

TFY4115 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 7.

Oppgave 1

Newtons 2. lov for rotasjon om fast akse,

$$\tau = \dot{L} = I\dot{\omega} = I\ddot{\theta},$$

med dreiemoment $\tau = -D\theta$ gir ligningen

$$-D\theta = I\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{D}{I}\theta = 0.$$

Dette er en harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega_0 = \sqrt{D/I}$, og dermed svingetid $T = 2\pi\sqrt{I/D}$. Riktig svar: A.

Oppgave 2

Steiners sats gir at kulas treghetsmoment mhp en akse gjennom festepunktet er

$$I = I_0 + Md^2 = \frac{2}{5}MR^2 + M(3R/2)^2 = \frac{53}{20}MR^2.$$

Svingetiden blir dermed

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{53R}{30g}},$$

som med $R = 0.05$ m og $g = 9.81$ m/s² gir $T = 0.6$ s. Riktig svar: C.

Oppgave 3

Steiners sats gir at kulas treghetsmoment mhp en akse gjennom festepunktet er

$$I = I_0 + Md^2 = \frac{2}{3}MR^2 + M(2R)^2 = \frac{14}{3}MR^2.$$

Svingetiden blir dermed

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{7R}{3g}}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 4

Newtons 2. lov gir her ligningen

$$-kx - b\dot{x} = m\ddot{x},$$

som f.eks kan skrives

$$m\ddot{x} + kx = -b\dot{x}.$$

Vi regner så ut dE/dt (med bruk av kjerneregelen for derivasjon):

$$\frac{dE}{dt} = m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = \dot{x}(m\ddot{x} + kx).$$

Her kan de to leddene i parentes erstattes av $-b\dot{x}$, slik at $|dE/dt| = b\dot{x}^2$. Riktig svar: E.

Oppgave 5

Nei, det er nok ikke bare å stille seg oppå ei fjærvekt og lese av tyngden, og dermed massen, når det ikke lenger er noen tyngdekraft til stede! Men med en enkel harmonisk oscillator går det fint. Stolen har, med $m_0 = 42$ kg og $T_0 = 0.79$ s, fjærkonstant

$$k = \frac{4\pi^2 m_0}{T_0^2} = 2657 \text{ N/m}.$$

Stol pluss astronaut har dermed, med $T_1 = 1.36$ s, masse

$$m_1 = \frac{kT_1^2}{4\pi^2} = 124 \text{ kg}.$$

Astronautens masse er da 82 kg. Riktig svar: C.

Oppgave 6

Ligningen for ladningen Q på kondensatoren kan skrives på formen

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0,$$

og vi gjenkjenner en harmonisk oscillator med frekvens

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 7

Ligningen for ladningen q viser at $1/C$ spiller samme rolle som k , L spiller samme rolle som m , og R spiller samme rolle som b . Dermed: $Q = \sqrt{L/CR^2}$. Riktig svar: A.

Oppgave 8

Fjærkraften kA må overstige maksimal friksjonskraft $\mu_s N = \mu_s mg$, dvs $A > \mu_s mg/k$. Riktig svar: A.

Oppgave 9

Med svak damping er $1/\tau \ll \omega$, slik at vi kan skrive $x(t) \simeq A \cos(\omega t + \phi)$ i starten. Dermed er

$$\ddot{x}(t) \simeq -\omega^2 x(t) = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x(t)$$

i starten. Fra figuren ser vi at $T \simeq 4$ s og $x(0) = 0.6$ m. Dette gir en akselerasjon ca - 1.5 m/s² i starten. Riktig svar: B.

Oppgave 10

På to hele perioder, fra 1. til 3. topp, reduseres amplituden fra ca 0.92 m til ca 0.42 m. Dermed:

$$\frac{x(t+2T)}{x(t)} = e^{-2T/\tau} = \frac{0.42}{0.92},$$

som gir (med $T = 4$ s)

$$\tau \simeq \frac{2T}{\ln(0.92/0.42)} \simeq 10 \text{ s}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 11

Den kinetiske energien til en harmonisk oscillator svinger med dobbelt så stor frekvens og dermed halvparten så stor periode som utsvinget. Derfor er B ikke riktig. Riktig svar: B.