FY1001/TFY4109/TFY4145. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2015.
Løsningsforslag til Test 12.

Oppgave 1
Tyngdekraften har komponent $mg\sin\alpha$ nedover parallelt med skråplanet. Normalkraften fra underlaget er lik tyngdekraftens normalkomponent $mg\cos\alpha$, siden det ikke er noen akselerasjon normalt på skråplanet. Når klossen glir, er det kinetisk friksjon, med friksjonskraft $f = \mu N = \mu mg\cos\alpha$. Med konstant hastighet er $f = mg\sin\alpha$, dvs $\mu = \tan\alpha$. Riktig svar: D.

Oppgave 2
Klossen starter med mekanisk energi

$$E = mgh + mv_0^2/2 = mgL\sin\alpha + mv_0^2/2.$$

Den har mistet all denne mekaniske energien, dvs E tilsvarer friksjonsarbeidet

$$W_f = fL = \mu mgL\cos\alpha.$$

Dermed er

$$\mu = E/mgL\cos\alpha = \tan\alpha + v_0^2/2gL\cos\alpha.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 3
Total impuls er bevart i kollisjonen: $mv_0 = 2mv$, dvs $v = v_0/2$. Riktig svar: A.

Oppgave 4
$|\Delta K| = mv_0^2/2 - 2mv^2/2 = mv_0^2/2 - mv_0^2/4 = mv_0^2/4$. Riktig svar: C.

Oppgave 5
De to massene snur i høyden $h = L(1-\cos\beta)$. Der er potensiell energi lik $2mgh$ og kinetisk energi null. Energibevarelse etter at kollisjonen er over gir da

$$mv_0^2/4 = mgh = mgL(1-\cos\beta) \quad\Rightarrow\quad \beta = \arccos(1 - v_0^2/8gL).$$

Riktig svar: B.

Oppgave 6
Matematisk pendel med lengde L og små utsving: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$, dvs $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{L/g}$. Riktig svar: A.

Oppgave 7
De fire punktmassene er alle i avstand d fra aksen, med $d^2 = (a/2)^2 + (a/2)^2 = a^2/2$. Dermed er $I_0 = 4ma^2/2 = 2ma^2$. Riktig svar: B.

Oppgave 8
Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksen en lengde $a/2$, gir $I_1 = I_0 + 4m(a/2)^2 = 2ma^2 + ma^2 = 3ma^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 9
Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksen en lengde $a/\sqrt{2}$, gir $I_2 = I_0 + 4m(a/\sqrt{2})^2 = 2ma^2 + 2ma^2 = 4ma^2$. Riktig svar: D.

Oppgave 10
Energibevarelse gir

$$mgh = mv^2/2 + MV^2/2 = mv_x^2/2 + mv_y^2/2 + MV^2/2,$$

og impulsbevarelse horisontalt gir

$$mv_x = MV.$$

En tredje ligning får vi ved å bruke at m hele veien ned befinner seg på skråplanet, slik at en forflytning av m med dx horisontalt og en forflytning av M motsatt vei med dX må innebære en vertikal forflytning av m med $dy = dx + dX$ (der alle størrelser regnes positive). Divisjon med dt gir $v_y = v_x + V$. Nå har vi 3 ligninger for 3 ukjente (v_x, v_y og V), og løsning mhp V gir

$$V = \sqrt{2gh\frac{1}{(1+M/m)(1+2M/m)}}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 11

Tilsvarende som i oppgave 10, men nå har m (ringen) kinetisk energi

$$K_m = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = mv^2/2 + (mr^2)(v/r)^2/2 = mv^2/2 + mv^2/2 = mv^2.$$

Energibevarelse gir da

$$mgh = mv_x^2 + mv_y^2 + MV^2/2.$$

Ellers likt, slik at svaret blir

$$V = \sqrt{gh\frac{1}{1+5M/2m+2M^2/m^2}}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 12

