

Fra før:

$$U(r) = - \int_{r_0}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} ; \quad dU = - \vec{F} \cdot d\vec{r} ; \quad \vec{F} = - \hat{r} \frac{dU}{dr}$$

Divisjon med m gir

$$V(r) = - \int_{r_0}^r \vec{g} \cdot d\vec{r} ; \quad dV = - \vec{g} \cdot d\vec{r} ; \quad \vec{g} = - \hat{r} \frac{dV}{dr}$$

Tilsvarende i elektrostatikken (FY1003/TFY4155, TFE4120):

$$\vec{F} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \vec{F}/q = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} = \text{elektrisk felt som } Q \text{ omgir seg med}$$

$$U(r) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r} = \text{pot. energi for } q, Q \text{ i innbyrdes avstand } r$$

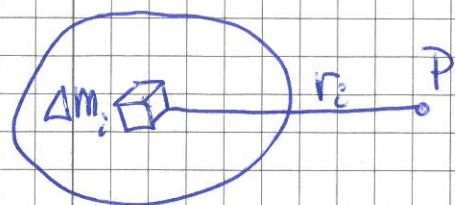
$$V(r) = U(r)/q = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \text{Coulombpotensialet som } Q \text{ omgir seg med}$$

$$V(r) = - \int_{r_0}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} ; \quad dV = - \vec{E} \cdot d\vec{r} ; \quad \vec{E} = - \hat{r} \frac{dV}{dr}$$

$$\left[\text{Generelt i 3D: } \vec{E} = -\nabla V ; \quad \nabla = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right. \\ \left. = \text{gradientoperator (nabla)} \right]$$

V og $\vec{g}$ fra massefordeling [YF 13.6; LL 11.2]

(120)

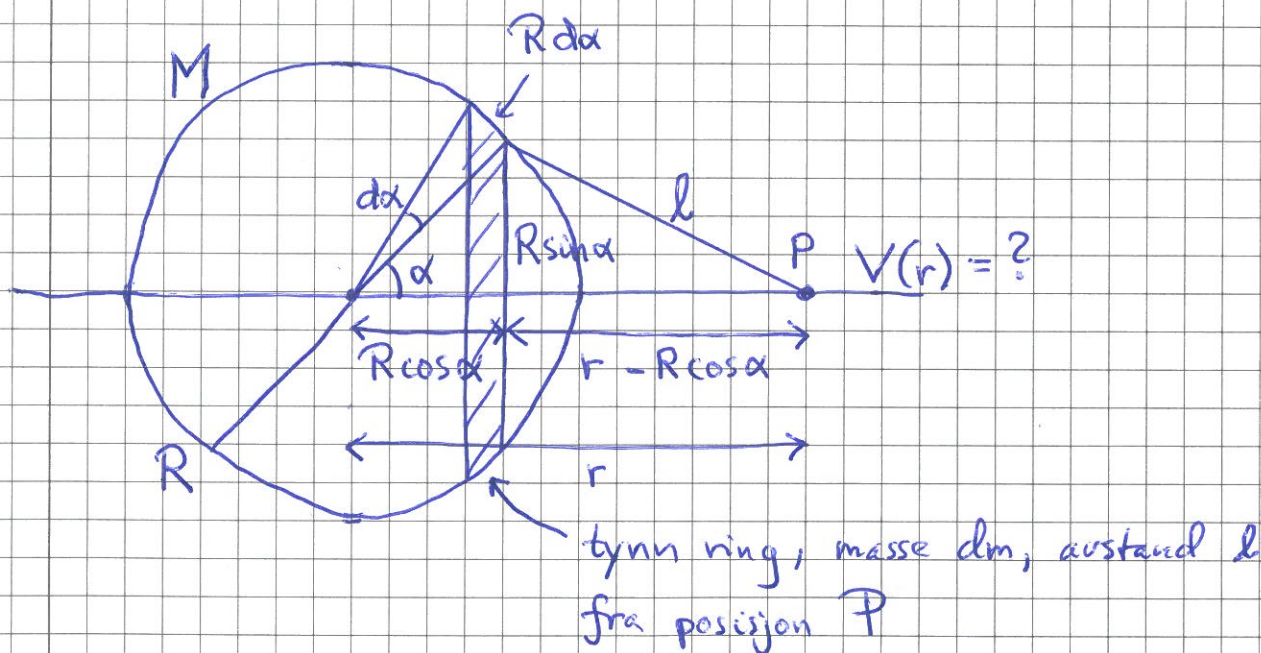


Potensial i P :

