FY1001/TFY4109/TFY4145. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2015.
Løsningsforslag til Test 9.

Oppgave 1

Intensiteten I i en bølge er proporsjonal med kvadratet av amplituden ξ. Prinsippet om energibevarelse avgjør hvordan I, og dermed ξ, avtar med avstanden r fra bølgekilden. Kulebølgers energi passerer gjennom kuleflater med areal A som øker proporsjonalt med r^2. Dermed er $I(r) \sim 1/r^2$, og $\xi(r) \sim 1/r$. Riktig svar: E.

Oppgave 2

Se oppgave 1. For sylinderbølger er $A(r) \sim r$, slik at $I(r) \sim 1/r$ og $\xi(r) \sim 1/r^{1/2}$. Riktig svar: D.

Oppgave 3

Se oppgave 1. For plane bølger er A uavhengig av r, slik at også I og ξ blir uavhengig av r. Riktig svar: C.

Oppgave 4

Avstanden mellom bølgetopper i retning $\boldsymbol{k}$ er rett og slett bølgelengden $\lambda = 2\pi/k$, og her er $k = \sqrt{4+1+16} = \sqrt{21}$ m^{-1}. Dermed er $\lambda = 1.37$ m. Riktig svar: B.

Oppgave 5

Avstanden mellom bølgetopper målt i x-retning er $2\pi/k_x = 3.14$ m. Riktig svar: E.

Oppgave 6

Hvis vi ser parallelt med z-aksen, ser vi et todimensjonalt bølgemønster der det relevante bølgetallet er $k_{xy} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \sqrt{5}$ m^{-1}. Avstanden fra bølgetopp til bølgetopp i denne projeksjonen blir dermed $2\pi/\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = 2\pi/\sqrt{5} = 2.81$ m.
Men: Det er ikke denne lengden oppgaven spør etter. Oppgaven spør etter avstanden fra en bølgetopp til den neste dersom vi "spaserer" langs linjen $x = y$. Og det er uten videre klart at denne lengden må være noe større enn 2.81 m. Som vektor peker k_{xy} i en retning som danner en vinkel α med x-aksen, slik at $\tan\alpha = k_y/k_x = 1/2$, med andre ord $\alpha = 26.6°$. Siden linjen $x = y$ danner en vinkel 45° med x-aksen, blir det en vinkel $\beta = 45° - \alpha = 18.4°$ mellom vektoren k_{xy} og linjen $x = y$. Og vi må dermed dividere de ovennevnte 2.81 m med $\cos 18.4° = 0.949$ for å komme fram til den etterspurte lengden. Svaret blir dermed 2.96 m.
Riktig svar: Ingen!

Oppgave 7

Ved normale betingelser er $v = 340$ m/s, så med bølgelengden 1.37 m fra oppgave 4 får vi frekvensen $f = v/\lambda = 340/1.37 = 248$ Hz. Riktig svar: D.

Oppgave 8

Lydhastigheten i vannet er $v_v = \sqrt{2.15 \cdot 10^9/1000} = 1466$ m/s. Da blir bølgelengden $\lambda = 1466/248 = 5.9$ m. Riktig svar: A.

Oppgave 9

Intensiteten er proporsjonal med kvadratet av både frekvensen og amplituden. En halvering av begge disse størrelsene må da redusere intensiteten til 1/16 av den opprinnelige. Dette tilsvarer en reduksjon med ca 94%. Riktig svar: D.

Oppgave 10

Lydtrykknivået faller med

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = 10\log(I_1/I_2) = 10\log 16 = 12\,\mathrm{dB}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 11
Bølgens mekaniske energi pr lengdeenhet kan f.eks uttrykkes som

$$\varepsilon = S\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2,$$

der S er strekk-kraften og y er utsvinget. Her er $|\partial y/\partial x| = 2y_0/L$, dvs konstant, slik at $E = \varepsilon L = 4Sy_0^2/L$. Riktig svar: B.

Oppgave 12

$$R = \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)^2 = 0.01.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 13
R er uendret ved ombytte av de to delstrengene. Riktig svar: A.

Oppgave 14
Her er frekvensen til grunntonen $\sqrt{150/0.003}/2.00 = 111.8$ Hz. Vi må gange dette med 7 for å få den aktuelle frekvensen 783 Hz, som dermed tilsvarer en stående bølge med 7 halve bølgelengder på strengens lengde. Med andre ord, 6 noder inne på strengen. Riktig svar: B.

Oppgave 15
Vi har $\varepsilon_K = \mu(\partial y/\partial t)^2/2$ og $\varepsilon_U = S(\partial y/\partial x)^2/2$. Derivasjon av oppgitt y gir

$$\varepsilon_K = 2y_0^2\mu\omega^2 \sin^2 kx \sin^2 \omega t$$

og

$$\varepsilon_U = 2y_0^2 Sk^2 \cos^2 kx \cos^2 \omega t.$$

Men siden $\mu\omega^2 = Sk^2$, kan vi skrive om sistnevnte til

$$\varepsilon_U = 2y_0^2\mu\omega^2 \cos^2 kx \cos^2 \omega t.$$

Midling over en periode gir en faktor 1/2 for begge energileddene. Vi har at $\sin^2 kx = 0$ i nodene og $\sin^2 kx = 1$ i bukene, mens for $\cos^2 kx$ er det omvendt. Dermed blir alternativ D korrekt. Riktig svar: D.

Oppgave 16
Uansett om vi midler i rom eller tid blir midlere total energi pr lengdeenhet lik $y_0^2\mu\omega^2 = y_0^2 Sk^2$. Riktig svar: A.

Oppgave 17
Grunntonens bølgelengde er 4 ganger rørets lengde. Da er frekvensen $f = 340/4 \cdot 3 = 340/12 = 28$ Hz. Riktig svar: B.

Oppgave 18

$$f_O = \frac{340+20}{340}\cdot 400 = 424\,\mathrm{Hz}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 19
Veggen hører og reflekterer frekvensen

$$f_{\text{vegg}} = (340/330) \cdot f_{\text{utsendt}}.$$

Flaggermusen hører dermed frekvensen

$$f_{\text{flaggermus}} = \frac{340+10}{340} \cdot \frac{340}{330} \cdot f_{\text{utsendt}} = \frac{350}{330} f_{\text{utsendt}}.$$

Dvs i området 10.6 til 106 kHz. Riktig svar: E.

Oppgave 20
$(340 + 10)/(340 - 10) = 1.06$, dvs dere kan generere et dopplerskift på 6%. Konklusjonen bli den samme dersom dere løper fra hverandre. Riktig svar: C.