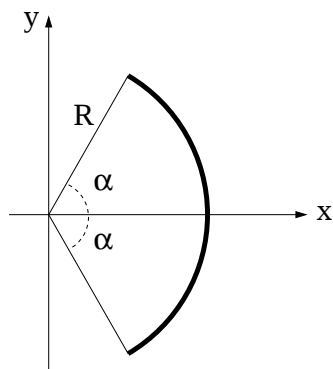


Øving 4

Kanskje litt mye å gjøre på denne øvingen, men mange av spørsmålene tar kort tid å besvare.

Oppgave 1: Tyngdepunkt



a) En tynn, jevntykk bøyte er en del av en sirkel og har sektorvinkel 2α , som vist i figuren. Sirkelradien er R . Vis at tyngdepunktet er

$$X = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}.$$

Hva blir resultatet for $\alpha = \pi$ og $\alpha \rightarrow 0$? Er svarene rimelige?

b) Bøylen erstattes av en sirkelsektor (dvs ei tynn, jevntykk skive) med samme åpningsvinkel 2α og radius R . Vis at tyngdepunktet er

$$X = \frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha}.$$

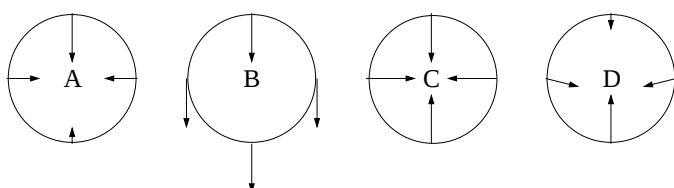
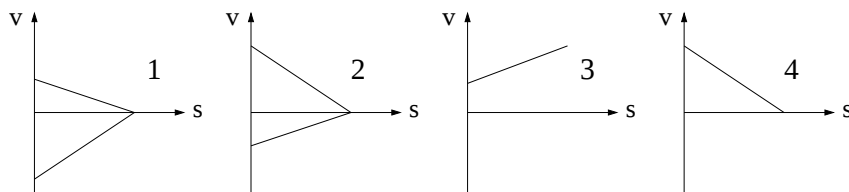
Hva blir resultatet for $\alpha = \pi$ og $\alpha \rightarrow 0$? Er svarene rimelige?

c) Vis at massesenteret til ei kompakt halvkule ligger i avstand $3R/8$ fra sentrum av den sirkulære bunnflaten.

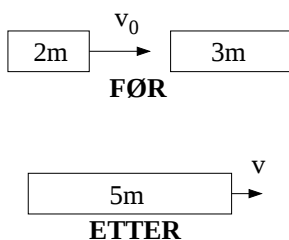
Oppgave 2: Litt ymse

a) En kloss sendes oppover et skråplan. Det er friksjon mellom klossen og underlaget. Hvilken eller hvilke av figurene viser mulig graf for klossens hastighet v ? (s angir klossens posisjon på skråplanet, og v og s er begge positive i retning oppover skråplanet.)

- A) Kun graf 1.
- B) Kun graf 2.
- C) Graf 2 og 4.
- D) Graf 1 og 3.



b) Ei vogn har stor nok hastighet til å fullføre en vertikaltstilt sirkelformet "loop". Hvilken figur viser riktige akselerasjonsvektorer på de fire stedene på loopen (nederst, øverst, venstre og høyre)? (Se bort fra friksjon.)



c) En kloss med masse $2m$ kolliderer fullstendig uelastisk med en kloss med masse $3m$. Før kollisjonen har klossen med masse $2m$ hastighet v_0 mens klossen med masse $3m$ ligger i ro. Etter kollisjonen har klossene felles hastighet v . Hvor mye mekanisk energi har gått tapt i kollisjonen?

