

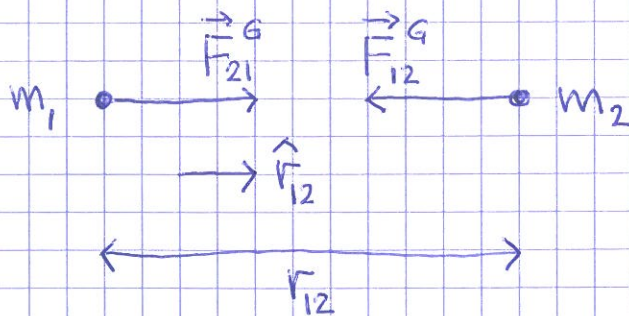
Fundamentale krefter i naturen [YF 5.5; LL 2.1] (8)

Viktige i klassisk dynamikk og elektromagnetisme er:

- Gravitasjon: Svak tiltrekning mellom legemer pga masse
- Elektromagnetisk: Tiltrekning eller frastøtning pga ladning

[Har dessuten svake og sterke kjernekrefter med kort rekkevidde, hhv ca 10^{-18} m og 10^{-15} m, som beskriver hhv radioaktivitet og det faktum at kjernepartikler holdes sammen]

Newton's gravitasjonslov:

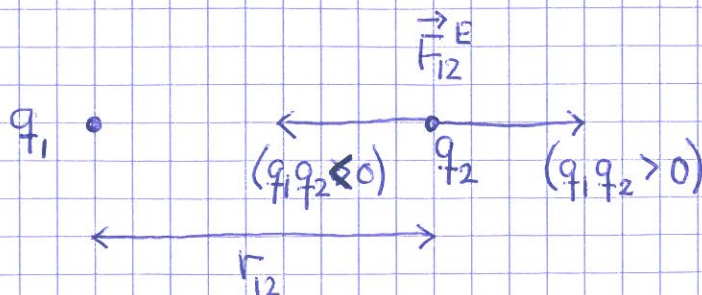


$$\vec{F}_{12}^G = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

(gravitasjonskonstanten)

Coulombs lov:



$$\vec{F}_{12}^E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

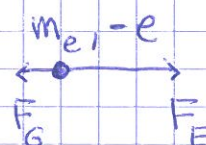
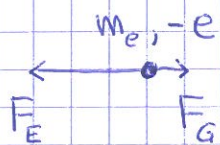
$$[q] = C = \text{A} \cdot \text{s} \text{ (coulomb)}$$

$$\epsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

(vakuumpermittiviteten)

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

Eks: To elektroner



9

$$m_e \sim 10^{-30} \text{ kg}, \quad e \sim 10^{-19} \text{ C}$$

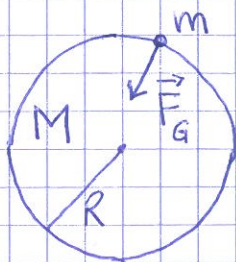
$$\Rightarrow F_E / F_G \sim 10^{43} \Rightarrow F_G \text{ kan neglisjeres}$$

Mellom jorda og månen, derimot, er $F_G \gg F_E$ (selv med nettoladning på f.eks. 10^{10} C på begge)

Mellom "hverdagslige" objekter er typisk $F_E \gg F_G$ (selv med praktisk talt elektrisk nøytrale objekter), men i tillegg kommer F_G fra jorda

Konklusjon: Både F_G og F_E viktige i hverdagen her på jorda.

Tyngde [YF 4.4; LL 2.5]



Tiltrekkende kraft på m fra jorda:

$$F_G = G \frac{mM}{R^2} \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m = 6370 \cdot 10^3 \cdot 10^{24}}{(6370 \cdot 10^3)^2} \text{ (N)}$$

$$= mg$$

med

$$g = GM/R^2 \approx 9.8 \text{ m/s}^2 = \text{tyngdens akselerasjon}$$

Hvis $F_G = mg$ er eneste kraft på m , får vi (N2)

$$mg = ma$$

dvs

$$a = g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad (\text{"fritt fall"})$$

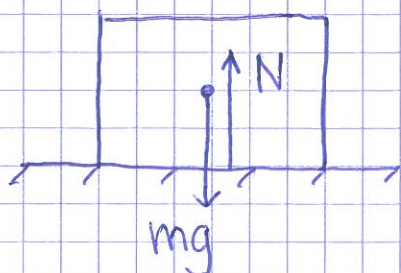
Kontaktkrefter

[YF 4.1 ; LL3]

(10)

Normalkraft:

N = netto frastøtende coulombkraft
fra underlaget på klossen

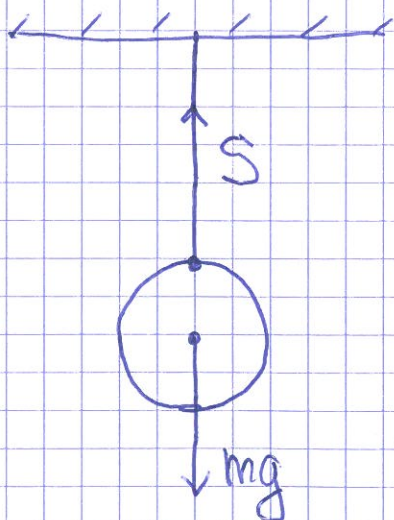


Med klossen i ro gir $N1$ at

$$N = mg$$

Snordrag:

S = netto tiltrekkende coulombkraft
fra snora på kula



Med kula i ro gir $N1$

$$S = mg$$

[Oppg: Gjør rede for $N3$ (kraft og motkraft)
i disse to tilfellene]

Snordraget $\vec{S}$ er konstant i utstrakte og rette snorer (evt. stenger) som er lette og/eller ikke-akselererte:

(11)

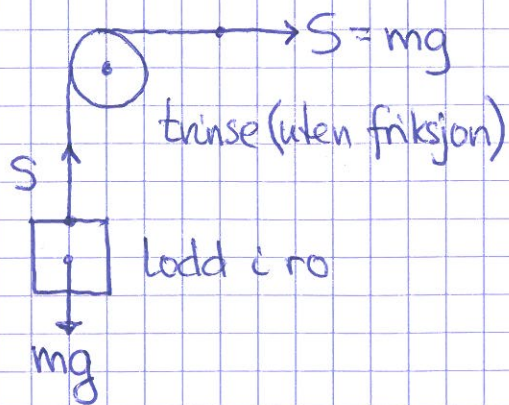


$$N2: \vec{S}(x + \Delta x) + \vec{S}(x) = \Delta m \cdot \vec{a}$$

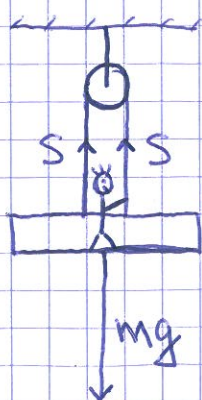
Hvis $\Delta m \approx 0$ eller $\vec{a} = 0$, er $\vec{S}(x + \Delta x) = -\vec{S}(x)$

$\Rightarrow$ Konstant $S = |\vec{S}|$ langs hele snora

Trinser endrer retningen på $\vec{S}$:



Talje:



$$N1 \Rightarrow 2S = mg$$

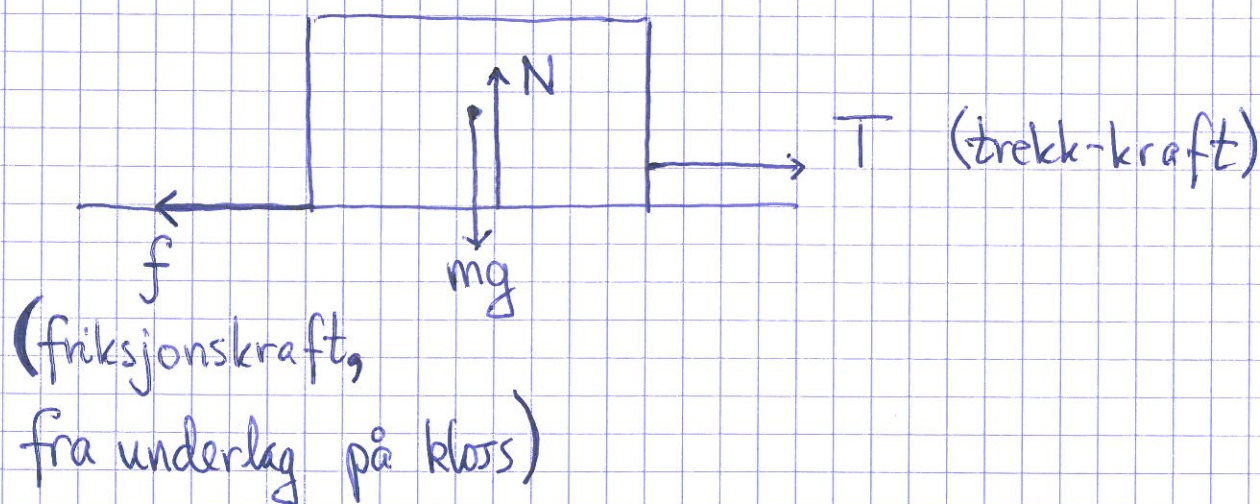
$$S = mg/2$$

Friksjon [YF 5.3 ; LL 3.1]

(12)

Kontaktkrefter rettet mot relativ bevegelse, evt. mot relativ bevegelse som ville finne sted uten friksjon.