$$V_P = \sum_i V_P^i = -G \sum_i \frac{\Delta m_i}{r_i}$$

$$\xrightarrow{\Delta m_i \rightarrow 0} -G \int \frac{dm}{r}$$

Eks 1: Kubeskall



$$dm = M \cdot \frac{dA}{A} = M \cdot \frac{(2\pi R \sin \alpha) \cdot (R d\alpha)}{4\pi R^2} = \frac{1}{2} M \sin \alpha d\alpha$$

$$l = \sqrt{(R \sin \alpha)^2 + (r - R \cos \alpha)^2} = \sqrt{R^2 + r^2 - 2rR \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow V(r) = -G \int \frac{dm}{l} = -\frac{MG}{2} \int_0^\pi \frac{\sin \alpha d\alpha}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2rR \cos \alpha}}$$

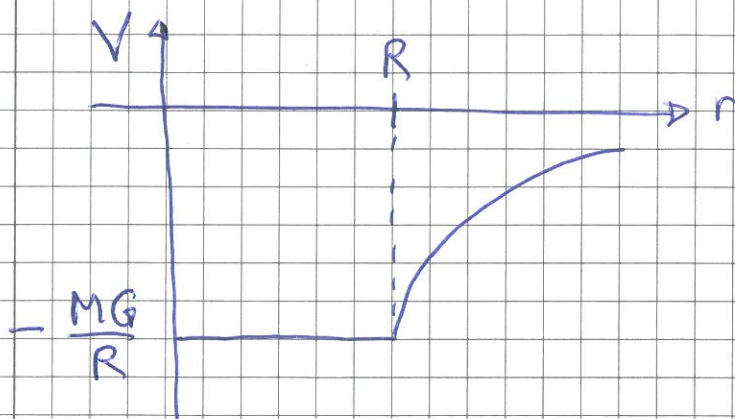
$$= -\frac{MG}{2} \int_0^\pi \frac{1}{rR} \sqrt{R^2 + r^2 - 2rR \cos \alpha}$$

$$= -\frac{MG}{2rR} \left\{ \underbrace{\sqrt{R^2 + r^2 + 2rR}}_{= R+r} - \underbrace{\sqrt{R^2 + r^2 - 2rR}}_{= r-R} \right\} = -\frac{MG}{r}$$

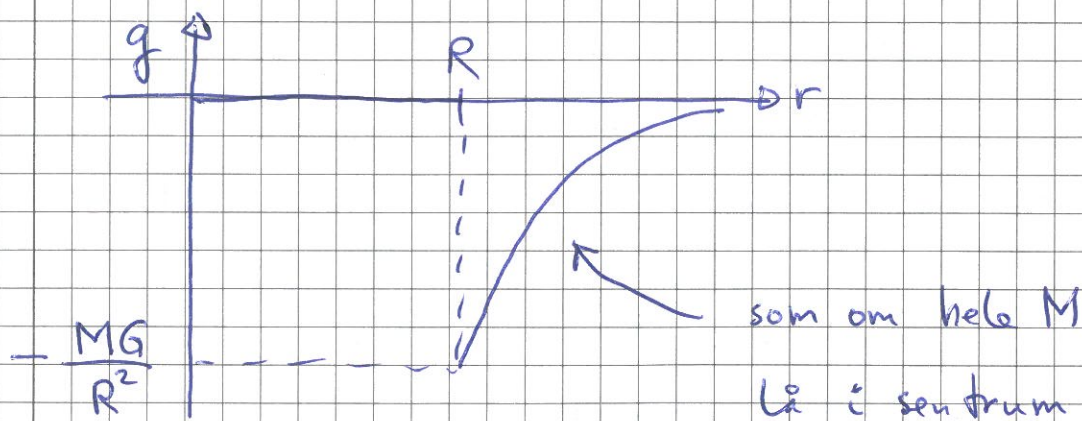
Med $r < R$: Tilsvarende, men $\sqrt{R^2 + r^2 - 2rR} = R - r$