- A) $mv_0^2/3$ B) $2mv_0^2/5$
 C) $3mv_0^2/5$ D) mv_0^2

Oppgave 3: Saturn V, trinn 1

Rakett-typen som blant annet sørget for å bringe Apollo 11 fra jorda til månen i juli 1969 kalles Saturn V. I det første av i alt tre rakett-trinn ble 13.2 tonn drivstoff forbrent pr sekund (dvs $dm/dt = -13.2 \cdot 10^3$ kg/s) og blåst ut bakover med en hastighet $|u| = 2.58$ km/s relativt raketten. Etter 2.5 minutter var alt drivstoff i trinn 1 brukt opp. Oppskytingen startet med raketten i ro på bakken, der tyngdens akselerasjon er $g = 9.81$ m/s². Total masse før avreise var $3.04 \cdot 10^6$ kg.

a) Bruk ”rakettlikningen” (som vi utledet i forelesningene)

$$ma = F_{\text{ytte}} + F_{\text{skyv}}$$

til å vise at raketts hastighet etter en tid t blir

$$v(t) = -u \ln \frac{m_0}{m} - gt.$$

Her er m_0 startmassen, mens $m = m(t)$ er gjenværende masse ved tidspunktet t . Vi har valgt positiv retning oppover, slik at ytre kraft på raketten er $-mg$. Skyvkraften er $u \cdot \beta$, der u er eksosens hastighet relativt raketten og $\beta = dm/dt$ angir forbrent drivstoffmasse pr tidsenhet. Her er både u og β negative størrelser, og vi antar at de begge er konstante, som antydning innledningsvis. Vi antar også at tyngdens akselerasjon g kan regnes som konstant. (Denne antagelsen kan du se nærmere på i et frivillig ekstrapunkt *e*) nedenfor.)

b) Hvor stor må skyvkraften minst være for at raketten i det hele tatt skal ta av fra bakken? Sjekk at dette var tilfelle for Saturn V. Regn ut drivstoffmassen m_d ved avreise, $t = 0$, og raketts sluttmasse m_f ved tidspunktet t_f , dvs idet alt drivstoff er brukt opp.

c) Vis at raketts akselerasjon kan skrives som

$$a(t) = \frac{u\beta}{m_0 + \beta t} - g.$$

Bestem akselerasjonen ved $t = 0$. Bestem også akselerasjon og hastighet ved slutten av trinn 1, dvs ved $t = t_f$.

d) Det oppgis at dersom $|x| \ll 1$, er det en god tilnærmelse å erstatte brøken $1/(1+x)$ med polynomet $1-x$. (Prøv for eksempel med $x = -0.01$.) Bruk Rottmann til å verifisere at $1/(1+x) \simeq 1-x$ når $|x| \ll 1$. Bruk deretter denne opplysningen til å vise at

$$a_{\text{lin}}(t) = a(0) - \frac{u\beta^2}{m_0^2} t$$

er en god tilnærmelse for $a(t)$ så lenge $t \ll m_0/(-\beta)$. Ta utgangspunkt i MATLAB-programmet rakett.m og modifier linjene 25 og 48 slik at du får plottet $a(t)$ og $a_{\text{lin}}(t)$ i samme figur, for $0 < t < t_f$. Anslå på

øymål ved hvilket tidspunkt $a_{\text{lin}}(t)$ begynner å bli en "mindre god" tilnærmelse for $a(t)$. Modifiser videre linje 27 slik at du får plottet $v(t)$ i en annen figur. (For innlevering, lagre figurene i pdf-format og send som vedlegg pr epost til din studass.)

e) (Frivillig ekstraoppgave) Hvor høyt, h_f , kommer raketten i løpet av dette første oppskytingstrinnet? Raketten trekkes mot jorda med gravitasjonskraften

$$F_G = \frac{GMm}{r^2},$$

der G er gravitasjonskonstanten, M er jordmassen, m er rakettmassen og r er avstanden mellom raketten og jordas sentrum. Anta at jorda er kuleformet med radius $R = 6.37 \cdot 10^3$ km. Hvis du har regnet riktig, har du kommet fram til at h_f er i underkant av 60 km. Bruk disse verdiene til å anslå hvor stor feil du har gjort underveis i dine regninger ved å bruke den konstante verdien 9.81 m/s^2 for tyngdens akselerasjon.

