Løsningsforslag, tentamen TFY4145, september 2014

1. Når hjulet triller med konstant hastighet V, må summen av kreftene som virker på hjulet være lik null, både vertikalt og horisontalt. Bare figur C er i tråd med dette.

2. Stein nr 1 roterer mot klokka før støtet. Da er relativ hastighet i kontaktpunktet slik at retningen på friksjonskraften f_{21} fra stein nr 2 på stein nr 1 blir på skrå nedover mot venstre i figuren. (Og omvendt: $f_{12} = -f_{21}$ på skrå oppover mot høyre.) I tillegg vil det virke frastøtende normalkrefter N_{21} og $N_{12} = -N_{21}$. Innbyrdes krefter mellom steinene blir dermed som i figur A.

3. Uten friksjon er systemet konservativt, og den enkleste løsningen oppnås ved å bruke at mekanisk energi er bevart. Når massen $3m$ har falt en høyde h, er systemets potensielle energi redusert med $3mgh$. Med null starthastighet for begge masser blir dette lik systemets kinetiske energi. Dermed: $\frac{1}{2}(m+3m)v^2 = 3mgh \Rightarrow v = \sqrt{3gh/2}$. Riktig svar: D.

4. Løses i 3 trinn: Energibevarelse for fallende kule gir $mv^2/2 = mgL \Rightarrow v = \sqrt{2gL}$ (rett før kollisjonen). Impulsbevarelse i støtet gir $mv = 2mv' \Rightarrow v' = v/2$ (for felleshastigheten rett etter kollisjonen). Energibevarelse for de to sammenhengende kulene på vei opp gir $2m(v')^2/2 = 2mgh \Rightarrow h = (v')^2/2g = v^2/8g = 2gL/8g = L/4$. Riktig svar: D.

5. Hver kule har banedreieimpuls mrv relativt A. Skiva har indre dreieimpuls (spinn) $I_0\omega = \frac{1}{2}mr^2 \cdot v/r = mrv/2$ (der vi har brukt "rullebetingelsen" $\omega = v/r$ siden snora ikke glir). Total dreieimpuls er dermed $L_A = 5mrv/2$. Riktig svar: B.

6. Ren rulling med konstant hastighet betyr at både V og vinkelhastigheten $\omega = V/R$ er konstante. Da må både netto ytre kraft og netto ytre dreiemoment på sylinderen være lik null, og med f.eks sylinderens massesenter som referansepunkt for dreiemomentet τ, innser vi at bare figur A kan være riktig. Kraften gjennom CM rettet oppover langs skråplanet kan f.eks. være netto friksjon pga luftmotstand.

7. Her virker ingen ytre dreiemoment på systemet, slik at systemets totale dreieimpuls er bevart: $I_0\omega_0 = I_1\omega_1 \Rightarrow 2mr^2\omega_0 = 6mr^2\omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \omega_0/3$. Riktig svar: B.

8. Kinetisk rotasjonsenergi er $K = \frac{1}{2}I\omega^2$. Her er $K_0 = \frac{1}{2}I_0\omega_0^2 = mr^2\omega_0^2$ når de fire personene står helt inne ved sentrum av karusellen, mens $K_1 = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = mr^2\omega_0^2/3 = K_0/3$ når de har kommet ut til kanten. Riktig svar: B.

9. Masseløst tau betyr at snordraget er konstant og lik F langs hele tauet. (Snordraget skifter selvsagt retning ved hjelp av trinsa.) Med andre ord, snora virker på deg med kraften F i begge ender, dvs med en total kraft $2F$. Newtons 2. lov gir da akselerasjonen $a = 2F/M$. Riktig svar: B.

10. Med identisk ytre kraft $\boldsymbol{F}$ på fire identiske staver blir akselerasjonen til massesenteret også den samme for alle fire. Newtons 2. lov. Riktig svar: B.

11. Lengst "arm" gir størst dreiemoment τ (mhp massesenteret CM), dermed størst dreieimpuls L, dermed størst rotasjonsenergi, og dermed størst total kinetisk energi K. Riktig svar: D.

12. Definisjonen av dreieimpuls, $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}$ (med origo som referansepunkt), gir $L = |\boldsymbol{L}| = rmv \sin\alpha$, der α er vinkelen mellom $\boldsymbol{r}$ og $\boldsymbol{v}$. Med andre ord, $L = 0$ dersom $\alpha = 0$, som betyr at partikkelbanen passerer gjennom origo. Riktig svar: C.