Kortvarig støtkraft F tilsier at friksjonskraften f fra underlaget kan neglisjeres gjennom støtet med varighet Δt. Newtons 2. lov gir $F\Delta t = \Delta p = p = MV_0$. Newtons 2. lov for rotasjon, om akse gjennom CM, gir $\tau\Delta t = \Delta L = I_0\Delta\omega = I_0\omega_0$. Støtkraften F angriper kuleskallet i høyde $H - R$ over sentrallinjen og virker dermed på kuleskallet med et dreiemoment $\tau = F(H - R)$ mhp aksen gjennom CM. Videre er $I_0\omega_0 = (2MR^2/3)(V_0/R) = 2MRV_0/3$ ved ren rulling. Dermed:

$$\frac{MV_0}{\Delta t}\cdot(H-R)\Delta t = 2MRV_0/3 \quad\Rightarrow\quad H - R = 2R/3,$$

dvs $H = 5R/3$. Riktig svar: E.

Oppgave 13

Indre dreieimpuls (spinn):

$$L_s = I_0\omega_0 = \frac{2}{3}MR^2\cdot\frac{V_0}{R} = \frac{2}{3}MRV_0.$$

Banedreieimpuls:

$$L_b = |\boldsymbol{R}_{CM}\times M\boldsymbol{V}_0| = MRV_0.$$

Som vektorer peker disse to i samme retning, slik at total dreieimpuls blir $L = 5MRV_0/3$. Riktig svar: A.

Oppgave 14

$$L_b = MRV = 4.87\cdot10^{24}\cdot108\cdot10^{9}\cdot35.2\cdot10^{3} = 1.85\cdot10^{40}\ \mathrm{kgm^2/s}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 15

$$L_s \simeq \frac{2}{5}MR_0^2\omega_0,$$

som med $M = 4.87 \cdot 10^{24}$ kg, $R_0 = 6052 \cdot 10^3$ m og $\omega_0 = 2\pi/T_s = 2\pi/(243 \cdot 24 \cdot 3600)$ pr sekund gir $L_s = 2.14 \cdot 10^{31}$ kgm^2/s. Riktig svar: B.

Oppgave 16

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{10 \cdot 5.0/0.050}\ \mathrm{m/s} = 31.62\ \mathrm{m/s} \\ v_2 &= \sqrt{20 \cdot 6.0/0.050}\ \mathrm{m/s} = 48.99\ \mathrm{m/s} \end{aligned}$$

Prosentvis økning:

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} = 0.55 = 55\%.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 17
Akkurat i det brannbilen passerer der du står på fortauet, har den null hastighetskomponent langs forbindelseslinjen mellom deg og brannbilen. Dermed null dopplerskift i dette øyeblikket. Riktig svar: A.

Oppgave 18
Astronauten har konstant akselerasjon $a = 10$ m/s^2, slik at astronautens hastighet ved tidspunktet t er $v(t) = at$. Astronauten vil da måle en stadig økende rødforskyvning av lys utsendt av en kilde på jorda, f.eks de nevnte røde neonlysene, med bølgelengde $\lambda = 632$ nm. Astronauten måler et dopplerskift av frekvensen gitt ved

$$\overline{f} = \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}\, f,$$

og dermed (siden $c = \lambda f$, dvs $f = c/\lambda$) et dopplerskift av bølgelengden gitt ved

$$\overline{\lambda} = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}\, \lambda.$$

Løsning av denne ligningen mhp astronautens hastighet $v = at$ gir, med $k = (\overline{\lambda}/\lambda)^2 = (700/632)^2 = 1.2268$,

$$t = \frac{v}{a} = \frac{c}{a} \cdot \frac{k-1}{k+1} = 3 \cdot 10^7 \cdot \frac{0.2268}{1.2268} = 3.06 \cdot 10^6\ \mathrm{s},$$

dvs ca 35 døgn. Riktig svar: C.

Oppgave 19
Pr tidsenhet, dvs pr sekund, beveger både B og C seg et antall meter gitt ved tallverdien av $0.6c$. A måler dermed at avstanden mellom B og C øker med $1.2 \cdot 3 \cdot 10^8 = 3.6 \cdot 10^8$ meter pr sekund. Riktig svar: D.

Oppgave 20
Einsteins addisjonsformel for hastigheter gir

$$v_{CB} = \frac{v_{CA} + v_{AB}}{1 + v_{CA} v_{AB}/c^2} = \frac{1.2c}{1 + 0.6^2} = 0.88c.$$

Riktig svar: A.