Oppgave 4: I_0 for kuleskall og kompakt kule

Vis at $I_0 = 2MR^2/3$ for et tynt kuleskall og at $I_0 = 2MR^2/5$ for ei kompakt kule.

Tips, kuleskall: Del opp kuleskallet i tynne ringer med omkrets $2\pi R \sin \theta$ og "bredde" $R d\theta$, dvs masse $dm = M dA/A = M \cdot 2\pi R \sin \theta \cdot R d\theta / 4\pi R^2$, og "legg sammen" (dvs integrer). Tegn figur! Du kan få bruk for $\sin^3 x = (3/4) \sin x - (1/4) \sin 3x$.

Tips, kompakt kule: Del opp kula i tynne kuleskall med radius r , tykkelse dr , og dermed masse $dm = M dV/V = M \cdot 4\pi r^2 dr / (4\pi R^3/3)$, og "legg sammen" (dvs integrer). Tegn figur!

Oppgave 5: Idrett og treghetsmoment

(Bruk resultatene i oppgave 4. Slå opp tallverdier eller gjør rimelige estimer.)

a) Hva er treghetsmomentet til en bordtennisball mhp en akse gjennom CM?

A) $7.2 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$ B) $7.2 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2$ C) $7.2 \cdot 10^{-9} \text{ kg m}^2$ D) $7.2 \cdot 10^{-11} \text{ kg m}^2$

b) Hva er treghetsmomentet til ei friidrettskule (for menn) mhp en akse gjennom CM?

A) 10 kg m^2 B) 1.0 kg m^2 C) 0.10 kg m^2 D) 0.010 kg m^2

Oppgave 6: Parry People Movers

Energien i en tung roterende skive ("flywheel"; svinghjul) kan utnyttes til å drive en trikk eller buss framover og oppover, som et alternativ til eksterne strømførende ledninger, bensin eller gass. I en *Parry People Movers* trikk benyttes kompakte stålskiver på 500 kg, diameter 1 m, og rotasjonshastighet opp mot 2500 rpm ("revolutions per minute"). I spørsmålene nedenfor antar vi maksimal rotasjonshastighet, der det er relevant.



<http://www.parrypeoplemovers.com/products.htm>

a) Hva er svinghjulets treghetsmoment I_0 mhp hjulets sylinderakse (dvs en akse sammenfallende med akslingen)?

- A) 62.5 kg m^2 B) $62.5 \cdot 10^3 \text{ kg m}^2$ C) $62.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$ D) $62.5 \cdot 10^5 \text{ kg m}^2$

b) Hva er svinghjulets omløpstid (periode) ?

- A) 2.4 s B) 0.24 s C) 24 ms D) 24 μs

c) Hva er svinghjulets vinkelhastighet?

- A) 0.417 s^{-1} B) 2.62 s^{-1} C) 41.7 s^{-1} D) 262 s^{-1}

d) Hva er svinghjulets kinetiske energi?

- A) 0.59 Wh B) 0.59 kWh C) 59 Wh D) 59 kWh

Øving 4. Tips.

Oppgave 1.

- a) Forholdet mellom massen dm til en liten bit av bøylen som dekker en liten vinkel $d\theta$ og total masse M må være lik forholdet mellom $d\theta$ og total vinkel 2α .
- b) Forholdet mellom massen dm til en liten bit av skiva med arealet $dA = r d\theta \cdot dr$ og total masse M må være lik forholdet mellom dA og skivas totale areal $A = \dots$
- c) Rotasjon av ei tynn kvart skive omkring (f.eks) y -aksen gir kompakt halvkule. Rotasjon av ei lita flate med areal $dA = r dr d\theta$ omkring y -aksen gir ring med volum $dV = dA \cdot 2\pi x$, med $x = r \cos \theta$. For hele ringen er $y = r \sin \theta$.

Oppgave 2.

- a) To krefter tangentielt til skråplanet, friksjonskraften og tyngdens komponent tangentielt. Pass på fortegnene.
- b) Energibevarelse. Sentripetalakselerasjon og baneakselerasjon.
- c) Impulsbevarelse.

