

FORMLER: Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

KLASSISK DYNAMIKK

- Newtons andre lov: $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at$ $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ $\mathbf{F} = -\nabla U(\mathbf{r})$
- Friksjon, statisk: $f \leq \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\mathbf{f} = -k\mathbf{v}$ Luftmotstand (stor v): $\mathbf{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i \mathbf{r}_i m_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \cdot dm$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = -v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{F}$ Statisk likevekt: $\sum \mathbf{F}_i = 0$ $\sum \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\mathbf{L} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\mathbf{L} = \mathbf{L}_b + \mathbf{L}_s = (\mathbf{R}_{CM} - \mathbf{r}_0) \times M\mathbf{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$
- Trehetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$
 Kompakt sylinder (skive): $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ Kompakt kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$
 Tynn stang: $I_0 = \frac{1}{12}ML^2$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I \frac{d\omega}{dt}$
- Steiners sats (parallellakse-teoremet): $I = I_0 + Md^2$

- Enkel harmonisk oscillator: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $T = 2\pi/\omega_0$ $f = 1/T = \omega_0/2\pi$
 Masse i fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$
 $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\omega_0^2 = k/m$ $\gamma = b/2m$
 Underkritisk damping ($\gamma < \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$
 Overkritisk damping ($\gamma > \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$ $\alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$
 Kritisk damping ($\gamma = \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$
- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$
 (partikulær-)løsning: $x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega))$
 amplitude: $A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$
 halvverdibredde: $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ Q-faktor: $Q = \omega_0/\Delta\omega$

BØLGEFYSIKK

- Harmonisk plan bølge (forplantning i positiv x -retning):

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi) \quad , \quad k = 2\pi/\lambda \quad , \quad \omega = 2\pi/T = 2\pi f$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet: $v = \lambda/T = \omega/k$
- Gruppehastighet: $v_g = d\omega/dk$
- Lineær respons i elastiske, isotrope medier (Hookes lov):

mekanisk spenning = elastisk modul $\times$ relativ tøyning

S = strekk-kraft, B = bulkmodul, E = elastisitetsmodul, G = skjærmodul

- For transversale bølger på streng: $v = \sqrt{S/\mu}$
- For longitudinale bølger (lydbølger) i fluider (gasser og væsker): $v = \sqrt{B/\rho}$
- Lydhastighet i gass (m = (midlere) molekylmasse, $\gamma = C_p/C_V$): $v = \sqrt{\gamma k_B T/m}$
- For longitudinale bølger i tynn stang (fast stoff): $v = \sqrt{E/\rho}$
- For longitudinale (v_P) og transversale (v_S) bølger i faste stoffer (bulk):
 $v_P = \sqrt{(B + 4G/3)/\rho}$; $v_S = \sqrt{G/\rho}$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\bar{P} = v \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} v \mu \omega^2 y_0^2$$

- (Midlere) Intensitet i harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):

$$I = v \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} v \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydtrykksnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \text{med } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

- Refleksjon og transmisjon av bølge på streng:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0} \quad ; \quad y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0} \quad ; \quad R = \frac{\bar{P}_r}{\bar{P}_i} = \left(\frac{y_{r0}}{y_{i0}} \right)^2 \quad ; \quad T = \frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_i} = 1 - R$$

- Dopplereffekt:

$$f_O = \frac{v + v_m - v_O}{v + v_m - v_S} f_S$$

- Svevning ("interferens i tid"):

$$f_S = |f_1 - f_2|$$

- Interferens (romlig):

$$I_{\max} \text{ for } d \sin \theta = n \lambda \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

- Dispersjonsrelasjon for tyngdebølger ($D = \text{vanndybden}$):

$$\omega^2(k) = gk \tanh(kD)$$

GRAVITASJON

- Gravitasjon:

$$\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r} \quad , \quad U(r) = -\frac{GMm}{r} \quad , \quad \mathbf{g} = \mathbf{F}/m$$

- Keplers lover: K1: Ellipseformede planetbaner. K2: $dA/dt = \text{konstant}$. K3: $T^2/a^3 = \text{konstant}$ for alle planetene.

RELATIVITETSTEORI

- Lorentzfaktor:

$$\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$$

- Lorentztransformasjonene ($\bar{S}$ har hastighet $\mathbf{v} = v\hat{x}$ i forhold til S):

$$\begin{array}{ll} \bar{x} = \gamma(x - vt) & x = \gamma(\bar{x} + v\bar{t}) \\ \bar{y} = y & y = \bar{y} \\ \bar{z} = z & z = \bar{z} \\ \bar{t} = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) & t = \gamma\left(\bar{t} + \frac{v}{c^2}\bar{x}\right) \end{array}$$

- Tidsdilatasjon:

$$\Delta t = \gamma \Delta \bar{t}$$

- Lengdekontraksjon:

$$\Delta \bar{x} = \gamma \Delta x$$

- Hastighet i S ($\mathbf{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$): $u_x = dx/dt$ $u_y = dy/dt$ $u_z = dz/dt$

$$\text{Hastighet i } \bar{S} (\bar{\mathbf{u}} = \bar{u}_x\hat{x} + \bar{u}_y\hat{y} + \bar{u}_z\hat{z}): \bar{u}_x = d\bar{x}/d\bar{t} \quad \bar{u}_y = d\bar{y}/d\bar{t} \quad \bar{u}_z = d\bar{z}/d\bar{t}$$

Transformasjon av hastigheter:

$$u_x = (\bar{u}_x + v)/(1 + \bar{u}_x v/c^2) \quad u_y = (\bar{u}_y/\gamma)/(1 + \bar{u}_x v/c^2) \quad u_z = (\bar{u}_z/\gamma)/(1 + \bar{u}_x v/c^2)$$

- Addisjon av hastigheter (alle hastigheter i samme retning; Einsteins addisjonsformel):

$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + v_{AB}v_{BC}/c^2}$$

- Dopplereffekt for elektromagnetiske bølger:

$$\bar{f} = f \left(\frac{c - v}{c + v} \right)^{1/2}$$

- Relativistisk impuls:

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$$

- Relativistisk energi (for partikkel med masse m og impuls $\mathbf{p}$):

$$E = \gamma mc^2 \quad ; \quad E_0 = mc^2 \quad ; \quad K = E - E_0 \quad ; \quad E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

- Elastisk prosess: E , $\mathbf{p}$, K og m bevart.
- Uelastisk prosess: E og $\mathbf{p}$ bevart.

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Middelerdi (gjennomsnittsverdi): $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelerdi): $\delta_{\bar{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

KONSTANTER, OMREGNINGSFAKTORER OG DEKADISKE PREFIKSER

- Fundamentale konstanter:

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
$m_p = m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$\hbar = h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- Omregningsfaktorer:

$$1 \text{ eV} = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$$

- Dekadiske prefikser: p = piko = 10^{-12} , n = nano = 10^{-9} , μ = mikro = 10^{-6} , m = milli = 10^{-3} , c = centi = 10^{-2} , k = kilo = 10^3 , M = mega = 10^6 , G = giga = 10^9

MATEMATIKK OG DIVERSE

•

$$\frac{d}{dx} e^{\alpha x} = \alpha e^{\alpha x}$$

•

$$\int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$$

•

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

•

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad , \quad \tanh(x) \simeq 1 \text{ hvis } x \gg 1 \quad , \quad \tanh(x) \simeq x \text{ hvis } |x| \ll 1$$

- Klokkeslettangivelse: time:minutt(:sekund)

