

Sammendrag, uke 35 (28. og 29. august)

Elektrisk potensial [AF 21.9; LHL 19.9; G 2.3.1, 2.3.2, 2.4.1]

Vi har en *konserverativ* kraft $\mathbf{F}$ dersom arbeidet $\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$ er uavhengig av veien mellom startposisjonen A og sluttposisjonen B .

Eksempler på konserverative krefter: Gravitasjonskraften mellom to masser. Den elektrostatiske kraften mellom to ladninger.

Eksempel på ikke-konserverativ kraft: Friksjon.

Mer generelt har vi et *konserverativt vektorfelt* $\mathbf{G}$ dersom *veiintegralet* $\int_A^B \mathbf{G} \cdot d\mathbf{l}$ er uavhengig av integrasjonsveien mellom A og B .

For et konserverativt vektorfelt $\mathbf{G}$ gjelder:

$$\oint \mathbf{G} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

der $\oint$ angir integral rundt *lukket kurve* i rommet.

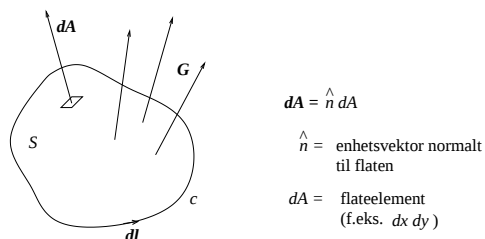
Herav følger

$$\nabla \times \mathbf{G} = 0$$

Her har vi benyttet Stokes' teorem,

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \oint_c \mathbf{G} \cdot d\mathbf{l}$$

som uttrykt med ord sier at *veiintegralet* av en vektor $\mathbf{G}$ rundt en lukket kurve c er lik flateintegralet av *curl* til vektoren $\mathbf{G}$ over en flate S som "omsluttes" av kurven c . Følgende figur illustrerer de ulike størrelsene som er involvert:



Positiv dA fra høyrehåndsregel!

Ettersom integralet på høyre side i Stokes' teorem er null, må også integralet på venstre side være null. Det at *integranden*, $\nabla \times \mathbf{G}$, *overalt er lik null*, følger av at vi kan velge uendelig mange forskjellige flater S for en gitt omsluttende kurve c .

For konservativ kraft $\mathbf{F}$ har vi en *potensiell energi* U slik at arbeidet utført av $\mathbf{F}$ på “systemet” (f.eks. ladningen som flyttes) ved en forflytning fra A til B tilsvarer *endringen* i systemets potensielle energi:

$$\Delta U = U_B - U_A = - \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

[Fortegnssjekk: Forflytning av masse m oppover, dvs *mot* tyngdekraften $m\mathbf{g}$, gir økt potensiell energi og samtidig $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} < 0$, altså OK!]

På samme måte som at det var hensiktsmessig å innføre elektrisk felt $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q$ = elektrisk kraft pr ladningsenhet, er det nå hensiktsmessig å innføre *elektrisk potensial* som *potensiell energi pr ladningsenhet*:

$$V = U/q$$

En ladning q som påvirkes av en elektrostatisk kraft $\mathbf{F}$ har en forskjell i potensiell energi

$$\Delta U = U_B - U_A = - \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

mellom punktene A og B . Da må den *elektriske potensialforskjellen* ΔV mellom punktene A og B være [AF 21.10; LHL 19.9; G 2.3.1]:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = - \int_A^B \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}}{q} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Merk: Bare *forskjeller* i elektrisk potensial (og potensiell energi) har fysisk betydning. Kan fritt velge nullpunkt for potentialet. Vanlig valg: $V(r \rightarrow \infty) = 0$. Dermed, for punkt P :

$$V_P = - \int_{\infty}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Elektrisk potensial fra punktladning (Coulombpotentialet) [AF 21.11; LHL 19.9; G 2.3.4]:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Elektrisk potensial fra kontinuerlige ladningsfordelinger:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

med

$$dq = \begin{cases} \rho(x, y, z) dV & (3D) \\ \sigma(x, y) dA & (2D) \\ \lambda(x) dx & (1D) \end{cases}$$

Enhet for elektrisk potensial: $[V] = [U/q] = \text{J/C} \equiv \text{V (volt)}$

Alternativ enhet for elektrisk felt: $[E] = [V/dl] = \text{V/m}$

Hensiktsmessig energienhet:

1 elektronvolt = 1 eV = $e \cdot 1\text{V} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 1 \text{J/C} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{J}$

= endringen i potensiell energi for en elementærladning som flyttes mellom to punkter med en potensialforskjell på 1 volt

Potensiell energi mellom punktladninger [AF 21.11; G 2.4.2]:

- mellom to punktladninger i innbyrdes avstand r_{12} : $U_{12} = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r_{12}$
- mellom flere punktladninger: $U = \sum_{i < j} U_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} U_{ij}$ (der faktoren 1/2 hindrer dobbelttelling)