Oppgave 3.

- a) Multiplikasjon av den oppgitte bevegelsesligningen (N2) med dt/m separerer variablene v , t og m , slik at du kan integrere ligningen.
- b) Fasitsvar: $m_d = 1.98 \cdot 10^6$ kg, $m_f = 1.06 \cdot 10^6$ kg.
- c) Fasitsvar: $a(0) = 1.39$ m/s², $a(t_f) = 22.3$ m/s², $v(t_f) = 1.25$ km/s.
- d) Trekk ut en felles faktor slik at du får et uttrykk som inneholder $1/(1+x)$, med en liten (og negativ) x . MATLAB-tips: Husk at du kan regne ut a og v for alle de $N = 200$ t -verdiene ved å bruke ”.” (dvs punktum) foran divisjonstegn og multiplikasjonstegn. Mitt øyemål tilsier at $a_{\text{lin}}(t)$ er en brukbar tilnærmelse de første ca 20 sekundene.
- e) Integrer hastigheten $v(t)$ for å finne tilbakelagt distanse. Du vil trolig få bruk for integralet

$$\int \ln x dx = x \ln x - x.$$

Fasitsvar: $h_f = 58.4$ km. Relativ feil ved å bruke $g(h_f) = g(0)$: ca 2%.

Oppgave 6.

- a) Kompakt skive: $I_0 = MR^2/2$.

Løsningsforslag til øving 4

Oppgave 1

a) Massen til del av bøylen innenfor vinklelementet $d\theta$ er

$$dm = \lambda dl = \lambda R d\theta,$$

der $\lambda = M/2\alpha R$ er bøylen masse pr lengdeenhet (kg/m). Men i slike oppgaver kan det være like greit å ikke innføre massetettheter, idet vi kan uttrykke massen i vinklelementet $d\theta$ som

$$dm = (\text{total masse}) \cdot (dm \text{ sin andel av hele massen}) = M \cdot \frac{d\theta}{2\alpha}.$$

Med denne dm og bruk av $x = R \cos \theta$ blir tyngdepunktets x -verdi

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{M} \int_{\text{legeme}} x dm = \frac{1}{M} \cdot R \cdot \frac{M}{2\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos \theta d\theta \\ &= \frac{R}{2\alpha} [\sin \alpha - \sin(-\alpha)] = \underline{R \frac{\sin \alpha}{\alpha}}. \end{aligned}$$

Tyngdepunktets y -verdi er $Y = 0$, av symmetrigrunner.

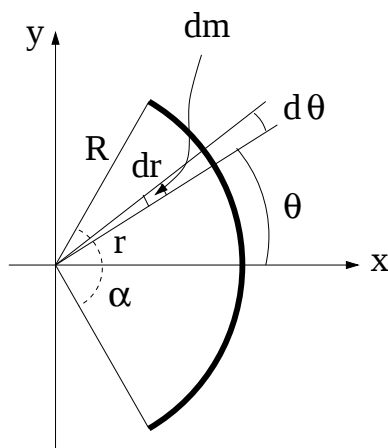
$\alpha = \pi$ gir $X = 0$, som ventet for en hel sirkel.

$\alpha \rightarrow 0$ gir $(\sin \alpha)/\alpha \rightarrow 1$ og $X = R$, som ventet for en liten masse samlet i $x = R$.

b) Massen til en infinitesimal del av sektoren innenfor vinklelementet $d\theta$ og radius dr er

$$dm = (\text{total masse}) \cdot (dm \text{ sin andel av hele massen}) = M \cdot \frac{dA}{A} = M \cdot \frac{r d\theta \cdot dr}{\frac{2\alpha}{2\pi} \pi R^2} = M \cdot \frac{r d\theta \cdot dr}{\alpha R^2}.$$

