

Løsningsforslag

1) Her har vi bevegelse med konstant akselerasjon: $h = at^2/2$, med $h = 14$ m og $a = g$. Dermed: $t = \sqrt{2h/a} = \sqrt{2 \cdot 14/9.81}$ s = 1.7 s.

C

2) Kula har en sentripetalakselerasjon $a = v^2/r = (2\pi r/T)^2/r = 4\pi^2 r/T^2 = 4\pi^2 \cdot 0.900/0.500^2 = 142$ m/s².

C

3) Maksimalt snordrag S er lik maksimal statisk friksjonskraft $\mu_s N = \mu_s mg$:

$$S = 0.25 \cdot 0.25 \cdot 9.81 \text{ N} = 0.61 \text{ N}.$$

A

4) Terminalhastighet v bestemt av Newtons 1. lov, $bv = mg$, dvs $v = mg/b = 0.0027 \cdot 9.81/0.0030$ m/s = 8.8 m/s.

E

5) Tyngdens komponent langs skråplanet, $mg \sin \beta$, lik maksimal statisk friksjonskraft, $f_{\max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos \beta$ gir $\sin \beta = \mu_s \cos \beta$, dvs $\tan \beta = \mu_s$, dvs $\beta = \arctan 0.25 = 14^\circ$.

B

6) Tyngdens komponent langs skråplanet, $mg \sin \beta$, lik kinetisk friksjonskraft, $f = \mu_k N = \mu_k mg \cos \beta$ gir $\sin \beta = \mu_k \cos \beta$, dvs $\mu_k = \tan 12^\circ = 0.21$.

E

7) Klossen har mistet potensiell energi $\Delta U = mg\Delta h = mgR(1 - \cos 30^\circ)$, som tilsvarer oppnådd kinetisk energi $K = mv^2/2$. Dermed er $v = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 8.0 \cdot (1 - \sqrt{3}/2)} = 4.6$ m/s.

A

8) Newtons 2. lov: $F = \Delta p/\Delta t = 2mv/\Delta t = 2 \cdot 0.0027 \cdot 8.0/0.0020$ N = 22 N.

C

9) $K = I_0\omega^2/2 = (MR^2/2)\omega^2/2 = (300 \cdot 1.50^2/2) \cdot 30.0^2/2 = 151875$ J $\simeq 152$ kJ.

D

10) Med Steiners sats: $I = I_0 + Md^2 = MR^2/2 + MR^2 = 3MR^2/2 = 3 \cdot 300 \cdot 1.50^2/2 = 1.01 \cdot 10^3$ kg m².

D

11) $L = L_b + L_s = MRV + 2MRV/5 = 7MRV/5 = 7 \cdot 20 \cdot 0.10 \cdot 2.0/5 = 5.6$ kg m²/s.

D

12) To oksygenatomer, hver med masse $16u$, ligger i avstand $d \cos 30^\circ$ fra akse, med $u = 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg og $d = 142 \text{ pm} = 1.42 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Dermed: $I = 2 \cdot 16 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot (1.42 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{3}/2)^2 = 8.0 \cdot 10^{-46}$.

A

13) Den kinetiske friksjonskraften $f = \mu_k N = \mu_k Mg$ er konstant så lenge skiva slurer mot underlaget, og med retning mot høyre. Så fort skiva begynner å rulle rent uten å slure, vil friksjonskraften bli borte, og skiva ruller med konstant hastighet og konstant vinkelhastighet.

C

14) Newtons 2. lov for rotasjon, $\tau = I_0 d\omega/dt$, med $\tau = -fR = -\mu_k MgR$, gir her $-\mu_k MgR = (MR^2/2)d\omega/dt$, som med $\omega(0) = \omega_0$ gir $\omega(t) = \omega_0 - 2\mu_k gt/R$. Newtons 2. lov (dvs for translasjonsbevegelsen), $F = M dV/dt$, med $F = f = \mu_k Mg$ og $V(0) = 0$, gir $V(t) = \mu_k gt$. Ren rulling ved tidspunktet t_r bestemt av at $\omega(t_r)R = V(t_r)$, dvs $\omega_0 R - 2\mu_k gt_r = \mu_k gt_r$, dvs $t_r = \omega_0 R / 3\mu_k g$.

