Institutt for fysikk, NTNU
TFY4150/FY1303/SIF4012/MNFFY103: Elektrisitet og magnetisme
Høst 2003

Sammendrag, uke 44 (30. og 31. oktober)

Magnetisk vekselvirkning [AF 22, 24B; LHL 23; G 5]

Magnetisme som relativistisk fenomen (orienteringsstoff) [G 12.3.1]

Se eget notat.

Ladet partikkel i uniformt magnetfelt [AF 22.3; LHL 23.1, 23.4; G 5.1.2]

Kraft på ladning q med hastighet $\boldsymbol{v}$ i magnetfelt $\boldsymbol{B}$:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Med vinkel θ mellom $\boldsymbol{v}$ og $\boldsymbol{B}$:

$$F = qvB\sin\theta$$

Dersom $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}$:

$$F = qvB$$

Har alltid $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$ og $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{B}$. Når $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$ blir partikkelens bane en *sirkel* med konstant $v = |\boldsymbol{v}|$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v} \quad &\Rightarrow \quad \boldsymbol{F} \perp \frac{d\boldsymbol{l}}{dt} \\ \Rightarrow \quad dW &= \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{l} = 0 \end{aligned}$$

dvs: $\boldsymbol{F}$ utfører null arbeid

$$\Rightarrow v = \text{ konstant og } T = \frac{1}{2}mv^2 = \text{ konstant}$$

Sentripetalakselerasjon:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v^2}{r} \\ \Rightarrow F &= ma = m\frac{v^2}{r} = qvB \\ \Rightarrow r &= \frac{mv}{qB} \end{aligned}$$

der r er sirkelbanens radius.

Sirkelbevegelsens *vinkelfrekvens*:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \equiv \omega_c \quad \text{(syklotronfrekvensen)}$$

Vinkelfrekvens = “omløpt” vinkel pr tidsenhet

Frekvensen = antall omløp pr tidsenhet:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Perioden = omløpstida:

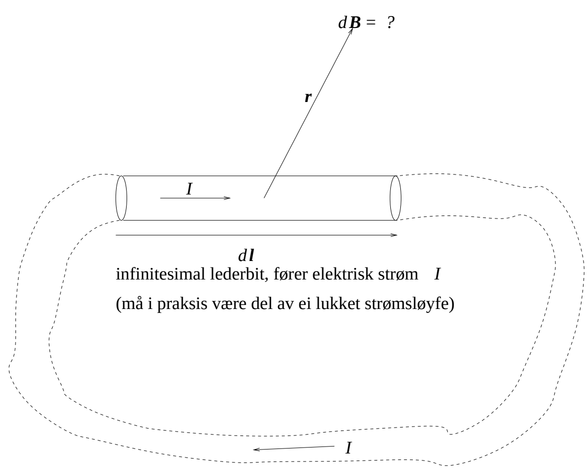
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Med både elektrisk felt $\boldsymbol{E}$ og magnetfelt $\boldsymbol{B}$ tilstede påvirkes ladningen av *Lorentzkraften*:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Magnetfelt fra elektrisk strøm [AF 24.11; LHL 23.5; G 5.2]

Biot–Savarts lov (empirisk, dvs eksperimentelt funnet):



Bidraget $d\boldsymbol{B}$ til magnetfeltet i punktet som ligger i en avstand fra lederbiten $d\boldsymbol{l}$ gitt ved vektoren $\boldsymbol{r}$, når lederen fører en stasjonær (dvs tidsuavhengig) elektrisk strøm I er

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

Superposisjonsprinsippet gjelder for magnetfeltet, så magnetfeltet fra hele den lukkede strømsløyfa blir

$$\boldsymbol{B} = \oint d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \frac{d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Ettersom ladning ikke oppstår eller forsvinner av seg selv, må det ei *lukket* sløyfe til for å opprettholde en konstant elektrisk strøm I.

I *prinsipp* kan Biot–Savarts lov brukes til å bestemme magnetfeltet i en vilkårlig posisjon i forhold til ei vilkårlig utformet strømsløyfe.
I *praksis* klarer vi bare å løse integralet i Biot–Savarts lov *analytisk* for enkelte spesialtilfeller, f.eks. rett leder, på symmetriaksen til sirkulær eller kvadratisk strømsløyfe osv.
(Problemer som ikke kan løses analytisk kan løses med numeriske metoder.)