Med denne dm og bruk av $x = r \cos \theta$ blir tyngdepunktets x -verdi



$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{M} \int_{\text{sektor}} x dm = \frac{1}{M} \cdot \frac{M}{\alpha R^2} \int_{\theta=-\alpha}^{\alpha} \int_{r=0}^R r^2 \cos \theta d\theta dr \\ &= \frac{1}{\alpha R^2} \int_{\theta=-\alpha}^{\alpha} \cos \theta d\theta \int_{r=0}^R r^2 dr \\ &= \frac{1}{\alpha R^2} [\sin \theta]_{-\alpha}^{\alpha} \left[\frac{1}{3} r^3 \right]_0^R \\ &= \underline{\frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha}}. \end{aligned}$$

Tyngdepunktets y -verdi er $Y = 0$, av symmetrigrunner.

Alternativt kan du bruke resultatet fra a) ved å betrakte sirkelsektoren som en sum av bøyler med radius fra 0 til R . En bøyler med radius r har da $X = r(\sin \alpha)/\alpha$ og masse (sammenlign med det som er gjort ovenfor)

$$dm = M \cdot \frac{dA_{\text{bøyler}}}{A} = M \cdot \frac{r \cdot 2\alpha \cdot dr}{\frac{2\alpha}{2\pi} \pi R^2} = M \cdot \frac{2r \cdot dr}{R^2},$$

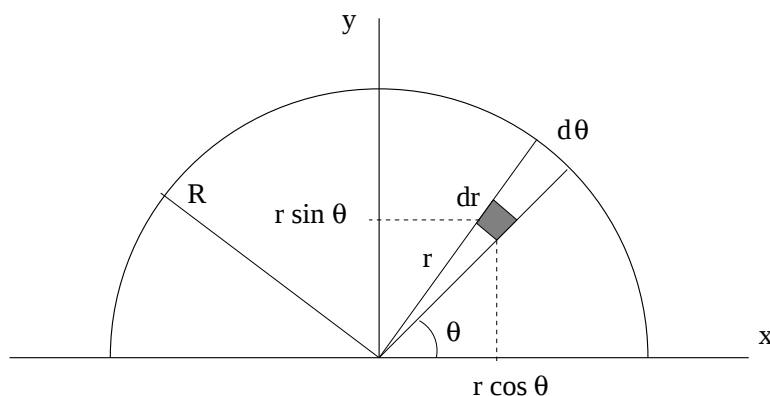
og vi får

$$X = \frac{1}{M} \int_{\text{alle bøyler}} X dm = \frac{1}{M} \int_0^R r \frac{\sin \alpha}{\alpha} M \frac{2r \cdot dr}{R^2} = \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{2}{R^2} \int_0^R r^2 dr = \underline{\underline{\frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha}}}.$$

$\alpha = \pi$ gir $X = 0$, som ventet for en hel sirkel.

$\alpha \rightarrow 0$ gir $(\sin \alpha)/\alpha \rightarrow 1$ og $X = 2R/3$, som vel er rimelig for en meget smal sirkelsektor.

c) Av symmetrigrunner er $X_{CM} = Z_{CM} = 0$. Rotasjon av flatelementet dA om y -aksen i figuren nedenfor gir ring med volum $dV = 2\pi r \cos \theta \cdot r d\theta dr$:



Denne ringen har masse $dm = M dV/V$, der M er total masse og $V = 2\pi R^3/3$ totalt volum for halvkula. Dermed:

$$\begin{aligned} Y_{CM} &= \frac{1}{M} \int y dm \\ &= \frac{3}{2\pi R^3} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{r=0}^R r \sin \theta \cdot 2\pi r^2 dr \cos \theta d\theta \\ &= \frac{3}{R^3} \left(\int_0^R r^4/4 \right) \cdot \left(\int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) \\ &= \frac{3R}{8}. \end{aligned}$$

Oppgave 2.

a) **C.** Graf 4 er åpenbart mulig: Klossen glir oppover med konstant (negativ) akselerasjon og blir liggende i ro dersom friksjonen mot underlaget er stor nok. Alternativt glir den ned igjen, igjen med konstant akselerasjon, men nå med *mindre* akselerasjon, siden både friksjonskraften og tyngdens komponent tangentielt med skråplanet virker mot bevegelsen når klossen er på vei opp (mens bare friksjonskraften virker mot bevegelsen hvis klossen er på vei ned). Dermed er også graf 2 en mulighet.

