

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2014.
Øving 7. Veiledning: 7. - 10. oktober. Innleveringsfrist: 13. oktober kl 14.

Denne øvingen er **obligatorisk** og leveres i sin helhet pr epost til din studass. På oppgave 1 er det tilstrekkelig å levere inn 11 bokstavssvar, uten utregninger. (Litt regning er selvsagt nødvendig for å løse – og forstå – oppgavene.) På oppgave 2 leverer du de fire PDF-figurene som vedlegg til eposten.

Oppgave 1: Flervalgsoppgaver om svingninger

En kloss med masse m er festet til ei (masseløs) fjær med fjærkonstant k . Fjæra er festet til en vegg i sin venstre ende. Klossen kan gli uten friksjon på et horisontalt underlag. Bevegelsen blir startet (ved $t = 0$) ved å dra klossen fra likevektsposisjonen $x = 0$ mot høyre til posisjon x_0 og gi den en hastighet v_0 mot høyre. Klossen utfører deretter harmoniske svingninger beskrevet ved $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$ der $\omega_0 = 2\pi/T$ er vinkelfrekvensen, T er perioden og ϕ er en fasekonstant.

a) Hva er perioden T for denne harmoniske svingningen?

- A) $2\pi\sqrt{k/m}$ B) $\sqrt{k/m}$ C) $2\pi\sqrt{m/k}$ D) $\sqrt{m/k}$

b) Hva er amplituden A for denne harmoniske svingningen?

- A) $\sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega_0)^2}$ B) $x_0 / \cos(\arctan(v_0/x_0\omega_0))$
C) Både A og B er riktige svar D) Verken A eller B er riktige svar

c) Hva er fasekonstanten ϕ for denne harmoniske svingningen?

- A) $-\arctan(v_0/x_0\omega_0)$ B) $\arccos(1/\sqrt{1 + mv_0^2/kx_0^2})$
C) Både A og B er riktige svar D) Verken A eller B er riktige svar

d) Hva er systemets totale mekaniske energi E ?

- A) $kx_0^2/2$ B) $mv_0^2/2$ C) $kx_0^2/2 + mv_0^2/2$ D) 0

e) Vi kunne alternativt ha skrevet løsningen på formen $x(t) = B \cos \omega_0 t + C \sin \omega_0 t$. Hva blir da de to koeffisientene B og C ?

- A) $B = v_0/\omega_0$ og $C = x_0$ B) $B = x_0$ og $C = v_0/\omega_0$ C) $B = C = x_0$ D) $B = C = v_0/\omega_0$

f) Hva blir svingebevegelsens maksimale utsving og maksimale hastighet dersom $m = 100$ g, $k = 10$ N/m, $x_0 = 1.0$ cm og $v_0 = 10$ cm/s.

- A) 1.4 cm og 14 cm/s B) 1.4 m og 14 m/s
C) 14 m og 1.4 m/s D) 14 cm og 1.4 cm/s

g) Svingesystemet dreies 90 grader slik at massen m henger vertikalt i tyngdefeltet. Med hvilken vinkelfrekvens ω vil massen nå svinge opp og ned?

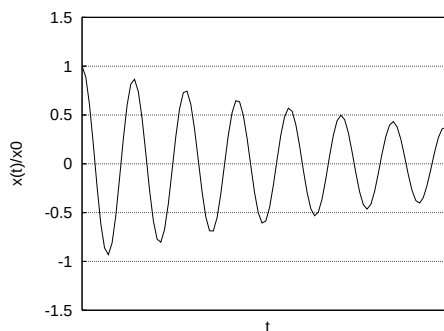
- A) $\omega = \omega_0$ B) $\omega = 2\omega_0$ C) $\omega = 3\omega_0$ D) $\omega = 4\omega_0$

h) Figuren viser utsvinget

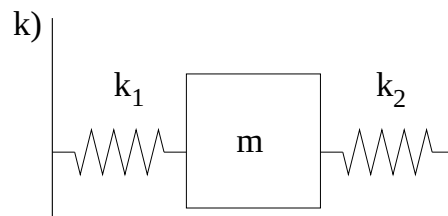
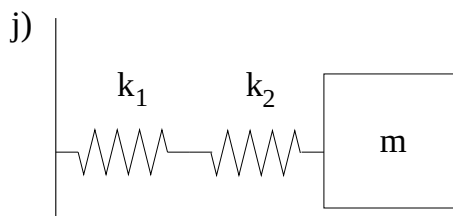
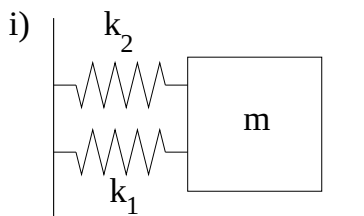
$$x(t) = x_0 e^{-t/\tau} \cos \omega t,$$

eller retttere sagt $x(t)/x_0$, for en dempet harmonisk svingning. Omtrent hvor stort er produktet $\omega\tau$ mellom vinkelfrekvensen og den "karakteristiske tiden" for dempingsforløpet?