B

15) Med $\mu_k = 1/\sqrt{3}$ og helningsvinkel 30° er friksjonskraften, med retning oppover skråplanet, lik $f = \mu_k N = \mu_k Mg \cos 30^\circ = Mg/2$. Tyngdens komponent langs skråplanet, med retning nedover, er $Mg \sin 30^\circ = Mg/2$. Med andre ord, netto kraft på skiva langs skråplanet er lik null, så lenge skiva slurer, dvs så lenge den roterer med klokka. Med null starthastighet forblir $V = 0$ inntil skiva slutter å rotere. Deretter vil den rulle uten å slure nedover skråplanet, med konstant akselerasjon.

A

16) All kinetisk rotasjonsenergi $K = I_0 \omega_0^2 / 2 = MR^2 \omega_0^2 / 4$ tapes i form av friksjonsarbeid, siden skiva helt slutter å rotere. Deretter ruller den nedover uten å slure, dvs uten å miste ytterligere mekanisk energi.

B

17) Må bestemme t_r slik at rullebetingelsen er oppfylt, dvs $\omega(t_r)R = V(t_r)$.

N2: $F = MV_0/T$, dvs $V_0 = FT/M$.

N2 rotasjon: $FR = I_0 \omega_0 / T = 2MR^2 \omega_0 / 5T$, dvs $\omega_0 = 5FT / 2MR$.

Vi ser at $V_0 < \omega_0 R$, slik at kula slurer med "toppspinn", og den kinetiske friksjonskraften $f = \mu_k N = \mu_k Mg$ virker mot høyre. Effekten blir en reduksjon i ω og en økning i V .

N2: $f = M dV/dt$, dvs $V(t) = V_0 + \mu_k Mgt/M = V_0 + \mu_k gt$.

N2 rotasjon: $-fR = I_0 d\omega/dt$, dvs $\omega(t) = \omega_0 - 5\mu_k gt / 2R$.

Rullebetingelsen gir nå:

$$\begin{aligned}\omega_0 R - 5\mu_k gt_r / 2 &= V_0 + \mu_k gt_r \\ 7\mu_k gt_r / 2 = \omega_0 R - V_0 &= 5FT / 2M - FT / M = 3FT / 2M \\ t_r &= 3FT / 7\mu_k Mg\end{aligned}$$

D

18) N2 for de to loddene samlet: $(m + M)a = mg - \mu_k Mg$, dvs

$$a = g \cdot \frac{m - \mu_k M}{m + M} = g \cdot \frac{0.200 - 0.030}{0.500} = 3.34 \text{ m/s}^2.$$

B

19) Newtons 2. lov for loddet (masse m , snordrag S): $ma = mg - S$. Newtons 2. lov for rotasjon for skiva: $\tau = I_0\alpha = I_0a/R$, med $\tau = SR$ og $I_0 = MR^2/2$, samt rullebetingelsen $\alpha = a/R$. Dette resulterer i $Ma/2 = S$. Addisjon av de to ligningene gir $(m + M/2)a = mg$, dvs $a = mg/(m + M/2) = g/(1 + M/2m)$, som med $2m = 50$ g og $M = 1000$ g blir $a = g/21 = 0.47$ m/s².

B

20) Vi har $v = \sqrt{S/\mu} = \sqrt{SL/M}$ og $\lambda = L$, slik at $f = v/\lambda = \sqrt{S/ML}$. Det betyr at $\log f = 0.5 \log S - 0.5 \log M - 0.5 \log L$, slik at plotting av $\log f$ vs $\log S$ skal gi en rett linje med stigningstall 0.5.

B

21) Og plotting av $\log f$ vs $\log M$ skal da gi en rett linje med stigningstall -0.5 .

D

22) Fysisk pendel: $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{I/Mgd} = 2\pi\sqrt{(I_0 + Md^2)/Mgd}$. Løsning mhp I_0 gir

$$I_0 = Md^2 \left(\frac{gT^2}{4\pi^2d} - 1 \right),$$

som med innsetting av oppgitte tallverdier $T = 1.61$ s, $M = 2.65$ kg og $d = 0.56$ m gir $I_0 = 125$ g m².

A

23) Kulas bevegelse er praktisk talt en lineær harmonisk oscillator med utsving $x(t) = x_0 \cos \omega_0 t$, med vinkelfrekvens (matematisk pendel) $\omega_0 = \sqrt{g/L}$. Kulas baneakselerasjon er dermed $a_{\parallel}(t) = -\omega_0^2 x_0 \cos \omega_0 t$, med maksimalverdi $\omega_0^2 x_0 = gx_0/L = 9.81 \cdot 1.0/25 = 0.39$ m/s² = 39 cm/s². (Kula har også en sentripetalakselerasjon $a_{\perp}(t) = v(t)^2/L$, som er maksimal når v er maksimal, dvs når kula passerer likevektsposisjonen $x = 0$, men dennes maksimalverdi er ikke større enn $(\omega_0 x_0)^2/L = gx_0^2/L^2$, dvs en faktor x_0/L mindre enn den maksimale baneakselerasjonen.)