b) **D.** Mekanisk energi er bevart, så hastigheten er mindre på toppen enn ved bunnen. Dette er nok til å fastslå at D er riktig figur, siden sentripetalakselerasjonen er v^2/r . På høyre og venstre side har vi i tillegg baneakselerasjonen g rettet nedover, som gir total akselerasjon på skrå nedover og inn mot midten.

c) **C.** Impulsbevarelse gir $2mv_0 = 5mv$, dvs $v = 2v_0/5$. Energitapet er dermed $K_0 - K = (1/2)2mv_0^2 - (1/2)5m(2v_0/5)^2 = 3mv_0^2/5$.

Oppgave 3.

a) Rakettligningen:

$$m \frac{dv}{dt} = -mg + u \frac{dm}{dt}.$$

Vi ganger ligningen med dt/m og integrerer, fra 0 til v for v , fra 0 til t for t , og fra m_0 til m for m :

$$\int_0^v dv = -g \int_0^t dt + u \int_{m_0}^m \frac{dm}{m},$$

som gir

$$v(t) = -gt + u \ln \frac{m}{m_0} = -u \ln \frac{m_0}{m} - gt.$$

b) Må ha skyvkraft minst like stor som tyngdekraften $m_0g = 2.98 \cdot 10^7$ N. Her er skyvkraften lik $u\beta = 3.40 \cdot 10^7$ N, så raketten *vil* lette fra bakken. Drivstoffmassen ved avreise er $m_d = -\beta t_f = 1.98 \cdot 10^6$ kg. Raketten uten drivstoff har masse $m_f = m_0 - m_d = 1.06 \cdot 10^6$ kg.

c) Fra rakettligningen har vi umiddelbart

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -g + \frac{u}{m} \frac{dm}{dt} = \frac{u\beta}{m} - g.$$

Med konstant drivstoff-forbruk har vi $m = m_0 + \beta t$, og dermed $a(t)$ som oppgitt. Ved $t = 0$: $a(0) = u\beta/m_0 - g = 1.39$ m/s². Ved $t = t_f$: $a(t_f) = u\beta/m_f - g = 22.3$ m/s².