(121)

$$\Rightarrow V(r) = -MG/R \quad (= \text{konstant})$$



$$\text{Feltet: } \vec{g}(r) = -\hat{r} \frac{dV}{dr} = \begin{cases} 0 & r < R \\ -\hat{r} \frac{MG}{r^2} & r > R \end{cases}$$

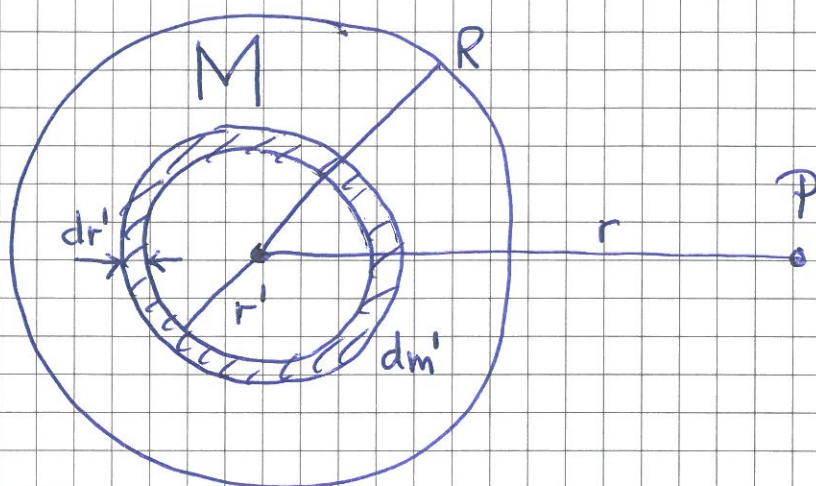


Eks 2: Kompakt kule

(122)

= sum av kuleskall!

(Antar uniform massefyltehet)



$$dm' = M \frac{dv'}{v} = M \cdot \frac{4\pi r'^2 dr'}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M}{R^3} r'^2 dr'$$

$$\Rightarrow dV = -G \frac{dm'}{r} = -\frac{3MG}{r R^3} r'^2 dr'$$

$$\Rightarrow V(r) = -\frac{3MG}{r R^3} \int_0^R r'^2 dr' = \underline{\underline{-\frac{MG}{r}}}$$