- A) 0.022
B) 1.7
C) 14
D) 45



Et enkelt masse-fjær-svingesystem med masse m og fjærstivhet k har som kjent vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{k/m}$. Sett opp "N2" for de tre svingesystemene vist i figuren nedenfor og finn vinkelfrekvensen for hvert av systemene uttrykt ved $\omega_1 = \sqrt{k_1/m}$ og $\omega_2 = \sqrt{k_2/m}$. I alle tilfellene er fjærene masseløse, og det er ingen friksjon.



i) $\omega_i = \dots$

- A) $\omega_1 + \omega_2$ B) $\omega_1 \omega_2 / \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ C) $\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ D) $\sqrt{\omega_1 \omega_2}$

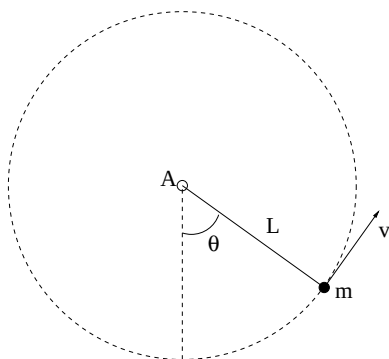
j) $\omega_j = \dots$

- A) $\omega_1 + \omega_2$ B) $\omega_1 \omega_2 / \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ C) $\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ D) $\sqrt{\omega_1 \omega_2}$

k) $\omega_k = \dots$

- A) $\omega_1 + \omega_2$ B) $\omega_1 \omega_2 / \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ C) $\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ D) $\sqrt{\omega_1 \omega_2}$

Oppgave 2: Matematisk pendel



Figuren til venstre viser en såkalt matematisk pendel, bestående av ei kule (punktmasse) med masse m i enden av ei masseløs stang med lengde L . Stanga kan svinge uten friksjon omkring festepunktet (A), slik at kula følger en sirkelbane med radius L . Kulas bevegelse er bestemt ved ligningen

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0.$$

(N2 tangentielt til sirkelbanen. Vi har brukt sammenhengen mellom hastighet og vinkelhastighet ved sirkelbevegelse.)

For små utsving fra likevekt, $|\theta| \ll 1$, kan $\sin \theta$ erstattes med θ , og vi har en enkel harmonisk oscillator, med kjent løsning, og med vinkelfrekvens ("egenfrekvens") $\omega_0 = \sqrt{g/L}$. Men for større utsving fra likevekt må vi beholde $\sin \theta$, og da kan ligningen ovenfor ikke løses analytisk. Numerisk er det imidlertid ingen problemer! En enkel og intuitiv numerisk måte å bestemme $\theta(t)$ på er den såkalte Euler-metoden. N2 kan skrives på formen

$$dv = a dt = \frac{F}{m} dt.$$

Det betyr at hastigheten ved tidspunktet $t+dt$ kan bestemmes dersom vi kjenner hastigheten ved tidspunktet t :

$$v(t+dt) = v(t) + a dt = v(t) + dv = v(t) + \frac{F}{m} dt.$$

Med et *endelig* tidssteg Δt blir ligningen

$$v(t+\Delta t) = v(t) + \Delta v = v(t) + \frac{F(t)}{m} \Delta t$$

bare tilnærmet riktig, men formodentlig en riktig *god* tilnærmelse dersom Δt velges tilstrekkelig liten. Samme oppskrift kan vi i neste omgang bruke for å bestemme posisjonen, eller som her, vinkelen $\theta(t)$. Vi har $v = ds/dt = L d\theta/dt$, dvs

$$d\theta = \frac{v}{L} dt,$$

og med endelig tidssteg gir dette

$$\theta(t+\Delta t) = \theta(t) + \Delta\theta = \theta(t) + \frac{v(t)}{L} \Delta t.$$

Hvis vi nå, som her, kjenner $\theta(t=0)$ og $v(t=0)$, dvs $\theta(0) = \theta_0$ og $v(0) = v_0$, kan ligningene over brukes til å finne $\theta(\Delta t)$ og $v(\Delta t)$, deretter $\theta(2\Delta t)$ og $v(2\Delta t)$ osv. I vårt konkrete tilfelle er det tyngdens tangentialkomponent som bestemmer akselerasjonen, og dermed hastigheten tangentielt,

$$a = \frac{F}{m} = -g \sin \theta.$$

I `pendel.m` er denne oppskriften delvis implementert i Matlab.

- Fullfør `pendel.m` (eller skriv ditt eget program fra grunnen av, i Matlab eller et annet egnet programmeringsspråk) slik at punktene nedenfor kan besvares.
- La pendelen ha lengde 1.0 m. Tyngdens akselerasjon er 9.81 m/s^2 .
- Kjør programmet med startvinkel $\theta_0 = 0$, men med tre ulike verdier for starthastigheten v_0 : (A) Med tilstrekkelig liten v_0 til at pendelen med god tilnærmelse utfører harmoniske svingninger med vinkelfrekvens $\sqrt{g/L}$. (B) Med v_0 slik at pendelen svinger *nesten* helt opp til toppen av sirkelbanen. Hvor lang periode T klarer du å lage? (C) Med tilstrekkelig stor v_0 til at pendelen passerer toppen av sirkelbanen, gjerne med god margin.

- For hvert av de tre tilfellene (A), (B) og (C), lag en figur der vinkelen θ plottes, i enheten grader, som funksjon av tiden t i intervallet fra $t = 0$ til $t = 2T$. Perioden T vil være forskjellig i de tre tilfellene. Figurene skal ha tekst på aksene, 't (s)' for horisontal akse og ' θ (grader)' for vertikal akse. Figurene lagres som PDF-filer, med navn **brukernavn_FIGA.pdf** osv, evt samlet i en PDF-fil. Verdien du har brukt for starthastigheten v_0 kan angis som tittel på den aktuelle grafen; alternativt oppgir du v_0 -verdier i eposten til din studass.
- For minst ett av de tre tilfellene (A), (B), (C), sjekk i hvilken grad mekanisk energi (pr masseenheter) $E/m = (K+U)/m$ er bevart, ved å regne den ut og plotte den som funksjon av t i programmet. Figuren skal ha teksten ' E/m (m^2/s^2)' på vertikal akse og 't (s)' på horisontal akse. Figuren lagres med navn **brukernavn_FIGD.pdf**. Angi med figurtittel for hvilket av de tre tilfellene energien pr masseenheter plottes; alternativt angir du dette i eposten.