TFY4115 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2013.
Øving 11. Veiledning: 5. november. Innleveringsfrist: 11. november kl 14.

Maxwells hastighetsfordeling

Innledning

I denne øvingen skal vi studere bevegelsen til sirkulære plastskiver på et luftputebord. Luftputebordet har vibrerende vegger som i gjennomsnitt tilfører skivene litt energi i kollisjonene mellom vegg og skive. Dette kompenserer for friksjon mellom skivene og underlaget, samt et visst energitap når skivene kolliderer med hverandre. Etter en viss tid har vi *stasjonære* forhold, der tilført energi fra veggene og tapt energi pga friksjon er like store. Vi kan da forvente at skivenes hastighetsfordeling også er stasjonær, og oppgaven går i korthet ut på bestemme denne hastighetsfordelingen og sammenligne med teoretisk forventet fordeling.

Filmen maxwell.wmv viser det studerte utsnittet av luftputebordet i ca 14 sekunder. I løpet av denne tiden har vi fulgt banen $(x(t), y(t))$ til 49 skiver. Eller mer presist, 49 skivebaner, siden en gitt skive kan forsvinne ut av bildet og komme inn i bildet igjen opp til flere ganger i løpet av de 14 sekundene. Med programmet tracker er de 49 banene kartlagt og lagret i hver sin fil, `mass8_1.txt, mass8_2.txt, ..., mass8_49.txt`. Disse 49 tekstfilene ligger samlet i fila maxwell.zip. Eksempelvis er innholdet i fila `mass8_24.txt` som følger:

```
mass8_24
t x y
6.352 -109.08 -109.808
6.431 -122.184 -88.696
6.495 -134.317 -67.826
6.56 -148.15 -47.685
```

Første linje er første del av filnavnet, andre linje angir hvilke størrelser som påfølgende data tallfester, og fra og med tredje linje kommer sammenhørende verdier av tid t (målt i sekunder), horisontal posisjon x og vertikal posisjon y. Tallverdiene for x og y må multipliseres med faktoren 0.22 for å angi centimeter. Bane nr 24 tilhører en skive som var inne i synsfeltet kun et par tiendedels sekunder før den forsvant ut av bildet igjen. Filmen er tatt opp med et webkamera som tar 15 bilder pr sekund.

To påfølgende bilder gir grunnlag for numerisk beregning av v_x, v_y og $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ for en gitt skive som er inne i synsfeltet. (For bane nr 24, med bare 4 bilder, kan vi beregne 3 verdier av v_x, v_y og v.) Alt i alt gir de 49 banene på denne måten grunnlag for 920 individuelle fartsmålinger. Hvis vi så deler inn v-aksen (evt v_x-aksen og v_y-aksen) i passende store intervaller, kan vi telle opp hvor mange målinger som havner i hvert intervall, og til slutt tegne opp fordelingen i et såkalt histogram.

Oppgaver

Antagelsene som førte fram til Maxwellfordelingen for molekylenes hastigheter i en fortynnet gass var ikke annet enn 1. at ingen retninger er spesielt foretrukne (isotrop fordeling) og 2. at de ulike komponentene av hastigheten (her: v_x og v_y) er statistisk uavhengige. Er det noen grunn til å tro at disse antagelsene ikke skulle gjelde for skivene på luftputebordet? Nei, ikke så langt jeg kan se! Med andre ord, sannsynligheten for at en gitt skive har hastighetskomponenter på intervallene $(v_x, v_x + dv_x)$ og $(v_y, v_y + dv_y)$ er henholdsvis

$$g(v_x)\, dv_x = \sqrt{\frac{B}{\pi}}\, e^{-Bv_x^2}\, dv_x$$

og

$$g(v_y)\, dv_y = \sqrt{\frac{B}{\pi}}\, e^{-Bv_y^2}\, dv_y.$$

a) Bruk dette til å vise at skivenes hastighetsfordeling blir

$$F(v) = \frac{B}{\pi}\, e^{-Bv^2},$$

mens fartsfordelingen blir

$$f(v) = 2Bve^{-Bv^2}.$$

Her har vi brukt samme notasjon som i forelesningene, slik at $F(v)d^2v$ angir sannsynligheten for at en skive har hastighet mellom $\boldsymbol{v}$ og $\boldsymbol{v} + d\boldsymbol{v}$, mens $f(v)dv$ er sannsynligheten for at en skive har fart ($v = |\boldsymbol{v}|$) mellom v og $v + dv$.

b) Last ned fila `maxwell.zip` og "pakk ut" de 49 txt-filene. Skriv ferdig MATLAB-programmet `maxwell.m` eller PYTHON-programmet `maxwell.py` slik at du får plottet et histogram for skivenes fartsfordeling. (Linjer med .... må kompletteres.) I samme figur skal det også tegnes opp en teoretisk fordelingsfunksjon på formen $Av \exp(-Bv^2)$. Velg koeffisienter A og B slik at du får best mulig samsvar mellom teori og eksperiment.

c) Skivene har masse 32 g. Er det meningsfylt å tilordne dette systemet en temperatur slik vi gjorde for molekyler i en fortynnet gass?

d) Her er noen forslag til andre ting du kan gjøre:

- Lag histogram for v_x og v_y og sammenlign med tilpassede teoretiske kurver.
- Lag "scatter plot" (hva heter det på norsk?) av henholdsvis v_x mot v_y og x mot y for samtlige målte verdier. Gir figurene visuelle inntrykk omtrent som forventet?
- Andre gode ideer?