

Sammendrag, uke 42 (16. og 17. oktober)

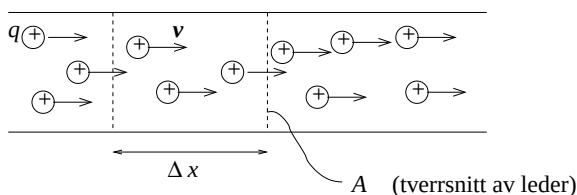
**Elektrisk strøm.** [AF 24A; LHL 21]

Elektrisk strømstyrke = (positiv) ladning som passerer gjennom tverrsnitt av leder pr tidsenhet. I *metall* er *elektroner* ladningsbærerne, med ladning  $-e$ . Da går partikkelstrømmen og den elektriske strømmen i motsatt retning.

Med ladning  $\Delta Q$  som passerer tverrsnitt  $A$  på tiden  $\Delta t$ :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \frac{dQ}{dt}$$

Enhet for strømstyrke:  $[I] = [Q/t] = \text{C/s} = \text{A}$  (ampere)



Med  $n = N/V$  ladningsbærere pr volumenhet, med midlere *driftshastighet*  $\mathbf{v}$  og ladning  $q$ :

$$\begin{aligned} \Delta Q &= Nq = nVq = n\Delta x Aq \\ \Rightarrow I &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nAq \frac{\Delta x}{\Delta t} = nAqv \end{aligned}$$

Strømtetthet = strøm pr flateenhet:

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{I}}{A}$$

Dermed:

$$\mathbf{j} = nq\mathbf{v}$$

Både strømtetthet  $\mathbf{j}$  og driftshastighet  $\mathbf{v}$  er vektorer:

$$\mathbf{j} = nq\mathbf{v}$$

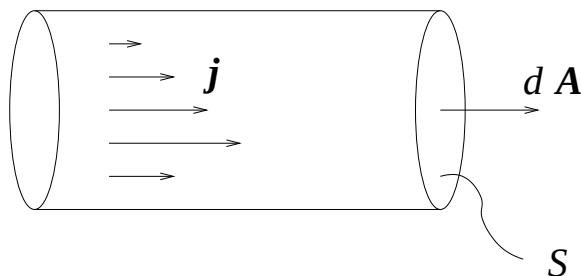
Dersom vi også betrakter tverrsnittet  $A$  som en vektor, blir  $I$  en *skalar* størrelse:

$$I = \mathbf{j} \cdot \mathbf{A}$$

Strømmen  $I$  har da kun retning i forhold til lederen (positiv eller negativ).

Generalisering, dersom  $\mathbf{j}$  ikke er konstant over lederens tverrsnitt:

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{A}$$



**Ohms “lov”** [AF 24.3, LHL 21.2, G 7.1.1]

Må ha *drivende kraft*  $\mathbf{F}$  for å få strøm gjennom lederen. Dersom

$$I \sim \mathbf{F} \sim \mathbf{E} \sim V$$

har vi såkalt *lineær respons*:

$$I = \frac{1}{R}V$$

$$\Rightarrow V = RI$$

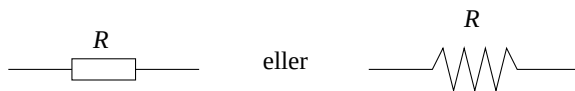
som er Ohms lov.

Enhet for *motstand* (*resistans*):  $[R] = [V/I] = \text{V/A} = \Omega$  (ohm)

Ohmske materialer: Følger Ohms lov for store variasjoner i  $I$

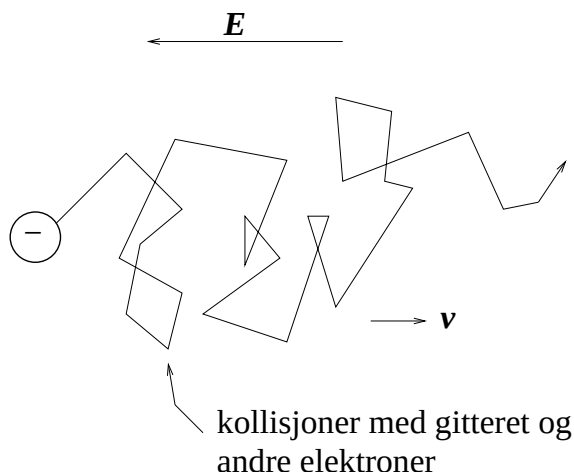
Ikke-ohmske materialer: Betydelige avvik fra lineær sammenheng mellom  $I$  og  $V$

Kretssymbol for motstand:



## Elektrisk ledningsevne (konduktivitet) [AF 24.4, LHL 21.2, G 7.1.1]

Tilfeldig bevegelse (diffusjon) av ladningsbærere gjennom leder, *pluss* netto drift pga feltet  $\mathbf{E}$



