FY1001/TFY4109/TFY4145. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2015.
Løsningsforslag til Test 4.

Oppgave 1
Fullstendig uelastisk kollisjon betyr at bilene henger sammen som ett legeme etter kollisjonen, med felles hastighet. Denne hastigheten er null, pga at impulsen er bevart, og total impuls til de to bilene er null. Altså går all mekanisk energi tapt. Riktig svar: E.

Oppgave 2
Hvis den ene bilen har impuls mv før kollisjonen, har de to sammenhengende bilene hastighet $v/2$ etter kollisjonen, igjen pga impulsbevarelse. Kinetisk energi før kollisjonen er $mv^2/2$. Etter kollisjonen er den $2m(v/2)^2/2 = mv^2/4$. Altså har halvparten gått tapt. Riktig svar: C.

Oppgave 3
Med bilmasse m og hastigheter hhv v og $v/2$ er total impuls til de to bilene $mv + mv/2 = 3mv/2$. Felleshastigheten etter kollisjonen er dermed gitt ved $2mv' = 3mv/2$, dvs $v' = 3mv/4$. Kinetisk energi før kollisjonen: $K = mv^2/2 + m(v/2)^2/2 = 5mv^2/8$. Etter kollisjonen: $K' = 2m(v')^2/2 = 2m(3mv/4)^2/2 = 9mv^2/16$. Av den opprinnelige $K = 10mv^2/16$ er derfor $1mv^2/16$ gått tapt, dvs 10%. Riktig svar: A.

Oppgave 4
En fotball har masse 0.45 kg. Jeg har sett påstander om at ballen kan komme opp i hastigheter over 50 m/s (dvs bortimot 200 km/h), men det tror jeg vel hva jeg vil om. La oss moderere oss til det halve, ca 25 m/s. Den mest usikre størrelsen er nok kontakttiden mellom sko og ball. Mitt første estimat var noen få hundredels sekunder, f.eks 0.04 s. Det gir en midlere kraft $\langle F \rangle = \Delta p/\Delta t = 0.45 \cdot 25/0.04 = 281$ N. I mellomtiden har jeg lest deler av *The biomechanics of soccer: A review*, A. Lees og L. Nolan, Journal of Sports Sciences, volum 16, side 211 - 234 (1998). (Ikke overraskende fra Liverpool John Moores University.) Her refereres det til eksperimenter som antyder kontakttider omkring 10 ms, dvs 0.01 s. I så fall blir midlere kraft omkring 1100 N. Uansett blir alternativ C, omlag 300 N, det eneste aktuelle svaret. Riktig svar: C.

Oppgave 5
Kraften $F(t)$ er symmetrisk omkring tidspunktet $t = 0$, der F er maksimal og lik F_0. Da er det klart at bordtennisballen snur ved $t = 0$, og at den etter kollisjonen har hastighet 20 m/s motsatt vei. Med andre ord, ballens impulsendring er $\Delta p = m\Delta v = 0.0027 \cdot 40 = 0.108$ kg m/s. Vi har

$$\begin{aligned} \Delta p &= \int_{-\infty}^{\infty} F_0 \exp(-t^2/\tau^2)\, dt \\ &= F_0 \tau \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2)\, dx \\ &= F_0 \tau \sqrt{\pi}, \end{aligned}$$

der vi har substituert $x = t/\tau$ for å få integralet på eksakt samme form som oppgitt i oppgaven. (Da er $dt = \tau\, dx$.) Dermed er

$$F_0 = \frac{\Delta p}{\tau\sqrt{\pi}} = \frac{0.108}{0.001 \cdot \sqrt{\pi}} \simeq 61\,\mathrm{N}.$$

Tok du denne på strak arm og under 5 minutter, kan du være fornøyd med deg selv. (I motsatt fall – ingen grunn til å fortvile.) Riktig svar: A.

Oppgave 6
Uten friksjon er mekanisk energi bevart. Potensiell energi mgh omdannes til kinetisk energi $mv_0^2/2$, dvs klossens hastighet før kollisjonen med den andre er $v_0 = \sqrt{2gh}$. Systemets impuls er da $mv_0 = m\sqrt{2gh}$, og impulsen er bevart i den fullstendig uelastiske kollisjonen. Dermed: $m\sqrt{2gh} = (m + M)v$, som gir $v = \sqrt{2gh}m/(m + M)$. Riktig svar: D.

