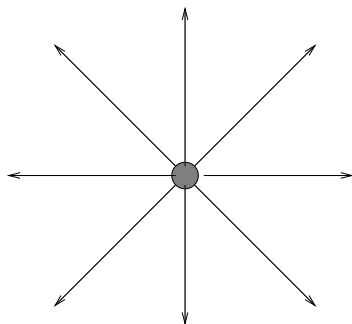


Løsningsforslag til øving 3

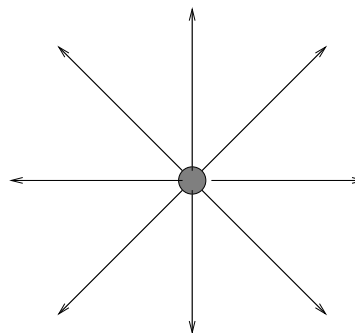
Veiledning mandag 1. september

Oppgave 1

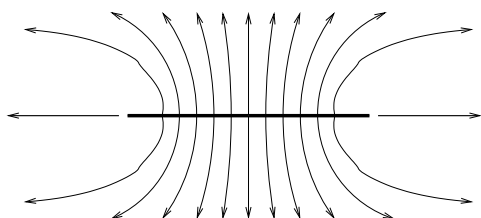
stav, plan normalt på, nært



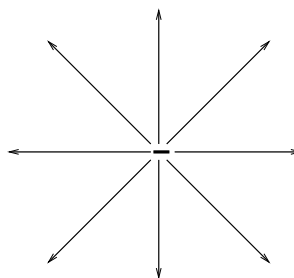
stav, plan normalt på, langt unna



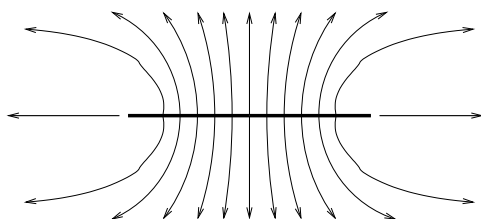
stav, plan inneholder staven, nært



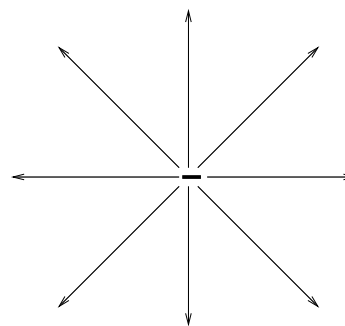
stav, plan inneholder staven, langt unna



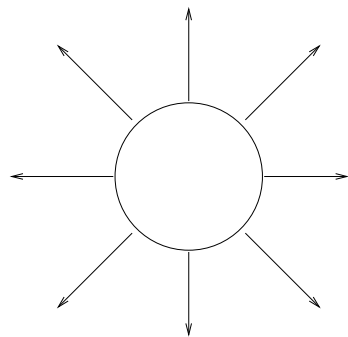
skive, plan normalt på, nært



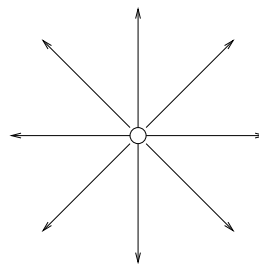
skive, plan normalt på, langt unna



skive, plan inneholder skiva, nært



skive, plan inneholder skiva, langt unna



Kommentar: Disse skissene er bare *kvalitative*, ikke *kvantitative*. Legg spesielt merke til at langt unna (dvs, de fire i høyre kolonne) ser alt ut som en punktladning. På nært hold kan en som regel benytte symmetribetraktninger kombinert med det en vet om feltet i umiddelbar nærhet av eventuelle punktladninger til å tegne opp et temmelig korrekt bilde av feltlinjene.

Oppgave 2

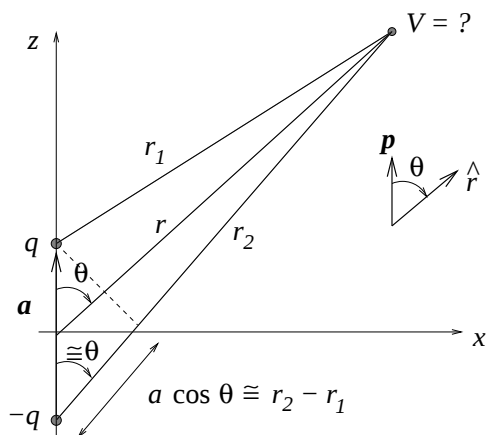
Vi finner potensialet fra de to ladningene ved å legge sammen bidraget fra hver av dem (husk: superposisjonsprinsippet gjelder også for V):

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{(-q)}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Problemet er dermed redusert til å uttrykke $1/r_1 - 1/r_2$ ved hjelp av r og θ . Den kjappe (og enkleste) løsningen er som følger:

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \simeq \frac{a \cos \theta}{r_1 r_2} \simeq \frac{a \cos \theta}{r^2}$$

der vi har benyttet at $r_2 - r_1 \simeq a \cos \theta$ (se figur) og $r_1 r_2 \simeq r^2$.



