

Sammendrag, uke 8 (18., 19. og 20. februar)

**Elektrisk polarisering. Dielektrika.** [FGT 26.5, 26.6; YF 25.5, 25.6; AF 25.6, 25.7; LHL 20.5; G 4.1]

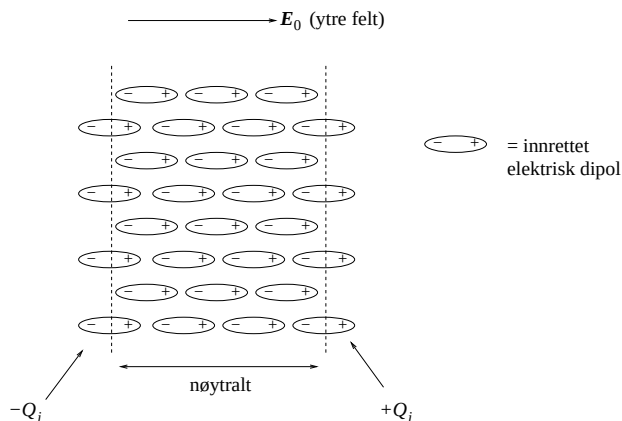
Isolator: Ingen mobile (frie) ladninger (men *bundne* ladninger)

Dielektrikum: Polariserbar isolator

Plasseres et dielektrikum i et ytre elektrisk felt  $\mathbf{E}_0$ , får vi innretting av (molekylære) elektriske dipoler langs  $\mathbf{E}_0$ , jfr øving 6, oppgave 3. (Eventuelt: Polarisering internt i atomer og upolare molekyler som i utgangspunktet har null elektrisk dipolmoment.)

Netto (makroskopisk) effekt av det ytre feltet:

Forskyvning av bundne ladninger



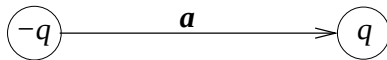
$\pm Q_i$  = indusert nettoladning på isolatorens overflater

Polarisering = dipolmoment pr volumenhet:

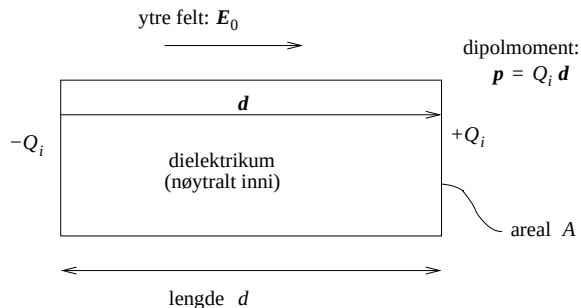
$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{p}}{V}$$

Elektrisk dipolmoment (repetisjon!):

$$\mathbf{p} = qa$$



Dielektrikum i ytre felt  $\mathbf{E}_0$ :



Volum:  $V = Ad$

Tetthet av indusert overflateladning:  $\sigma_i = Q_i/A$

Dermed:

Totalt dipolmoment:  $p = |\mathbf{p}| = Q_i d = \sigma_i Ad = \sigma_i V$

Polarisering:  $P = |\mathbf{P}| = p/V = \sigma_i$

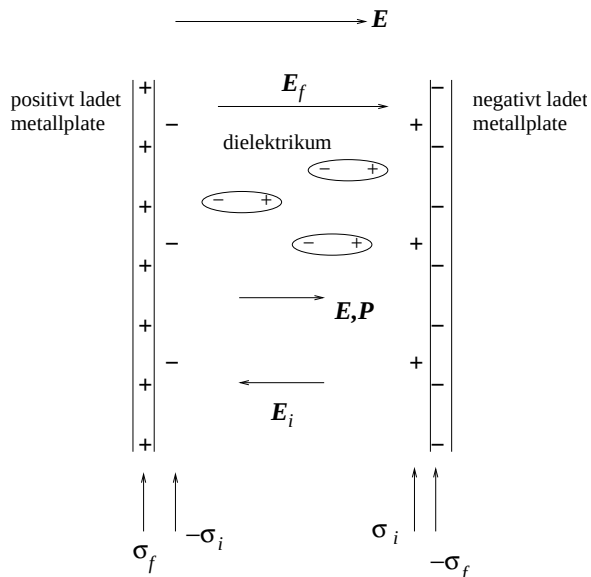
Generelt:  $\mathbf{P} \cdot \hat{n} = P_\perp = \sigma_i$

( $\hat{n}$  = flatenormal,  $P_\perp$  = komponenten av  $\mathbf{P}$  som står normalt på overflaten)

**Elektrisk forskyvning.** [FGT 26.6; YF 25.7; AF 25.8; LHL 20.5; G 4.3]

Bruker idealisert system som vi har sett på før:

Motsatt ladete metallplater (uendelig store), nå med dielektrikum i mellom:



Fri ladning pr flateenhet på metallplatene:  $\sigma_f$

... som genererer elektrisk felt mellom platene:  $E_f = \sigma_f/\epsilon_0$  (null felt utenfor platene)

Indusert ladning pr flateenhet på overflaten av dielektrikum:  $\sigma_i$

... som genererer elektrisk felt mellom platene:  $E_i = \sigma_i/\varepsilon_0$

Totalt felt mellom platene:  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_f + \mathbf{E}_i \Rightarrow E = |\mathbf{E}| = E_f - E_i = (\sigma_f - \sigma_i)/\varepsilon_0$

Netto ladning på overflatene:  $\pm\sigma = \pm(\sigma_f - \sigma_i)$

... som genererer totalt felt mellom platene:  $E = \sigma/\varepsilon_0 = (\sigma_f - \sigma_i)/\varepsilon_0$ , OK!