Midlere driftshastighet langs  $-\mathbf{E}$ :  $\mathbf{v}$

Partikkelhastighet knyttet til temperaturen i lederen:  $v_T \sim \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \gg v$

Kommentar: En korrekt kvantemekanisk beskrivelse av elektronene i et metall vil faktisk resultere i en enda større partikkelhastighet. Det skyldes at elektronene er en type elementærpartikler som kalles *fermioner* og adlyder det såkalte *Pauliprinsippet*, som sier at man ikke kan ha mer enn ett fermion i hver tillatte "tilstand". Dette tvinger elektronene inn i tilstander med høyere energi enn de ville ha hatt hvis de var klassiske partikler. Mer om det i kommende kurs i kvantemekanikk og faste stoffers fysikk!

For ohmsk materiale:  $\mathbf{v} = \mu \mathbf{F} = \mu q \mathbf{E}$  ( $\mu$  = mobilitet)

Dette gir da lineær sammenheng mellom strømtetthet og elektrisk felt:

$$\mathbf{j} = nq\mathbf{v} = nq^2\mu\mathbf{E} \equiv \sigma\mathbf{E}$$

som definerer materialets *konduktivitet*  $\sigma = nq^2\mu$ . Dette er også Ohms lov.

Leder med lengde  $l$ , (konstant) tverrsnitt  $A$  og konduktivitet  $\sigma$  har resistans

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{A}$$

Bevis:

$$I = jA = \sigma EA = \sigma \frac{V}{l} A = \frac{1}{R} V \Rightarrow R = \frac{l}{\sigma A}$$

Her har vi antatt at  $E$  er konstant i lederen (som er OK, se Griffiths, Example 7.3), og dermed lik spenningsfallet over lederen  $V$  dividert med lengden  $l$ . Det siste likhetstegnet i ligningen over er rett og slett Ohms lov, dvs definisjonen av  $R$ .

Kan nå innføre *konduktans*:

$$G = \frac{1}{R}$$

og *resistivitet*:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$\sigma$  og  $\rho$  er materialspesifikke størrelser

$R$  og  $G$  avhenger i tillegg av lederens størrelse og utforming

Enheter:

$$[G] = \Omega^{-1} = \text{S (siemens)}$$

$$[\sigma] = [l/RA] = \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$[\rho] = \Omega \text{ m}$$

### Temperaturavhengigheten til $\rho$ [LHL 21.2]

Økt temperatur  $T$  resulterer i sterkere gittervibrasjoner og dermed hyppigere kollisjoner mellom elektronene og gitteret. Dette gir redusert driftshastighet  $v$  og redusert konduktivitet  $\sigma$ , dvs økt resistivitet  $\rho$ .

Empirisk, gjelder over “et visst temperaturintervall” for metaller:

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Her er  $T_0$  en valgt referansetemperatur, f.eks. 300 K,  $\rho_0 = \rho(T_0)$  målt resistivitet ved  $T_0$ , og  $\alpha$  målt temperaturkoeffisient, dvs helning på  $\rho(T)/\rho_0$  plottet som funksjon av  $T$ .

### Elektrisk effekt [AF 24.5, LHL 22.2, G 7.1]

Endring i potensiell energi,  $\Delta U$ , for ladning  $\Delta Q$  som går gjennom et spenningsfall  $V$ :

$$\Delta U = \Delta Q \cdot V$$

Energibevarelse:

Uten kollisjoner: Får akselerasjon av ladningsbærerne og økt kinetisk energi.

Med kollisjoner (det vi faktisk har!), dvs motstand  $R$ :  $\Delta U$  “tapes” som *varme* i motstanden.

Effekttap = energitap pr tidsenhet:

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = V \frac{\Delta Q}{\Delta t} = V \cdot I$$

Hvis vi har ohmsk materiale ( $V = RI$ ):

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

Enhet for effekt:

$$[P] = \left[\frac{U}{t}\right] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W (watt)}$$

### **Kobling av flere motstander** [AF 24.6, LHL 21.3]

Seriekobling av  $N$  motstander  $R_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ :

$$R = \sum_{i=1}^N R_i$$

Parallellkobling av  $N$  motstander  $R_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ :

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

Fra øving 8, **kobling av flere kapasitanser** [AF Ex. 25.8, LHL 20.2]:

Seriekobling av  $N$  kapasitanser  $C_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ :

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

Parallellkobling av  $N$  kapasitanser  $C_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ :

$$C = \sum_{i=1}^N C_i$$

I disse uttrykkene representerer  $R$  og  $C$  henholdsvis den ekvivalente motstanden og kapasitansen dersom vi erstatter alle de serie- eller parallellkoblede elementene med en enkelt motstand eller kapasitans.