Vi kan alternativt gå litt saktere fram: Fra figuren ser vi at

$$\begin{aligned}r_1 &\simeq r - \frac{a}{2} \cos \theta \\r_2 &\simeq r + \frac{a}{2} \cos \theta\end{aligned}$$

Når $r \gg a$ kan vi rekkeutvikle både $1/r_1$ og $1/r_2$ omkring $1/r$ og får:

$$\begin{aligned}\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} &\simeq \frac{1}{r - \frac{a}{2} \cos \theta} - \frac{1}{r + \frac{a}{2} \cos \theta} \\&= \frac{1}{r} \left[\left(1 - \frac{a \cos \theta}{2r}\right)^{-1} - \left(1 + \frac{a \cos \theta}{2r}\right)^{-1} \right] \\&\simeq \frac{1}{r} \left[1 + \frac{a \cos \theta}{2r} - 1 + \frac{a \cos \theta}{2r} \right] \\&= \frac{a \cos \theta}{r^2}\end{aligned}$$

Videre har vi

$$qa \cos \theta = p \cos \theta = \mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{r}$$

slik at potensialet blir

$$V(r, \theta) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

som vi skulle vise.

Legg merke til at potensialet fra en elektrisk dipol “går som” $1/r^2$ for store avstander r . Altså faller det raskere mot null enn potensialet fra en elektrisk “monopol”, dvs en punktladning, som faller av som $1/r$.

Oppgave 3

a) A (faktaspørsmål; se lærebok/forelesningsnotater)

b) E. Ett elektron har ladning $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C. For å produsere en ladning på $125 \mu\text{C}$ trengs derfor $125 \cdot 10^{-6} / 1.6 \cdot 10^{-19} \simeq 7.81 \cdot 10^{14}$ elektroner.

c) C. Coulombs lov gir kraften

$$F = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{94.0 \cdot 10^{-9} \cdot 53.0 \cdot 10^{-9}}{0.012^2} \text{ N} \simeq 0.311 \text{ N} = 311 \text{ mN}$$

d) C. Nettokraften på q er vektorsummen av kreftene fra $+Q$ og $-Q$. (Se oppgave 1, øving 1.)

e) B. Coulombkraften er omvendt proporsjonal med kvadratet av avstanden mellom ladningene. Dersom avstanden reduseres til 90% av opprinnelig avstand, reduseres kvadratet av avstanden til 81% av opprinnelig verdi. Altså økes kraften med en faktor $1/0.81 \simeq 1.23$.

f) D. Sammenhengen mellom kraft $\mathbf{F}$, ladning q og elektrisk felt $\mathbf{E}$ er $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. For elektronet er $q = -e$, slik at den elektriske kraften blir motsatt rettet det elektriske feltet. Det at elektronet beveger seg vestover har ingen betydning for kraften fra det elektriske feltet.

g) B. En rask titt på svaralternativene viser at det her er nok å bestemme *størrelsesorden* til det elektriske feltet. Feltbidraget fra hver av de tre ladningene er omtrentlig like stort i det angitte punktet, med noe større bidrag fra den midterste ladningen. Bidraget fra den midterste ladningen er

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{4^2} \text{ N/C} = \frac{1}{16} \text{ N/C} \simeq 63 \text{ mN/C}$$

Uten ytterligere regning kan vi fastslå at det totale feltet må være endel større enn dette, men av samme størrelsesorden. Bare 127 mN/C kan stemme.

Oppgave 4

a) A. Potensialet fra *en* punktladning er

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

i avstand a fra punktladningen. Siden superposisjonsprinsippet gjelder for V , og begge ladningene ligger i avstand a fra punktet P , blir V dobbelt så stor som uttrykket over.

Husk endelig at potensialet er en *skalar*. Glemmer en det, er det fort gjort å ende opp med alternativ C...

b) D. Ettersom elektrisk potensial er definert som potensiell energi pr ladningsenhet, bestemmes ladningens potensielle energi simpelthen ved å multiplisere potensialet i foregående punkt med $-q$. Det er vel rimelig at svaret blir negativt: De to positive ladningene *tiltrekker seg* den negative ladningen, slik at den potensielle energien må bli lavere enn den var med den negative ladningen uendelig langt borte. (Sammenlign en masse m som tiltrekkes av jorda med masse M . Den potensielle energien minker når m nærmer seg bakken.)

c) B. I utgangspunktet, med alle ladninger uendelig langt fra hverandre, har systemet null potensiell energi. Den totale endringen blir dermed lik den totale potensielle energien når ladningene sitter i hvert sitt hjørne:

$$U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} - 2 \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Her tilsvare det første leddet den frastøtende vekselvirkningen mellom q og q , mens det siste leddet tilsvare den tiltrekkende vekselvirkningen mellom $-q$ og de to positive ladningene.