

Øving 2

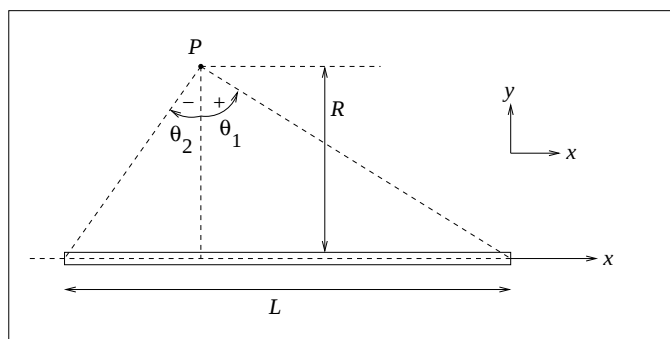
Veiledning: Mandag 25. august

Innleveringsfrist: Torsdag 28. august

Oppgave 1

En tynn stav med lengde L har en uniform ladning λ pr lengdeenhet.

a) Hvor mye ladning dq er det på en liten bit dx av staven? Hva er stavens totale ladning Q ?



b) Vis at det elektriske feltet i et punkt P i en avstand R fra staven er gitt ved $\mathbf{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$, med

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$$

Her er θ_1 og θ_2 vinklene som dannes mellom linjene fra P til stavens endepunkter og normalen til staven gjennom P , som vist i figuren. (Fortegnet til vinklene er som indikert i figuren, dvs θ_2 er negativ).

[Tips: Feltet $d\mathbf{E}$ fra en liten bit dx av staven er $d\mathbf{E} = (\lambda dx/4\pi\epsilon_0 r^2)\hat{r}$, der $\mathbf{r}$ er avstandsvektoren fra dx til punktet P . Prøv deretter å ende opp med θ som integrasjonsvariabel ved å finne sammenhengen mellom x og θ .]

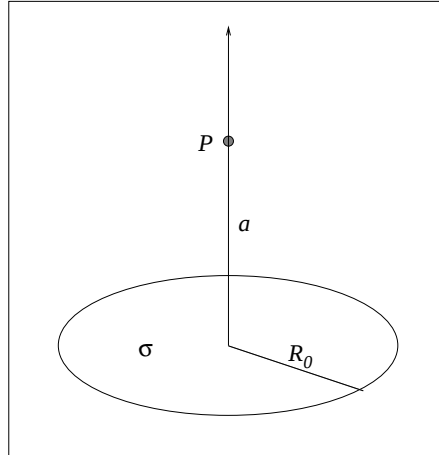
Hva blir da det elektriske feltet i avstand R fra en uendelig lang uniformt ladet stav?

c) Bestem feltet i følgende to spesialtilfeller: 1. P er like langt fra stavens to ender, og 2. P er en avstand R fra stavens venstre ende. For begge disse spesialtilfellene, bestem $\mathbf{E}$ når P er langt unna staven (dvs $R \gg L$). NB: Her er vi ikke ute etter (det i og for seg korrekte) svaret $\mathbf{E} \simeq 0$ for $R \rightarrow \infty$, men derimot hvordan $\mathbf{E}$ avhenger av R "til ledende orden" for

$R \gg L$. Et stikkord her er *rekkeutvikling* (Matematikk 1), og du vil antagelig få bruk for at $(1 + \alpha)^{\pm 1/2} \simeq 1 \pm \alpha/2$ når $\alpha \ll 1$. Er svarene som forventet?

Oppgave 2

Ei sirkelformet skive med radius R_0 har uniform flateladning (dvs: ladning pr flateenhet) σ .



a) Hvor mye ladning dq er det på en tynn ring av skiva, med radius R og bredde dR ? Hva er skivas totale ladning Q ?

b) Finn den elektriske feltstyrken $\mathbf{E}$ i et punkt P på symmetriaksen i en avstand a fra skiva. (Tips: Finn først feltet $d\mathbf{E}$ i P fra en tynn ring med radius R og bredde dR , og integrer deretter fra $R = 0$ til $R = R_0$.)

c) Hva blir $\mathbf{E}$ (igjen: til ledende orden, jfr Oppg 1c) i de to tilfellene $a \gg R_0$ og $a \ll R_0$? (Du drar kanskje kjensel på svaret i tilfellet $a \gg R_0$? Tenk dessuten på hva det andre tilfellet, $a \ll R_0$, innebærer. Det vil dukke opp mange ganger senere i kurset.)

Fasitsvar:

Oppgave 2b: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + R_0^2}} \right)$