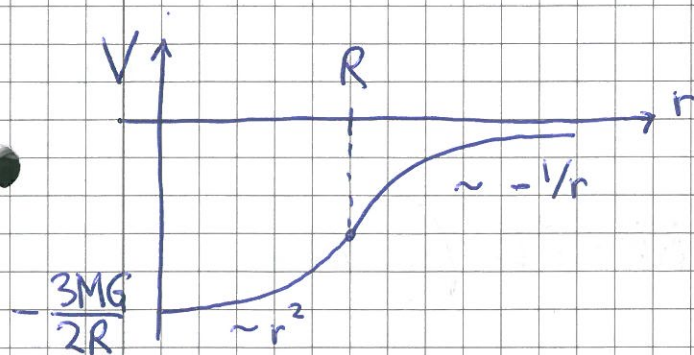
Hvis $r < R$, må vi bruke

$$dV = -G \frac{dm'}{r} \quad \text{fra kuleskall med } r' < r$$

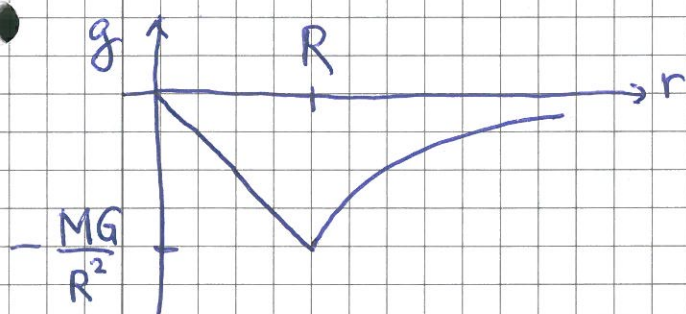
$$dV = -G \frac{dm'}{r'} \quad \text{--- " --- } r' > r$$

$$\Rightarrow V(r) = -\frac{3MG}{R^3} \left\{ \underbrace{\int_0^r \frac{r'^2 dr'}{r}}_{= r^2/3} + \underbrace{\int_r^R \frac{r'^2 dr'}{r'}}_{= \frac{1}{2}R^2 - \frac{1}{2}r^2} \right\}$$

$$= \underline{\underline{-\frac{3MG}{2R} \left\{ 1 - \frac{r^2}{3R^2} \right\}}}$$



$$\text{Fallet: } \vec{g}(r) = -\hat{r} \frac{dV}{dr} = \begin{cases} -\hat{r} \frac{MGr}{R^3} & r < R \\ -\hat{r} \frac{MG}{r^2} & r > R \end{cases}$$



På överflaten ($r=R$):

Kraft på massa m blir $\vec{F} = m\vec{g}(R) = -\hat{r} \frac{MG}{R^2} m,$

(igjen) som om hele M ligger i sentrum

$\Rightarrow$ OK å bruke $\vec{F} = m\vec{g}$ med $g = \frac{MG}{R^2} = 9.81 \text{ m/s}^2$

for masse m på jordens overflate

Spesiell relativitetsteori

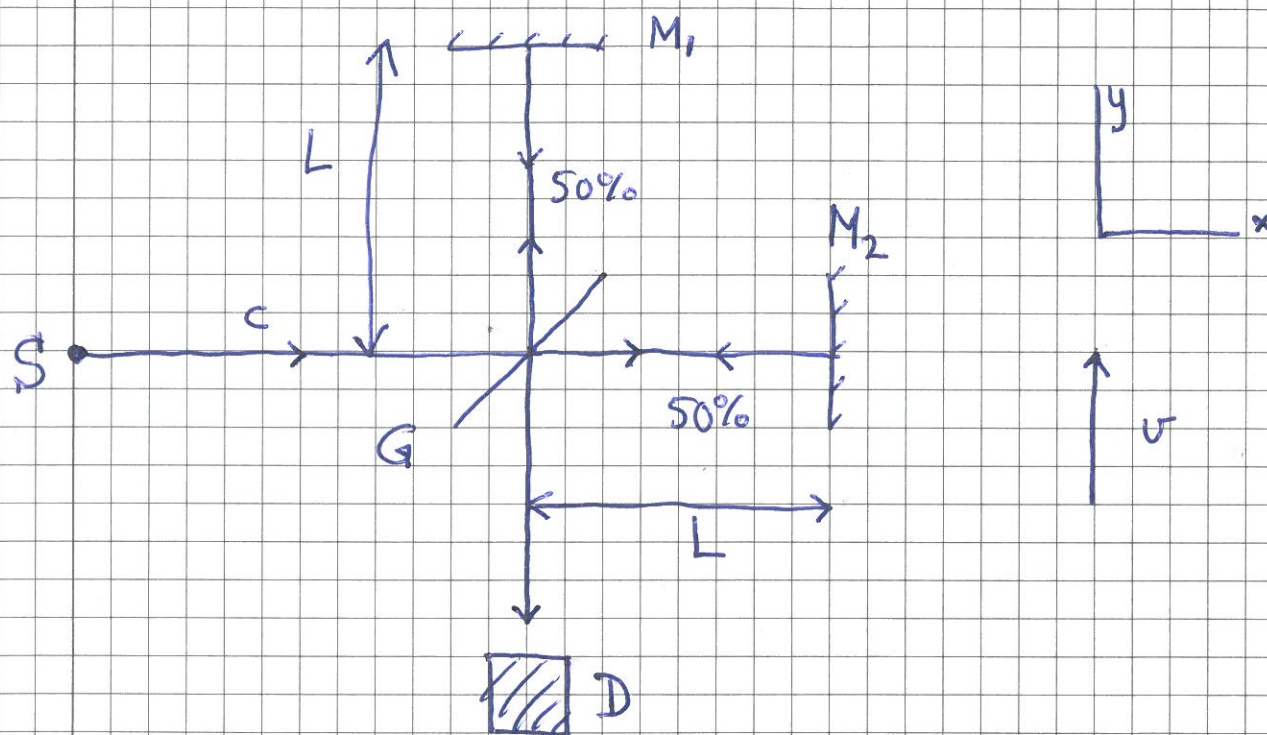
[YF 37; LL12]

