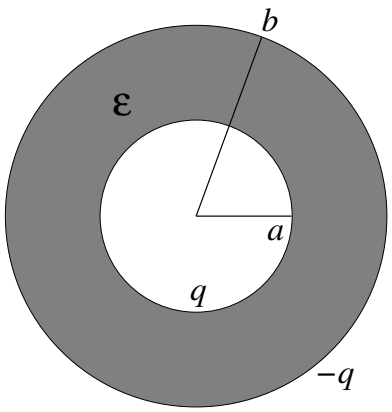
Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1303: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2004

Øving 9

Veiledning: Mandag 8. mars
Innleveringsfrist: Torsdag 11. mars

Oppgave 1

En kulekondensator består av to elektrisk ledende konsentriske kuleskall med radius hhv a og b. Volumet mellom de to lederne er fylt med et dielektrikum med permittivitet ε.

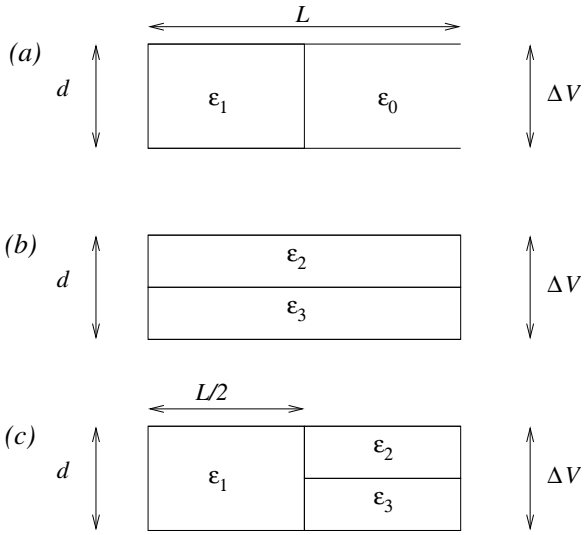


a) Bestem kapasitansen C til en slik kondensator ved å bestemme potensialforskjellen mellom de to lederne nå vi har ladning Q på den innerste lederen og $-Q$ på den ytterste lederen. Som en sjekk på at svaret ditt er riktig, kan du kontrollere at kapasitansen blir som for en parallellplatekondensator når det dielektriske sjiktet mellom lederne blir veldig tynt, dvs når $d = b - a \ll a$.
[Gauss' lov for $\boldsymbol{D}$: $\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} = q_{\text{fri}}$.]

b) Normalt snakker vi kun om kapasitans når vi har *to* ledere, men dersom vi her lar $b \to \infty$, innebærer det at den ytterste lederen essensielt forsvinner, slik at vi står tilbake med kapasitansen for en enkelt ledende kule med radius a. Hva blir kapasitansen til en slik ledende kule? Anta at det omgivende mediet nå er luft, slik at $\varepsilon \to \varepsilon_0$.

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi se på parallellplatekondensatorer satt sammen av to metallplater i avstand $d = 1$ mm og med plateareal $A = L^2 = 10$ cm^2. Dermed er $L \gg d$, slik at vi kan se bort fra randeffekter og anvende resultater utledet for uendelig store plater. I hvert tilfelle er metallplatene koblet til en spenningskilde slik at potensialforskjellen mellom platene hele tiden er 100 V, med høyest potensial på den øverste platen. Rommet mellom platene er helt eller delvis fylt med et eller flere dielektrika, som vist i figuren. Disse har relative permittiviteter $\varepsilon_{r1} = 4$, $\varepsilon_{r2} = 6$ og $\varepsilon_{r3} = 2$.



For hvert av de tre tilfellene (a), (b) og (c) skal du rett og slett "kartlegge situasjonen" med hensyn til hvor vi ender opp med netto ladning, og hvor stor tettheten av ladning er på de ulike overflatene. (Dvs både tettheter av *fri* ladning på metallplatene og tettheter av *indusert* (bundet) ladning på overflaten av de ulike dielektriske sjiktene.) Du skal også bestemme $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{P}$ og $\boldsymbol{D} \equiv \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon \boldsymbol{E}$ i rommet mellom platene og skissere feltlinjer for disse tre vektorfeltene. Finn også de tre kondensatorenes kapasitanser C_a, C_b og C_c uttrykt ved A, d og de relative permittivitetene $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_1/\varepsilon_0$ osv.
Bestem tallverdier for de ulike størrelsene som er involvert (dvs elektrisk felt, elektrisk polarisering, elektrisk forskyvning, tettheter av fri og bundet ladning).

Ekstraoppgave, hvis du synes det ble for lite å gjøre:
Vi sa i begynnelsen av oppgaven at vi skulle neglisjere randeffekter, og det er stort sett i orden, bortsett fra i nærheten av det vertikale planet midt inne i kondensator (c). Her kan f.eks. *ikke* det elektriske feltet være rettet vertikalt. Det kan du overbevise deg om ved å bestemme posisjonene til ekvipotensialflatene med verdi 75V, 50V og 25V både "langt" til høyre og "langt" til venstre for midtplanet der dielektrikum 1 grenser til de to andre. Med utgangspunkt i at potensialet, og dermed en gitt ekvipotensialflate må være kontinuerlig, kan du prøve å skissere disse tre ekvipotensialflatene. Ettersom $\boldsymbol{E} = -\nabla V$ står normalt på en ekvipotensialflate, skal du nå kunne se at $\boldsymbol{E}$ ikke kan ligge parallelt med nevnte midtplan i nærheten av dette planet.