Tørr friksjon :



Anta at T økes jevnt. Da blir klossen liggende i ro (statisk friksjon) inntil T når en verdi T_s . Hvis $T > T_s$, begynner klossen å gli (kinetisk friksjon), og den akselereres. Ved å variere m , og dermed

$N = mg$, finner vi at T_s , og dermed maksimal statisk friksjonskraft $f_{\max} = T_s$, er proporsjonal med N :

$$f_{\max} = \mu_s N$$

(13)

Her er μ_s = statisk friksjonskoeffisient, et dimensjonsløst tall, bestemt av materialtype og overflatebehandling av kloss og underlag.

Med $T > f_{\max}$ måler vi en friksjonskraft

$$f = T - ma, \quad (N2)$$

og ved å variere m , og dermed $N = mg$, finner vi at

$$f = \mu_k N$$

Her er μ_k = kinetisk friksjonskoeffisient, dim.løst, og bestemt av materialtyper og overflatebehandling.

Litt ujevnhet i grenseflatene gir best "grep" i det statiske tilfellet:

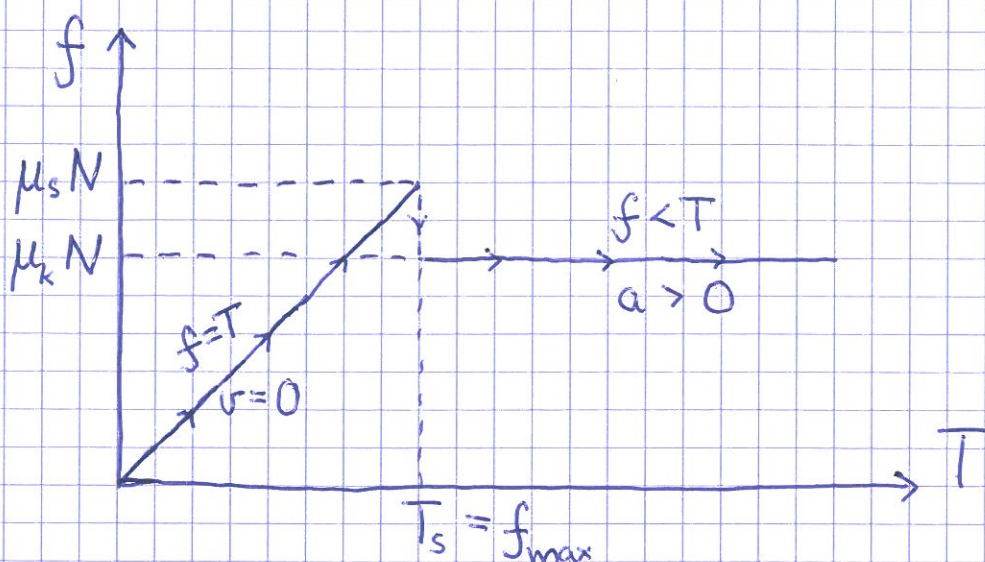
kloss
underlag

Med relativ bevegelse (kinetisk tilfelle) "flyter" klossen oppå, og friksjonskraften blir noe redusert.

Ekspenimenter gir da også typisk at $\mu_s > \mu_k$.

Grafisk framstilling:

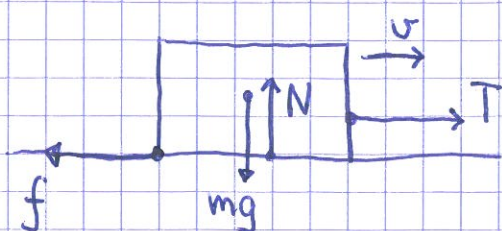
14



Noen tallverdier:

	μ_s	μ_k
Tre mot tre:	0,25-0,50	0,2
Sølv mot sølv:	1,4	0,55
Gummi mot tørr asfalt:	1,0	0,8
— " — våt — " —:	0,3	0,25