d) Vi kan skrive

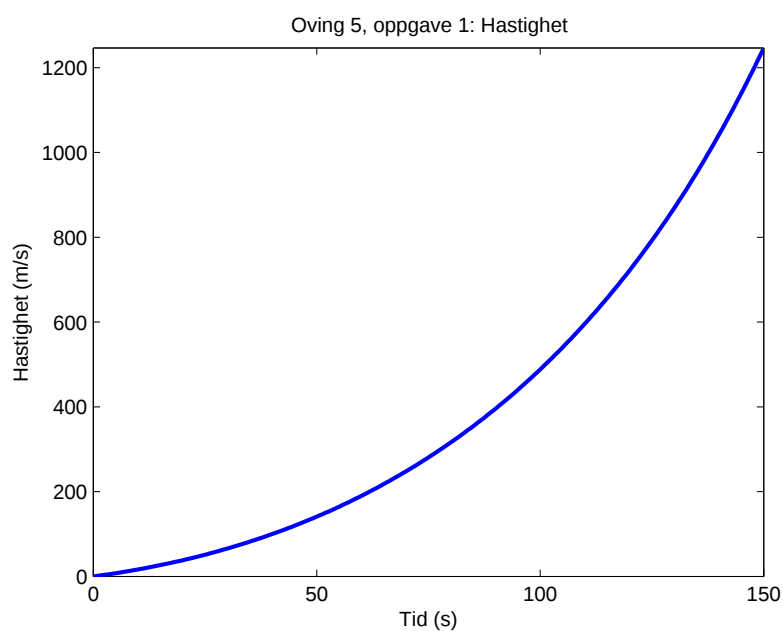
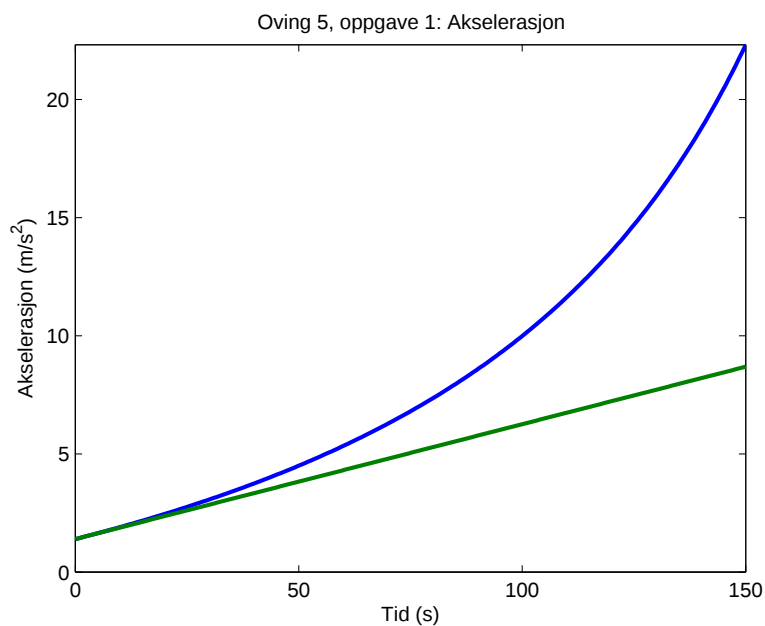
$$a(t) = \frac{u\beta}{m_0} \frac{1}{1 + \beta t/m_0} - g.$$

Hvis $t \ll m_0/(-\beta)$, så er $x = -\beta t/m_0 \ll 1$. Dermed er

$$a(t) \simeq a_{\text{lin}}(t) = \frac{u\beta}{m_0} \left(1 - \frac{\beta t}{m_0}\right) - g = a(0) - \frac{u\beta^2}{m_0^2} t,$$

som oppgitt.

Figurer produsert med Matlab-programmet rakettlosning.m for hhv akselerasjon og hastighet som funksjon av t :



På øyemål anslår vi at den lineære tilnærmelsen til $a(t)$ er god omtrentlig de første 20 sekundene.

e) Tilbakelagt distanse er gitt ved

$$h(t) = \int_0^t v(t) dt.$$

Vi har at

$$\int \ln x dx = x \ln x - x,$$

siden den deriverte av høyre side her gir tilbake $\ln x$. Litt fundering på hvordan riktige konstanter skal velges

her og der gir da

$$h(t) = u \frac{m_0 + \beta t}{\beta} \ln \frac{m_0 + \beta t}{m_0} - ut - \frac{1}{2}gt^2,$$

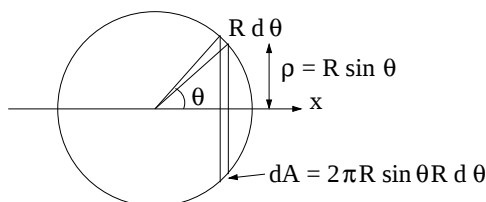
og setter vi inn $t = t_f = 150$ s her, finner vi at $h(t_f) = 58353$ m $\simeq$ 58.4 km.

Forholdet mellom $g(0)$, dvs g ved jordoverflaten, og $g(h)$, dvs g i høyden h over bakken, er

$$\frac{g(0)}{g(h)} = \left(\frac{R+h}{R} \right)^2.$$

Setter vi inn $R = 6.37 \cdot 10^3$ km og $h = h_f = 58.4$ km, finner vi at dette forholdet blir ca 1.02. Med andre ord, vi gjør ikke større feil enn et par prosent ved å bruke samme verdi 9.81 m/s² for g for hele distansen.

Oppgave 4.