Oppgave 7
Friksjonskraften fra underlaget på klossen er $f = \mu N = \mu mg$. Klossen stopper når absoluttverdien av friksjonsarbeidet utført på klossen er lik klossens opprinnelige kinetiske energi. Dermed: $W_f = \mu mgx = mv^2/2$, som betyr at klossen glir en lengde $x = v^2/2\mu g$. (Kun alternativ A har en rimelig avhengighet av hastigheten v.) Riktig svar: A.

Oppgave 8
Avstanden fra deg til massesenteret er i utgangspunktet lik 1/6 av båtens lengde, dvs 1 m fra deg. Uten ytre krefter blir dette massesenteret liggende i ro, sett utenfra, for eksmpel av en som står på land. Hvis du, med dine 80 kg, flytter deg en lengde x i en retning, må båten, med sine 40 kg, flytte seg en lengde $2x$ i motsatt retning. Din forflytning relativt båten er da $3x$, og når du er i motsatt ende av båten, blir $3x = 6$ m, dvs $x = 2$ m. Følgelig har båten nå flyttet seg $2x = 4$ m. Båten stopper straks du stopper. Riktig svar: C.

Oppgave 9
Her kan vi for eksempel legge oksygenatomet i origo og massesenteret (CM) på y-aksen. Da er

$$Y_{\text{CM}} = \frac{2md\cos\alpha}{2m+M} = \frac{2\cdot 0.96\cos 52.5^\circ}{18}\,\text{Å} \simeq 0.065\,\text{Å} = 6.5\,\text{pm}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 10
Massetettheten øker lineært fra null til λ_0 over lengde L, så stangas totale masse må være $M = \lambda_0 L/2$. En liten bit av stanga, i posisjon x og med lengde dx har masse $dm = \lambda(x)dx = \lambda_0 x\,dx/L$. Massesenteret er da i posisjon

$$X_{\text{CM}} = \frac{2}{\lambda_0 L^2}\int_0^L \lambda_0 x^2\,dx = \frac{2}{3}L.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 11
Massesenteret til hver "delstang" ligger på midten, så med venstre ende i origo kan vi regne som om det ligger 1 kg i $x = 0.5$, 2 kg i $x = 1.5$, 3 kg i $x = 2.5$ og 4 kg i $x = 3.5$. Dermed:

$$X_{\text{CM}} = \frac{0.5+3+7.5+14}{1+2+3+4} = \frac{25}{10} = 2.5,$$

dvs meter. Riktig svar: C.

Oppgave 12
I forhold til jordas radius er 1 km for ingenting å regne. Derfor kan vi regne som om all masse er samlet i stangas massesenter, 1/2 km over bakken: $U = 1500\cdot 9.8\cdot 500$ J $= 7.35$ MJ. Riktig svar: D.

Oppgave 13

$$U(r) = -\int_R^r \frac{-mMG}{r^2}\,dr = |_R^r \frac{-mMG}{r} = mMG\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right).$$

Riktig svar: B.

Oppgave 14

$$U = \int dU = \int_R^{2R} gR(1-R/r)(M/R)dr = Mg|_R^{2R}(r - R\ln r) = MGR(1-\ln 2).$$

Riktig svar: A.

Oppgave 15
CM er i origo ved $t = 0$. 1/3 av den totale massen beveger seg deretter med hastighet V i positiv x-retning. Ved tidspunktet T er derfor $X_{\text{CM}} = VT/3$. Riktig svar: B.

Oppgave 16
Hvis kraften F virker på et system med masse $3M$, blir akselerasjonen til CM konstant og lik $F/3M$. Dermed blir hastigheten til CM ved tidspunktet T lik $FT/3M$. Riktig svar: B.

Oppgave 17
Hvis kraften F virker på et system med masse $3M$, blir akselerasjonen til CM konstant og lik $F/3M$. Dermed blir hastigheten til CM ved tidspunktet T lik $FT/3M$. Riktig svar: B.

Oppgave 18
Alle fire punktmasser er i "kvadrert avstand" $\rho^2 = L^2/2$ fra aksen. Dermed:

$$I_0 = 4M\rho^2 = 2ML^2.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 19
Med I_0 fra forrige oppgave og Steiners sats: $I = I_0 + 4M(L/2)^2 = 3ML^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 20
Med I_0 fra forrige oppgave og Steiners sats: $I = I_0 + 4M(L/\sqrt{2})^2 = 4ML^2$. Dermed: $K = I\omega^2/2 = 2ML^2\omega^2$. Riktig svar: B.