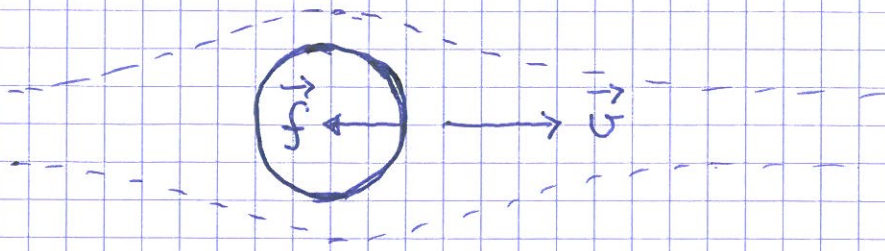
Oppsummert, tørr friksjon:



$v=0$: statisk friksjon,
 $f = T$
 $f_{\max} = \mu_s N$

$v > 0$: kinetisk friksjon,
 $f = \mu_k N$ ($\mu_k < \mu_s$)

Fraksjon i fluider (våt fraksjon) [YF5.3; LL8] (15)



- Liten $u \Rightarrow$ laminær (pen) strømming av fluidet omkring (det symmetriske) objektet

$$\vec{f} = -k \vec{u} = -k u \hat{u}$$

Her avhenger k av fluidets viskositet og objektets størrelse og form

- Stor $u \Rightarrow$ turbulent strømming

$$\vec{f} = -D u^2 \hat{u} \quad (\text{sånn omtrent})$$

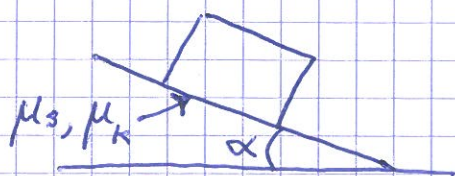
$D =$ "drag" - koeffisient

Newtons lover; løsningsstrategi og eksempler

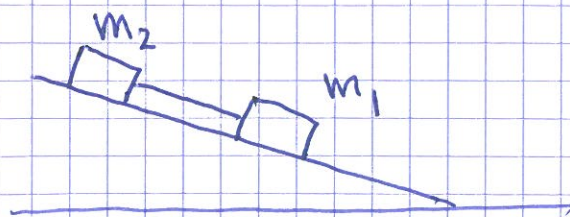
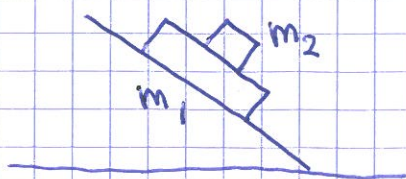
[YF 5 ; LL 3]

- Finn alle ytre krefter $\vec{F}_i$ på legemet
- Tegn "fritt-legeme-diagram", dvs omgivelsene erstattes av krefter på legemet: tyngde $m\vec{g}$, snordrag $\vec{S}$, normalkraft $\vec{N}$, friksjon $\vec{f}$,
- Velg hensiktsmessig koordinatsystem. Dekomponer.
- Bruk N2 ($\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i / m$) evt N1 ($\sum_i \vec{F}_i = 0$)

Eks: Kloss(er) på skråplan [Øv 2; Lab]

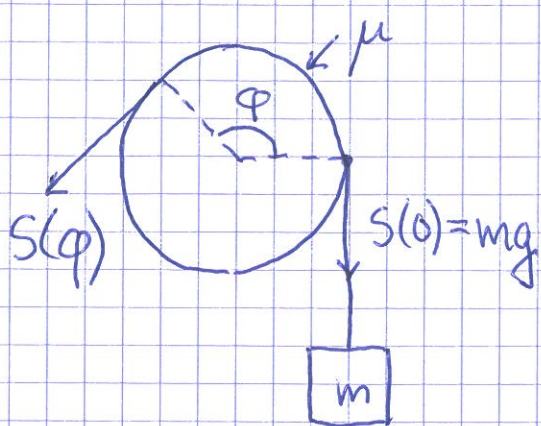


Varianter:



Eks: Snorfriksjon

(17)