D

24) $Q = f_0/\Delta f = \omega_0/\Delta\omega = \sqrt{g/L}/2\gamma = \sqrt{g/L}/(b/M) = \sqrt{9.81/25}/(0.009/40) = 2784 \simeq 2.8 \cdot 10^3$.

D

25) Lydhastigheten i luft er proporsjonal med kvadratroten av absolutt temperatur T , målt i K (kelvin). Vi har $T = 268$ K og $T = 278$ K ved hhv 5 kuldegrader og 5 varmegrader, slik at $v(278) = v(268)\sqrt{278/268} = v(268) \cdot 1.018 \simeq v(268) \cdot 1.02$, dvs en økning på ca 2%.

B

26) Intensitet i avstand 4.0 m: $I = P/A = P/4\pi R^2 = 20/4\pi \cdot 16 = 0.10$ W/m². Dermed: $\beta = 10 \log(0.10/10^{-12}) = 10 \log 10^{11} = 110$ dB.

E

27) Grunntonen: $\lambda = 2L = 0.86$ m. Vi har videre $\lambda = v/f$ og $v = \sqrt{S/\mu}$. Dermed er $S = \mu(\lambda f)^2 = 0.0015 \cdot (0.86 \cdot 440)^2 = 215$ N.

C

28) Grunntonen i et rør som er åpent i begge ender: $\lambda = 2L$. Dermed: $L = \lambda/2 = v/2f = 340/2 \cdot 65.4 = 170/65.4 = 2.60 \text{ m} = 260 \text{ cm}$.

D

29) $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = 2\pi/\sqrt{6.25 + 6.25 + 2.25} = 2\pi/\sqrt{14.75} = 1.636 \text{ m}$, som gir $f = v/\lambda = 340/1.636 = 208 \text{ Hz}$.

D

30) Bølgetallsvektorens komponent i xy -planet har lengde $k_{xy} = \sqrt{6.25 + 6.25} = \sqrt{12.5} \text{ m}^{-1}$ og $k_z = 1.50 \text{ m}^{-1}$. Dermed: $\alpha = \arctan(k_{xy}/k_z) = \arctan(\sqrt{12.5}/1.5) = 67^\circ$.

E

31) Total energi i bølgepulsen er

$$E = \int dE = \int_{-\pi a/2}^{\pi a/2} \varepsilon(x) dx = \frac{Sy_0^2}{a^2} \int_{-\pi a/2}^{\pi a/2} \sin^2(x/a) dx.$$

Vi substituerer $z = x/a$. Da er $dx = a dz$, og

$$E = \frac{Sy_0^2}{a} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 z dz.$$

Integralet er lik $\pi/2$, som en for eksempel innser ved å tegne opp $\sin^2 z$. Alternativt kan den oppgitte identiteten i formelvedlegget settes inn. Innsetting av tallverdier gir $E = 0.012 \text{ J} = 12 \text{ mJ}$.

Den kjappe løsningen: E må være proporsjonal med S og y_0^2 , basert på uttrykket for $\varepsilon(x)$. Av dimensjonsmessige grunner må da E også være proporsjonal med $1/a$. Den manglende tallfaktoren må være av størrelsesorden 1, slik at $E \simeq Sy_0^2/a = 125 \cdot 0.003^2/0.15 = 0.0075 \text{ J} = 8 \text{ mJ}$. Bare alternativ C er noenlunde i nærheten av dette.

C

32) Lyden går fram og tilbake mellom flaggermusen og myggen i løpet av 0.015 s , med hastighet 340 m/s . Da er avstanden $x = vt/2 = 340 \cdot 0.015/2 = 2.55 \text{ m} = 255 \text{ cm}$.

A

33) Myggen hører – og returnerer – frekvensen

$$f_M = \frac{v - v_M}{v - v_F} f,$$

med $v = 340 \text{ m/s}$ og positive v_M og v_F i lydens retning. Flaggermusen hører dermed et ekko med frekvensen

$$f_F = \frac{v + v_F}{v + v_M} f_M = \frac{(v + v_F)(v - v_M)}{(v + v_M)(v - v_F)} f.$$

Innsetting av tallverdier ($f = 33$, $f_F = 35$ og $v_F = 8$) og løsning mhp myggens hastighet gir $v_M = -2.0 \text{ m/s}$, dvs hastighet 2.0 m/s mot flaggermusen.

