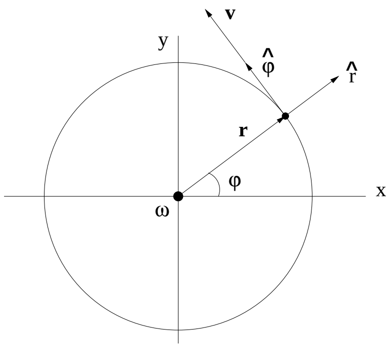
FY1001/TFY4145 Mekanisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2014.
Veiledning: 9. - 12. september. Innleveringsfrist: Mandag 15. september kl 14.

Øving 2

Oppgave 1: Sirkelbevegelse.



En partikkel utfører uniform sirkelbevegelse med konstant vinkelhastighet $\omega = v/r$. Ved å betrakte figuren har vi da

$$\begin{aligned} \hat{r}(t) &= \hat{x}\cos\omega t + \hat{y}\sin\omega t, \\ \hat{\phi}(t) &= -\hat{x}\sin\omega t + \hat{y}\cos\omega t. \end{aligned}$$

a) Her har vi allerede antatt at $\phi(t) = \omega t$, dvs $\phi = 0$ for $t = 0$. Hvordan blir uttrykkene for $\hat{r}(t)$ og $\hat{\phi}(t)$ hvis vi velger $\phi(0) = \pi/2$?

b) Vis at de tidsderiverte av disse enhetsvektorene blir

$$\dot{\hat{r}} = \omega\hat{\phi} \quad ; \quad \dot{\hat{\phi}} = -\omega\hat{r}.$$

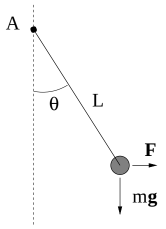
(Tips: Start med uttrykkene for $\hat{r}$ og $\hat{\phi}$ ovenfor.)

c) Vis deretter at

$$\boldsymbol{v} = r\omega\hat{\phi} \quad ; \quad \boldsymbol{a} = -r\omega^2\hat{r}.$$

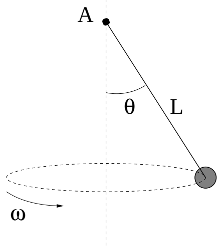
(Tips: Husk at $\boldsymbol{r} = r\hat{r}$.)

Oppgave 2: Pendel.



Ei kule (punktmasse) med masse m er festet til ei vektløs stang med lengde L. Stanga er festet i et punkt A som den kan bevege seg fritt om.

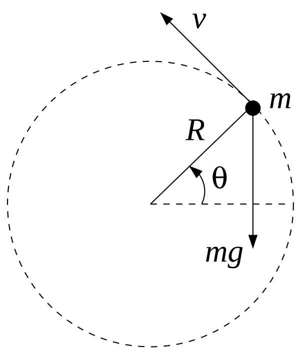
a) Kula trekkes ut til siden (i papirplanet) med en horisontal kraft $\boldsymbol{F}$. Hvor stor må F være for å holde kula i ro ved vinkelen θ?



b) I stedet for å trekke med en kraft $\boldsymbol{F}$ lar vi systemet rotere om en vertikal akse gjennom opphengningspunktet A, med vinkelhastighet ω. Hvor stor vinkel θ danner stanga med vertikalaksen? Er denne løsningen riktig for alle verdier av ω? Tips: Kula har hastighet $v = \omega r$ $(r = L\sin\theta)$ og sentripetalakselerasjon $a = v^2/r$.

c) Til slutt tenker vi oss at pendelen henger (uten å rotere!) i et fly som akselererer bortover rullebanen. Hva er akselerasjonen dersom $\theta = 30°$? (Utfør eksperimentet neste gang du er ute og flyr!)

Oppgave 3: Vertikal sirkelbevegelse.



En stein med masse m er festet til enden av ei (masseløs) snor med lengde R, og slynges rundt i en vertikal sirkelbane, som vist i figuren til venstre.

a) Vis at Newtons 2. lov for den tangentielle bevegelsen langs sirkelbanen kan skrives som

$$R\frac{d\omega}{dt} = -g\cos\theta,$$

og bruk kjerneregelen, $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$, til å finne en differensialligning for $\omega(\theta)$.

b) Løs ligningen og vis at

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{2g}{R} \cdot \sin\theta,$$

der ω_0 er vinkelhastigheten ved $\sin\theta = 0$.

c) Sett opp en ligning for sentripetalakselerasjonen $a_\perp$ og finn snordraget S som funksjon av θ. I hvilken posisjon av banen er det størst fare for at snora ryker? (Bruk uttrykket du har funnet for $S(\theta)$ og sjekk det mot din sunne fornuft.) Hva må ω_0 minst være for at snora hele tida skal være stram? (Sunn fornuft gir en god sjekk også her.)