$S(\varphi)$ = snordrag med kontaktvinkel φ mellom snor og sylinder

$S_{\min}(\varphi)$ = minimum snordrag for å holde lodd oppe

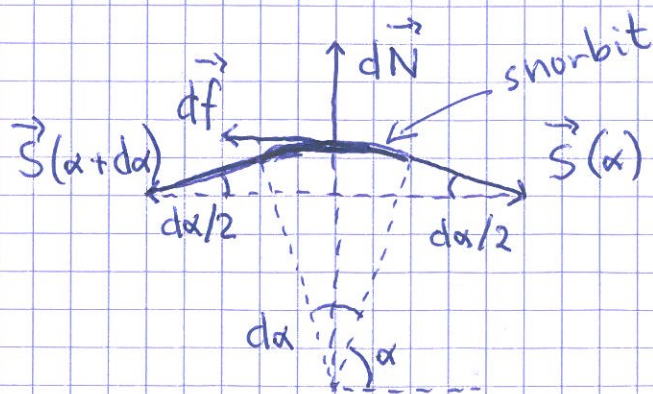
m = loddmasse

μ = statisk friksjonskoeffisient

$S_{\max}(\varphi)$ = max snordrag uten at lodd heises opp

Oppgave: Finn $S_{\min}(\varphi)$ og $S_{\max}(\varphi)$

Strategi: Siden S endres langs kontaktvinkelen, ser vi på liten snorbit mellom vinkel α og $\alpha + d\alpha$:



$\vec{S}$ = snordrag = kraft på snorbit fra resten av snora

$d\vec{N}$ = normalkraft fra sylinder på snorbit

$d\vec{f}$ = friksjonskraft

Når $S(\varphi) = S_{\min}(\varphi)$, er $df = \mu dN$ med retning som i figuren.

Når $S(\varphi) = S_{\max}(\varphi)$, er $df = \mu dN$ med motsatt retning

$$\text{Lodd i ro} \Rightarrow \sum_i \vec{F}_i = 0 \quad (N1)$$

$$\Rightarrow \vec{S}(\alpha + d\alpha) + \vec{S}(\alpha) + d\vec{N} + d\vec{f} = 0$$

Dekomponerer:

$$\text{Tangentielt: } S(\alpha + d\alpha) \cos \frac{d\alpha}{2} - S(\alpha) \cos \frac{d\alpha}{2} \pm df = 0$$

$$\text{Normalt: } S(\alpha + d\alpha) \sin \frac{d\alpha}{2} + S(\alpha) \sin \frac{d\alpha}{2} - dN = 0$$

Når $d\alpha \ll 1$ ("d $\alpha \rightarrow 0$ "), har vi

$$\cos \frac{d\alpha}{2} \approx 1 \quad \text{og} \quad \sin \frac{d\alpha}{2} \approx \frac{d\alpha}{2}$$

Dermed:

$$\text{Tangentielt: } S(\alpha + d\alpha) - S(\alpha) \pm \mu dN = 0$$

$$\text{Normalt: } [S(\alpha + d\alpha) + S(\alpha)] \cdot \frac{d\alpha}{2} - dN = 0$$

$$\text{Vi har: } S(\alpha + d\alpha) - S(\alpha) = dS$$

$$S(\alpha + d\alpha) + S(\alpha) \approx 2S$$

Dermed:

(19)

Tangentielt: $dS = \mp \mu dN$

Normalt: $S \cdot d\alpha = dN$

Dividerer disse med hverandre:

$$\frac{dS}{S \cdot d\alpha} = \mp \mu \Rightarrow \frac{dS}{S} = \mp \mu d\alpha$$

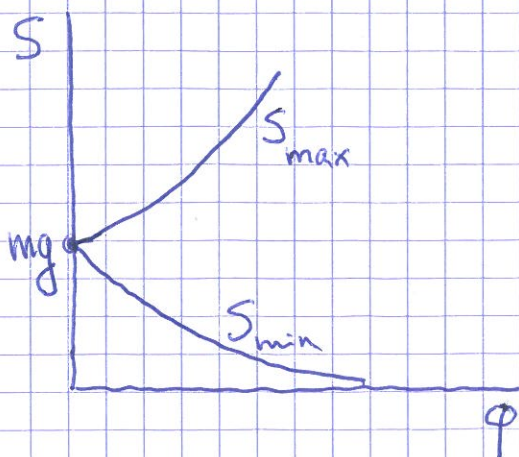
Integrasjon gir:

$$\int_{S(0)}^{S(\varphi)} \frac{dS}{S} = \mp \int_0^\varphi \mu d\alpha$$

$$\Rightarrow \ln S(\varphi) - \ln S(0) = \mp \mu \varphi$$

$$\Rightarrow S(\varphi) = S(0) e^{\mp \mu \varphi} ; S(0) = mg$$

$$\text{Dvs: } S_{\min}(\varphi) = mg \cdot e^{-\mu \varphi} ; S_{\max}(\varphi) = mg \cdot e^{\mu \varphi}$$



Talløksempel: $\mu = 0.2$ og
2.25 omdreiningar, dvs
 $\varphi = 9\pi/2$ gir

$$S_{\min} \approx 0.06 mg$$

$$S_{\max} \approx 17 mg$$