(124)

Michelson-Morley-exp. [YF 35.5 ; LL 5.356]

"Om jordas bevegelse relativt den lysbærende eteren"

(The American Journal of Science, 34, 333-345 (1887))



$M_{1,2}$: speil S : lyskilde G : stråledeler ($T=R=1/2$)

D : detektor/skjermer

v = jordas hastighet relativt et tælt medium, "eteren",
som lysbølgerne forplanter seg i $\approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ (hvis eter i ro
relativt solen)

c = lysets hastighet $\approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ [Galilei 1638: $c > 10 v_{\text{Jord}}$;

[O. Römer 1675: $c \approx 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; J. Bradley 1728: $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$]

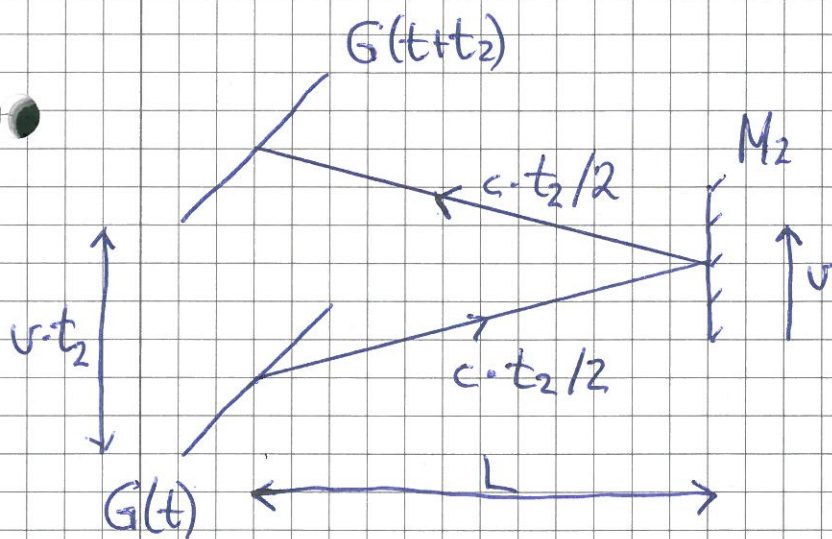
$\Rightarrow$ Interferens på D mellom bølgerne SGM_1GD og SGM_2GD .

Tid brukt av lys på GM_1G :

$$t_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2Lc}{c^2-v^2} = \frac{2L}{c(1-v^2/c^2)}$$

$$\approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \quad \left[\frac{1}{1-x} \approx 1+x \text{ når } |x| \ll 1\right]$$

Tid brukt av lys på GM_2G :



$$(vt_2)^2 + (2L)^2 = (ct_2)^2$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{2L}{(c^2-v^2)^{1/2}}$$

$$\approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$\left[(1-x)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x \text{ når } |x| \ll 1\right]$$

$$\Rightarrow \text{Tidsforskjell: } \Delta t = t_1 - t_2 = \frac{Lv^2}{c^3}$$

$$\text{Vei ---: } \Delta r = c \cdot \Delta t = Lv^2/c^2$$

$$\text{Fase ---: } k \cdot \Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} L v^2/c^2$$