Oppgave 4: Flervalg på skråplanet.

En kloss med masse m ligger i ro på et skråplan med helningsvinkel θ. Statisk og kinetisk friksjonskoeffisient for kontaktflaten mellom kloss og skråplan er hhv μ_s og $\mu_k < \mu_s$.

a) Hvor stor er normalkraften N fra skråplanet på klossen?
A) $N = mg\sin\theta$ B) $N = mg\cos\theta$ C) $N = mg\tan\theta$ D) $N = mg\cot\theta$
($\cot x = \cos x/\sin x = 1/\tan x$)

b) Hvor stor er friksjonskraften f fra skråplanet på klossen?
A) $f = mg\sin\theta$ B) $f = mg\cos\theta$ C) $f = mg\tan\theta$ D) $f = \mu_s N$

c) Hvor stor må μ_s minst være for at klossen skal ligge i ro?
A) $\mu_s^{\min} = \sin\theta$ B) $\mu_s^{\min} = \cos\theta$ C) $\mu_s^{\min} = \tan\theta$ D) $\mu_s^{\min} = \cot\theta$

d) Hva blir klossens akselerasjon $a_\parallel$ nedover skråplanet dersom μ_s ikke er stor nok til at klossen blir liggende i ro?
A) $a_\parallel = g(\sin\theta - \mu_k\cos\theta)$ B) $a_\parallel = g(\cos\theta - \mu_k\sin\theta)$
C) $a_\parallel = g(\sin\theta - \mu_s\cos\theta)$ D) $a_\parallel = g(\cos\theta - \mu_s\sin\theta)$

e) Anta at μ_s er for liten til å holde klossen i ro, slik at den akselererer nedover skråplanet. Til hvilken helningsvinkel α må du justere skråplanet for at klossen skal gli med konstant hastighet?
A) $\alpha = \arcsin\mu_k$ B) $\alpha = \arccos\mu_k$ C) $\alpha = \arctan\mu_k$ D) $\alpha = \mu_k$

Oppgave 5: To klosser på skråplanet.

To klosser med masse hhv m_1 og m_2 og kinetisk friksjonskoeffisient hhv μ_1 og μ_2 glir nedover et skråplan med helningsvinkel β. De to klossene er forbundet med ei tilnærmet masseløs snor. Klossen med masse m_1 ligger øverst på skråplanet. Snordraget betegner vi med S; $S = 0$ hvis snora er slakk og $S > 0$ hvis snora er stram.

a) Hvor stor er friksjonskraften f_i fra skråplanet på kloss nr i ($i = 1, 2$)?
A) $f_i = \mu_i m_i g \sin\beta$ B) $f_i = \mu_i m_i g \cos\beta$ C) $f_i = \mu_i m_i g \tan\beta$ D) $f_i = \mu_i m_i g \cot\beta$

b) Hva er akselerasjonen a_1 til kloss nr 1?
A) $a_1 = g(\sin\beta + \mu_1 \cos\beta) + S/m_1$ B) $a_1 = g(\sin\beta - \mu_1 \cos\beta) + S/m_1$
C) $a_1 = g(\sin\beta + \mu_1 \cos\beta) - S/m_1$ D) $a_1 = g(\sin\beta - \mu_1 \cos\beta) - S/m_1$

c) Hva er akselerasjonen a_2 til kloss nr 2?
A) $a_2 = g(\sin\beta + \mu_2 \cos\beta) + S/m_2$ B) $a_2 = g(\sin\beta - \mu_2 \cos\beta) + S/m_2$
C) $a_2 = g(\sin\beta + \mu_2 \cos\beta) - S/m_2$ D) $a_2 = g(\sin\beta - \mu_2 \cos\beta) - S/m_2$

d) Hva er betingelsen for at snora skal holde seg stram? (Dvs, med et snordrag $S > 0$.)
A) $m_1 > m_2$ B) $\mu_1 > \mu_2$ C) $\mu_1 m_1 > \mu_2 m_2$ D) $m_1/\mu_1 > m_2/\mu_2$

e) Hva må vinkelen β være for at de to klossene skal gli nedover skråplanet med samme konstante hastighet?
A) $\beta = \arcsin[(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)/(m_1 + m_2)]$
B) $\beta = \arctan[(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)/(m_1 + m_2)]$
C) $\beta = \arcsin[(m_1 + m_2)/(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)]$
D) $\beta = \arctan[(m_1 + m_2)/(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)]$