D

34) Dersom mikrofonen flyttes en halv bølgelengde den ene eller den andre veien, blir endringen i veilengdeforskjell mellom de to lydbølgene en hel bølgelengde, dvs konstruktiv interferens igjen dersom vi hadde det i utgangspunktet. Her er bølgelengden $\lambda = v/f = 340/3400 = 0.10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$, dvs det er 5 cm fra et intensitetsmaksimum til det neste.

E

35) Vi er på dypt vann. Da er $\tanh(kD) \simeq 1$, og $\omega(k) \simeq \sqrt{gk}$. Bølgepakkens gruppehastighet er

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \sqrt{g/4k} = \sqrt{g\lambda/8\pi} = 2.5 \text{ m/s}.$$

E

36) Keplers 3. lov gir for Neptuns midlere avstand a_N til Sola:

$$a_N = 150 \text{ Gm} \cdot (165/1)^{2/3} \simeq 4500 \text{ Gm}.$$

D

37) Tyngdens akselerasjon er proporsjonal med planetens masse og omvendt proporsjonal med kvadratet av planetens radius, dvs omvendt proporsjonal med volumet opphøyd i $2/3$. Dermed er tyngdens akselerasjon på Neptuns overflate

$$g_{\text{Neptun}} = g \cdot 17.147/57.74^{2/3} = 1.15 g.$$

B

38) Siden $g(r) \sim 1/r^2$ og vi skal finne høyden h som gir $g(R+h) = g(R)/3$, blir ligningen $1/(R+h)^2 = 1/3R^2$, dvs $R+h = \sqrt{3}R$, dvs $h = \sqrt{3}R - R = 0.732 \cdot 6370 = 4663 \text{ km}$.

D

39) Tyngdekraften på satellitten skal gi en sentripetalakselerasjon som gir omløpstid på ett neptundøgn, dvs $T = 16.11 \text{ h} = 57996 \text{ s}$. Dvs: $mv^2/r = mMG/r^2$ med $v = 2\pi r/T$. Løses mhp r , som gir

$$r = (MGT^2/4\pi^2)^{1/3} = 83379 \text{ km}.$$

Vi trekker fra Neptuns ekvatorialradius 24764 km og finner høyden 58615 km, dvs ca 59 Mm.

C

40) Ingen grunn til å tvile her: Lysets hastighet er c i ethvert inertialsystem.

C

41) Pga tidsdilatasjon: $t = \gamma \bar{t}$. Her er tiden målt av konduktøren på toget $\bar{t} = h/c = 3.00/3 \cdot 10^8 = 10^{-8} \text{ s} = 10 \text{ ns}$. Lorentzfaktoren er $\gamma = 1/\sqrt{1 - 1/9} = 3/\sqrt{8}$. Dermed tar det 10.6 ns på din klokke for lyssignalet å gå fra lyskilden i taket til detektoren på gulvet.

B

42) $K = (\gamma - 1)m_e c^2 = 15 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 2.4 \cdot 10^{-12}$ J, slik at $\gamma = 1 + 2.4 \cdot 10^{-12} / 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 30.27$. Da kan vi finne elektronenes hastighet: $1 - v^2/c^2 = 1/\gamma^2 = 1.09 \cdot 10^{-3}$, slik at $v = c\sqrt{1 - 1.09 \cdot 10^{-3}} = 0.9995 c$.
C

43) Årlig globalt energiforbruk i 2012 i SI-enhet: $1.6 \cdot 10^{17} \text{ J/s} \cdot 3600 \text{ s} = 5.76 \cdot 10^{20}$ J. Divisjon med c^2 gir den etterspurte massereduksjonen, ca 6.4 tonn.
A

44) $\lambda = hc/E = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 66.0 \cdot 10^6 \cdot 1.60 \cdot 10^{19} = 1.88 \cdot 10^{-14}$ m.
C

45) Systemets totale energi er 1192.5 MeV, Σ^0 -partikkelens hvileenergi. Fra dette må vi subtrahere Λ -partikkelens hvileenergi 1115.6 MeV og fotonets energi 66.0 MeV, i alt 1181.6 MeV, for å finne Λ -partikkelens kinetiske energi $K = 10.9$ MeV. Da har vi at (med energier hele tiden i enheten MeV) $10.9 = 1115.6 \cdot (\gamma - 1)$, slik at $\gamma = 1 + 10.9/1115.6 = 1.00977$. Dette gir en hastighet $v = c\sqrt{1 - 1/\gamma^2} \simeq 0.14 c$.
B