Magnetiske feltlinjer [LHL 23.1]

Innføres for å visualisere magnetfeltet i et område. Defineres på tilsvarende vis som vi gjorde med elektriske feltlinjer:

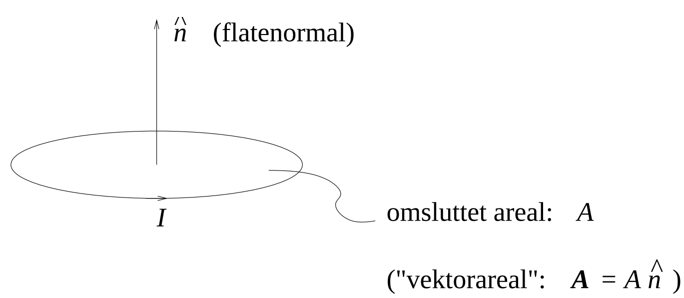
- Retningen: $\boldsymbol{B}$ parallell med feltlinjene overalt.
- Styrken: $|\boldsymbol{B}|$ proporsjonal med tettheten av feltlinjer (dvs antall feltlinjer pr flateenhet)

MERK at vi alltid har *lukkede feltlinjer* for $\boldsymbol{B}$. Det er fordi det ikke eksisterer magnetiske *monopoler* i naturen. (Mens *elektriske* monopoler, dvs positive og negative ladninger, finnes!)

Derimot består naturen av.....

Magnetiske dipoler [AF 22.7; LHL 23.3, 26.2; G 5.4.3]

Elektrisk strømsløyfe = Magnetisk dipol:



Magnetisk dipolmoment (for *plan* strømsløyfe):

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A} = IA\hat{n}$$

Enhet: $[m] = [IA] = \text{Am}^2$

Klassisk bilde av *atom*: Elektron i (sirkulær) bane rundt atomkjernen.

Elektrisk strøm I i sirkelbanen for ladning q med hastighet v i sirkelbane med radius r:

$$I = \frac{q}{\tau} = \frac{q}{2\pi r/v} = \frac{qv}{2\pi r}$$

der τ = omløpstiden.
Omsluttet areal er:

$$A = \pi r^2$$

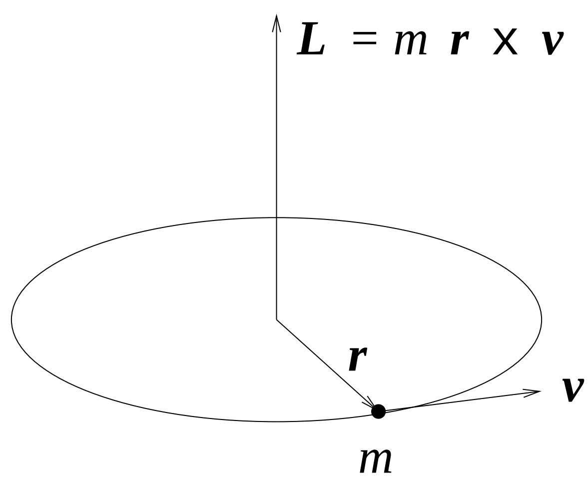
Magnetisk dipolmoment blir:

$$|\boldsymbol{m}| = IA = \frac{qv}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} qvr$$

Kan uttrykkes ved partikkelens *banedreieimpuls* $\boldsymbol{L}$:

$$\boldsymbol{L} = m\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}$$

der m = partikkelens masse.



For sirkelbane er $\boldsymbol{r} \perp \boldsymbol{v}$ slik at

$$L = |\boldsymbol{L}| = mrv$$

Dermed:

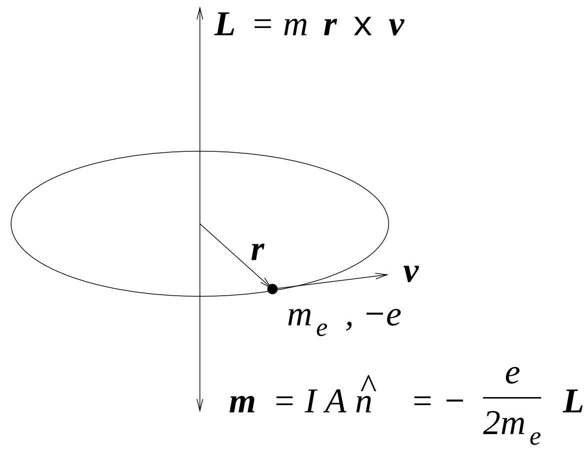
$$|\boldsymbol{m}| = \frac{1}{2} qvr = \frac{q}{2m} L$$