Rotasjon av apparatur $90^\circ \Rightarrow M_1$ og M_2 skifter rolle

$\Rightarrow \Delta t$, Δr og k år skifter fortegn

$\Rightarrow$ Forventet fasedifferanse mellom de to eksperimentene:

$$\Delta \phi = \frac{4\pi L v^2}{\lambda c^2}$$

MM1887: $L = 11 \text{ m}$, $\lambda = 550 \text{ nm}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ (126)
og $v = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ (Natriumlampe, gult lys)

$\Rightarrow$ Forventet $\Delta\phi = 0.40 \cdot 2\pi$

Exp: $\Delta\phi < 0.01 \cdot 2\pi$

MM: "Eteren må være i ro relativt jorda; den dras med jorda"

Einstein: Det er ingen eter. Ingen ~~inertialsystemer~~ ^{inertialsystemer} er bedre enn andre.

Einsteins postulater:

1. Alle fysikkens lover er de samme i alle inertialsystemer
2. Lysets hastighet i vakuum er den samme for alle observatører, uavhengig av lyskildens bevegelse

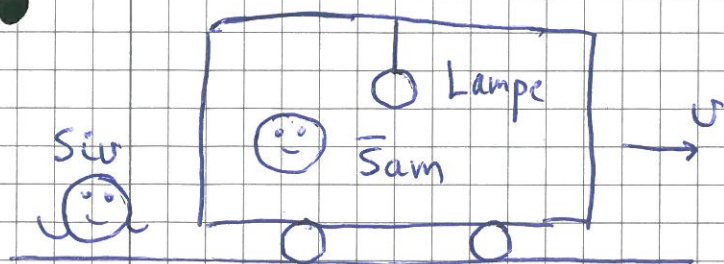
Inertialsystem: Ref.system der N1 gjelder; $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{konstant}$

Alle inertialsystemer er i rettlinjet bevegelse relativt
hvorandre, med konstant relativ hastighet.

Vi ser på konsekvenser av Einsteins postulater.

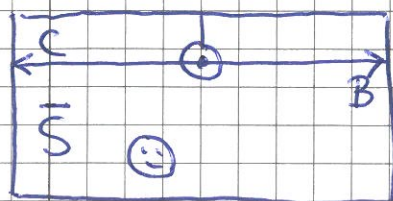
Samtidighet [YF 37.2; LL 12.5]

(127)

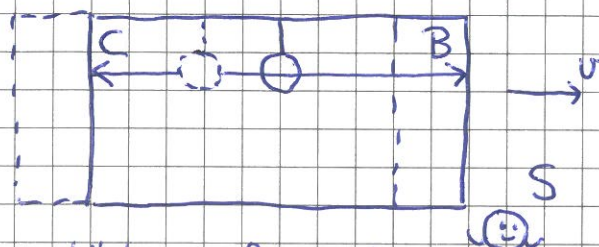


Hendelser:

- A: Lampa skrus på
- B: Lyset når frontvegg
- C: " " bakvegg



B og C samtidig i $\bar{S}$



Ulik vei for lyset,
C før B i S

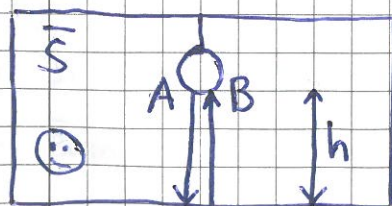
Dvs:

Hendelser som er samtidige i ett inertialsystem er generelt ikke samtidige i et annet

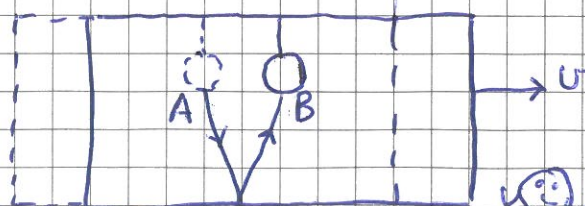
Tidsdilatasjon [YF 37.3; LL 12.4]

Hendelser: A: Lampe på.