Vi setter $dm = M \cdot dA/A$, med $A = 4\pi R^2$ = arealet av hele kuleskallet og $dA = 2\pi\rho \cdot R d\theta = 2\pi R \sin \theta \cdot R d\theta$ = arealet av en smal ring med omkrets $2\pi R \sin \theta$ og bredde $R d\theta$. Her er θ vinkelen mellom (rotasjons-)aksen og linjen fra kuleskallets sentrum ut til den smale ringen, se figur. Dermed:

$$I_0 = \int_0^\pi (R \sin \theta)^2 \cdot M \cdot \frac{2\pi R^2 \sin \theta d\theta}{4\pi R^2} = \frac{1}{2} M R^2 \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta.$$

Vi bruker tipset gitt i oppgaven og finner

$$\int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \int_0^\pi \frac{1}{4} (3 \sin \theta - \sin 3\theta) = \left|_0^\pi \left(\frac{\cos 3\theta}{12} - \frac{3 \cos \theta}{4} \right) \right| = \frac{4}{3},$$

slik at

$$I_0 = \frac{2}{3} M R^2.$$

Vi betrakter ei kompakt kule som mange tynne kuleskall utenpå hverandre, hver med treghetsmoment $dI = 2r^2 dm/3$, radius r , masse $dm = M \cdot dV/V$, der $V = 4\pi R^3/3$ er kulas totale volum, og $dV = 4\pi r^2 dr$ er volumet til et kuleskall med radius r og tykkelse dr . Dermed:

$$I_0 = \int dI = \int_0^R \frac{2}{3} r^2 \cdot M \cdot \frac{4\pi r^2 dr}{4\pi R^3/3} = \frac{2M}{R^3} \int_0^R r^4 dr = \frac{2}{5} M R^2.$$

Alternativ metode: La x -aksen være rotasjonsaksen og del opp kula i tynne skiver med tykkelse dx og radius $\sqrt{R^2 - x^2}$, og dermed volum $dV = dx \cdot \pi(R^2 - x^2)$ og masse $dm = M dV/V = M \cdot dx \cdot \pi(R^2 - x^2)/(4\pi R^3/3)$. Treghetsmomentet til ei slik skive er $dI = dm \cdot (R^2 - x^2)/2$, slik at kulas treghetsmoment blir

$$\begin{aligned} I &= \int dI \\ &= \frac{1}{2} \int dm \cdot (R^2 - x^2) \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^R \frac{M \cdot dx \cdot \pi(R^2 - x^2)}{4\pi R^3/3} \cdot (R^2 - x^2) \\ &= \frac{3M}{4R^3} \int_0^R (R^4 - 2R^2 x^2 + x^4) dx \\ &= \frac{2}{5} M R^2 \end{aligned}$$

Oppgave 5.

a) Bordtennisball: $m = 2.7 \text{ g} = 0.0027 \text{ kg}$ og $r = 20 \text{ mm} = 0.020 \text{ m}$. Dermed: $I_0 = 2mr^2/3 = 7.2 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2$. Riktig svar: B.

b) Kule, friidrett, menn: $M = 7.26 \text{ kg}$ og $R = 60 \text{ mm} = 0.060 \text{ m}$. (Helt presist: Mellom 55 og 65 mm.) Dermed: $I_0 = 2MR^2/5 = 0.010 \text{ kg m}^2$. Riktig svar: D.

Oppgave 6.

a) $I_0 = MR^2/2 = 500 \cdot 0.5^2/2 = 500/8 = 62.5 \text{ kg m}^2$. Riktig svar: A.

b) 60 sekunder pr minutt og 2500 omløp pr minutt gir $T = 60/2500 = 0.024 \text{ s} = 24 \text{ ms}$. Riktig svar: C.

c) $\omega = 2\pi/T = 2\pi/0.024 = 262 \text{ s}^{-1}$. Riktig svar: D.

d) $K = I_0\omega^2/2 = 62.5 \cdot 262^2/2 = 2.14 \text{ MJ}$, som omregnet ($1 \text{ kWh} = 3.6 \text{ MJ}$) gir 0.59 kWh . Riktig svar: B.