På vektorform:

$$\boldsymbol{m} = \frac{q}{2m} \boldsymbol{L}$$

For elektron (med $q = -e$ og $m = m_e$):

$$\boldsymbol{m} = -\frac{e}{2m_e} \boldsymbol{L}$$



Elektroner (og protoner og nøytroner osv) har også "indre dreieimpuls", såkalt *spinn* $\boldsymbol{S}$. Klassisk bilde av spinn for elektron: Roterende ladet kule. Klassisk forventes bidrag

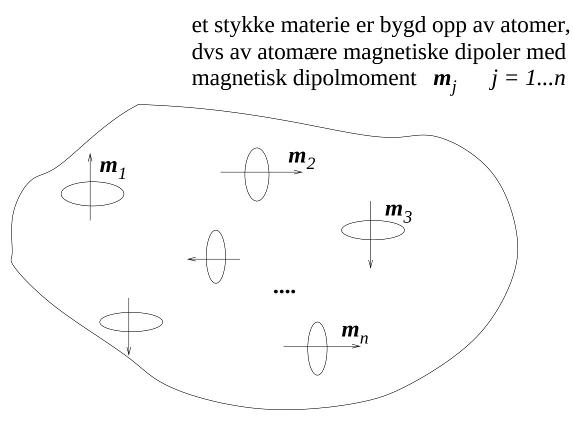
$$-\frac{e}{2m_e}\boldsymbol{S}$$

fra spinnbevegelsen til elektronets totale magnetiske dipolmoment.

Kvalitativt er disse klassiske bildene OK: Elementærpartikler som elektroner, protoner og nøytroner *har* magnetisk dipolmoment $\boldsymbol{m}$ som kan uttrykkes ved partikkelens totale dreieimpuls $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L}+\boldsymbol{S}$ = vektorsummen av banedreieimpulsen $\boldsymbol{L}$ og spinnet $\boldsymbol{S}$.

Kvantitativt bryter den klassiske modellen sammen: Det er helt nødvendig med en *kvantemekanisk* beskrivelse for å kunne regne ut de ulike partiklenes magnetiske dipolmoment, og dermed et atoms magnetiske dipolmoment $\boldsymbol{m}_A$.

Vi kan ikke gå inn på den kvantemekaniske beskrivelsen her. Vi har imidlertid kanskje klart å overbevise oss om at atomer faktisk er små elektriske strømsløyfer, og derfor små magnetiske dipoler. Med andre ord: Materien som vi omgir oss med består av mange små atomære magnetiske dipoler:



Tidligere i kurset har vi studert *elektriske dipoler* med elektrisk dipolmoment $\boldsymbol{p}$ og sett hvordan disse utsettes for et dreiemoment $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}$ og *rettes inn* når de plasseres i et elektrisk felt $\boldsymbol{E}$. Vi har sett at dette er relevant for å kunne forstå hvordan dielektriske materialer oppfører seg i et elektrisk felt, fordi et dielektrikum nettopp består av atomære eller molekylære elektriske dipoler, dvs atomer eller molekyler med elektrisk dipolmoment $\boldsymbol{p}$.

Det vi nå etterhvert skal gjøre er å se på hvordan *magnetiske dipoler* med magnetisk dipolmoment $\boldsymbol{m}$ på samme vis utsettes for et dreiemoment $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$ og rettes inn når de plasseres i et magnetfelt $\boldsymbol{B}$. Dette er relevant for å kunne forstå hvordan ulike materialer oppfører seg i et magnetfelt, fordi materie nettopp består av atomære magnetiske dipoler, dvs atomer med magnetisk dipolmoment $\boldsymbol{m}$.

Magnetisering og "magnetisme" er magnetostatikkens svar på *polarisering* i elektrostatikken!

NESTE UKE (uke 45): Vi studerer hva slags krefter som virker på en elektrisk strøm når den plasseres i et magnetfelt. Det er klart at *det* må være utgangspunktet for å forstå hvordan en magnetisk dipol (dvs ei elektrisk strømsløyfe) påvirkes av et magnetfelt, på samme måte som at elektriske krefter på punktladninger var utgangspunktet for å forstå hvordan en elektrisk dipol påvirkes av et elektrisk felt.
Deretter tar vi nok for oss Amperes lov og Gauss' lov for magnetfeltet før vi snakker om magnetisering og ulike typer magnetisme (som da trolig ikke kommer før i uke 46...).