B: Lys tilbake ved lampen etter refleksjon i gulvet.



$$\Delta \bar{t} = 2h/c$$



$$(c \cdot \Delta t)^2 = (2h)^2 + (v \Delta t)^2$$

$$(\Delta t)^2 = 4h^2/c^2 - v^2$$

$$\Delta t = (2h/c) / \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{\Delta \bar{t}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} > \Delta \bar{t}$$



Dvs:

Kortest tid $\Delta \bar{t}$ måles i $\bar{S}$ der hendelsene skjer på samme sted. Kløkker i bevegelse går saktere enn kløkker i ro.

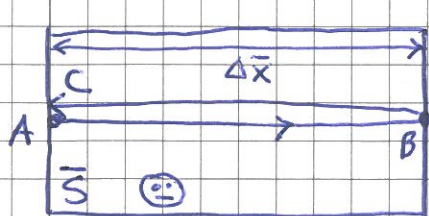
Lengdekonsentrasjon

[YF 37.4; LL 12.4]

(128)

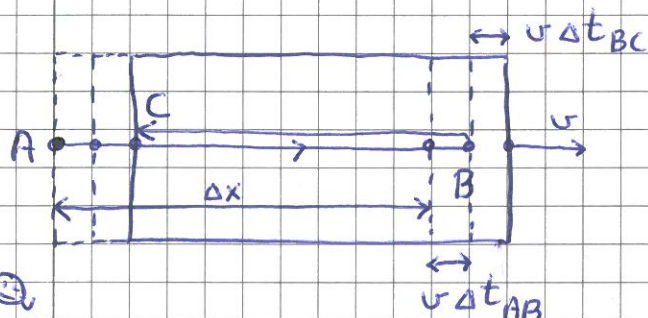
Hendelser:

- A Lampe på bakvegg slås på
 - B Lys reflekteres i speil på frontvegg
 - C Lys tilbake ved lampe
- } Måler vognens lengde.



$$\Delta \bar{t}_{AC} = 2\Delta \bar{x}/c$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{2} c \Delta \bar{t}_{AC}$$



$$\Delta t_{AB} = \frac{\Delta x}{c} + \frac{v \Delta t_{AB}}{c}$$

$$\Delta t_{BC} = \frac{\Delta x}{c} - \frac{v \Delta t_{BC}}{c}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{AB} = \frac{\Delta x}{c-v}, \quad \Delta t_{BC} = \frac{\Delta x}{c+v}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{AC} = \Delta t_{AB} + \Delta t_{BC} = \frac{\Delta x(c+v) + \Delta x(c-v)}{c^2 - v^2} = \frac{2\Delta x}{c} \cdot \frac{1}{1 - v^2/c^2}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} c \Delta t_{AC} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{1}{2} c \frac{\Delta \bar{t}_{AC}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \Delta \bar{x} \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} < \Delta \bar{x}$$

Dvs: Objekter i bevegelse krymper, i bevegelsesretningen.
Et objekt er lengst i systemet der det er i ro.

Lengder $\perp \vec{v}$: ($\vec{v} = v\hat{x}$)

A Siv tegner blå strek $\Delta y = 1\text{m}$ over bakken på en vegg

B Sam tegner rød strek $\Delta \bar{y} = 1\text{m}$ — " — " — " samme vegg

Anta at det er lengdekonsentrasjon $\perp \vec{v}$.

Siv: "Rød strek nederst"

Sam: "Blå strek nederst"

S og $\bar{S}$ er like gode inertialsystemer $\Rightarrow$ Begge må ta feil!

$$\Rightarrow \Delta y = \Delta \bar{y}$$

Ingen lengdekonsentrasjon $\perp \vec{v}$