FY1001/TFY4109/TFY4145. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2015.
Løsningsforslag til Test 7.

Oppgave 1
Newtons 2. lov for rotasjon om fast akse,

$$\tau = \dot{L} = I\dot{\omega} = I\ddot{\theta},$$

med dreiemoment $\tau = -D\theta$ gir ligningen

$$-D\theta = I\ddot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\theta} + \frac{D}{I}\theta = 0.$$

Dette er en harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega_0 = \sqrt{D/I}$, og dermed svingetid $T = 2\pi\sqrt{I/D}$. Riktig svar: A.

Oppgave 2
Steiners sats gir at kulas treghetsmoment mhp en akse gjennom festepunktet er

$$I = I_0 + Md^2 = \frac{2}{5}MR^2 + M(3R/2)^2 = \frac{53}{20}MR^2.$$

Svingetiden blir dermed

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{53R}{30g}},$$

som med $R = 0.05$ m og $g = 9.81$ m/s^2 gir $T = 0.6$ s. Riktig svar: C.

Oppgave 3
Steiners sats gir at kulas treghetsmoment mhp en akse gjennom festepunktet er

$$I = I_0 + Md^2 = \frac{2}{3}MR^2 + M(2R)^2 = \frac{14}{3}MR^2.$$

Svingetiden blir dermed

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{7R}{3g}}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 4
Newtons 2. lov gir her ligningen

$$-kx - b\dot{x} = m\ddot{x},$$

som f.eks kan skrives

$$m\ddot{x} + kx = -b\dot{x}.$$

Vi regner så ut dE/dt (med bruk av kjerneregelen for derivasjon):

$$\frac{dE}{dt} = m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = \dot{x}(m\ddot{x} + kx).$$

Her kan de to leddene i parentes erstattes av $-b\dot{x}$, slik at $|dE/dt| = b\dot{x}^2$. Riktig svar: E.

Oppgave 5
Nei, det er nok ikke bare å stille seg oppå ei fjærvekt og lese av tyngden, og dermed massen, når det ikke lenger er noen tyngdekraft til stede! Men med en enkel harmonisk oscillator går det fint. Stolen har, med $m_0 = 42$ kg og $T_0 = 0.79$ s, fjærkonstant

$$k = \frac{4\pi^2 m_0}{T_0^2} = 2657 \text{ N/m}.$$

Stol pluss astronaut har dermed, med $T_1 = 1.36$ s, masse

$$m_1 = \frac{kT_1^2}{4\pi^2} = 124 \text{ kg}.$$

Astronautens masse er da 82 kg. Riktig svar: C.

Oppgave 6
Ligningen for ladningen Q på kondensatoren kan skrives på formen

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0,$$

og vi gjenkjenner en harmonisk oscillator med frekvens

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 7
Ligningen for ladningen q viser at $1/C$ spiller samme rolle som k, L spiller samme rolle som m, og R spiller samme rolle som b. Dermed: $Q = \sqrt{L/CR^2}$. Riktig svar: A.

Oppgave 8
Max utsving fra likevekt er 1.0 mm. Riktig svar: E.

Oppgave 9
$\lambda = 2.0$ m. Riktig svar: A.

Oppgave 10
$v = 0.5$ m/0.2 s $= 2.5$ m/s. Riktig svar: B.

Oppgave 11
$f = v/\lambda = 2.5$ m/s/2.0 m $= 1.25$ Hz. Riktig svar: C.

Oppgave 12
Et gitt element av strengen utfører en harmonisk svingning, f.eks $y(t) = y_0 \sin \omega t$, slik at $\dot{y} = \omega y_0 \cos \omega t$, dvs maksimal vertikal hastighet er $2\pi f y_0 = 2\pi \cdot 1.25 \cdot 1.0$ mm/s $= 7.9$ mm/s. Riktig svar: B.

Oppgave 13
Siden $y(0,0) = y_0 \cos \phi = 0$, er $\phi = \pi/2$. Riktig svar: C.

Oppgave 14
$v = \lambda f = 0.4 \cdot 100 = 40$ m/s. Riktig svar: A.

Oppgave 15
Maksimal vertikal hastighet er $2\pi f y_0 = 2\pi \cdot 100 \cdot 1$ mm/s $= 63$ cm/s. Riktig svar: C.

Oppgave 16
$S = v^2 M/L = 100^2 \cdot 0.025/2 = 125$ N. Riktig svar: B.

Oppgave 17
Fjærkraften kA må overstige maksimal friksjonskraft $\mu_s N = \mu_s mg$, dvs $A > \mu_s mg/k$. Riktig svar: A.

Oppgave 18
Med svak demping er $1/\tau \ll \omega$, slik at vi kan skrive $x(t) \simeq A\cos(\omega t + \phi)$ i starten. Dermed er

$$\ddot{x}(t) \simeq -\omega^2 x(t) = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x(t)$$

i starten. Fra figuren ser vi at $T \simeq 4$ s og $x(0) = 0.6$ m. Dette gir en akselerasjon ca - 1.5 m/s^2 i starten. Riktig svar: B.

Oppgave 19
På to hele perioder, fra 1. til 3. topp, reduseres amplituden fra ca 0.92 m til ca 0.42 m. Dermed:

$$\frac{x(t+2T)}{x(t)} = e^{-2T/\tau} = \frac{0.42}{0.92},$$

som gir (med $T = 4$ s)

$$\tau \simeq \frac{2T}{\ln(0.92/0.42)} \simeq 10 \text{ s.}$$

Riktig svar: B.

Oppgave 20
Den kinetiske energien til en harmonisk oscillator svinger med dobbelt så stor frekvens og dermed halvparten så stor periode som utsvinget. Derfor er B ikke riktig. Riktig svar: B.