Vi har:  $\sigma_i = P$  = polariseringen i dielektrikumet (= dipolmoment pr volumenhet)

Dermed:

$$\sigma_f = \sigma + \sigma_i = \varepsilon_0 E + P$$

Vi ser altså at tettheten av *fri* ladning  $\sigma_f$  er bestemt av kombinasjonen  $\varepsilon_0 E + P$ . I endel tilfeller, f.eks. i endel eksperimenter, er det nettopp den frie ladningen vi har kontroll over. Med dielektrikum til stede er det derfor ofte *hensiktsmessig* å “referere til” vektorfeltet

$$\mathbf{D} \equiv \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$\mathbf{D}$  kalles *elektrisk forskyvning*.

Her:

$$D = |\mathbf{D}| = \sigma_f$$

Generelt (som vi også fant for  $\mathbf{P}$ ):

$$\sigma_f = \mathbf{D} \cdot \hat{n} = D_{\perp}$$

der  $D_{\perp}$  er normalkomponenten av den elektriske forskyvningen.

Gauss' lov for  $\mathbf{D}$ :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_f$$

der  $Q_f$  er netto *fri* ladning innenfor den lukkede flaten  $S$ . (Netto total ladning innenfor  $S$  er  $Q_{\text{in}} = Q_f - Q_i$ , med  $-Q_i$  = netto *bundet* ladning, knyttet til polariseringen  $\mathbf{P}$ , innenfor  $S$ .)

**Elektrisk susceptibilitet og permittivitet.** [FGT 26.5; YF 25.5; AF 25.9; LHL 20.5; G 4.4]

Lineær respons:  $\mathbf{P}$  proporsjonal med  $\mathbf{E}$ , dvs vi kan skrive

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

der vi har innført  $\chi_e$  = elektrisk susceptibilitet.

NB: En slik lineær sammenheng mellom  $\mathbf{P}$  og  $\mathbf{E}$  gjelder *ikke alltid*, men i dette kurset skal vi hele tiden anta at det gjelder.

Dermed:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ &= (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \mathbf{E} \\ &= \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} \\ &= \varepsilon \mathbf{E} \end{aligned}$$

Her har vi innført størrelsene

$\varepsilon_r = 1 + \chi_e =$  relativ permittivitet (“dielektrisitetskonstanten”)

$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 =$  mediets permittivitet

Enheter:

$[\chi_e] = [\varepsilon_r] = 1$  (dimensjonsløs)

$[\varepsilon] = [\varepsilon_0] = \text{C}^2/\text{Nm}^2$

Punktladning  $q$  i dielektrikum med permittivitet  $\varepsilon$ :

Elektrisk felt:  $\mathbf{E}(r) = (q/4\pi\varepsilon r^2)\hat{r}$

Elektrisk potensial:  $V(r) = q/4\pi\varepsilon r$

Dvs: Som for punktladning i vakuum, men med  $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon > \varepsilon_0$ ; mediet polariseres og *skjermer* punktladningen slik at  $E$  og  $V$  reduseres med en faktor  $1/\varepsilon_r$ .

**Kondensator og kapasitans.** [FGT 26.1; YF 25.2; AF 25.10; LHL 20.1; G 2.5.4]

Kondensator = to adskilte elektriske ledere med ladning  $\pm Q$

Coulombs lov  $\Rightarrow$  elektrisk felt i området omkring lederne er proporsjonalt med  $Q$

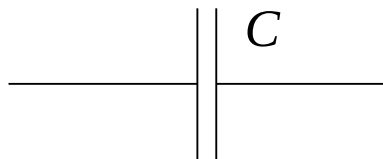
Dermed følger også at *potensialforskjellen*  $\Delta V$  mellom de to lederne er proporsjonal med  $Q$ :

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$C =$  kondensatorens *kapasitans*

Enhet for kapasitans:  $[C] = [Q/\Delta V] = \text{C}/\text{V} \equiv \text{F}$  (farad)

Symbol i elektriske kretser:



$C$  er en *geometrisk faktor*, avhengig av ledernes utforming og innbyrdes avstand, og dessuten det mellomliggende mediet.

Kapasitans er, pr definisjon, en *positiv* størrelse.

Utgangspunkt for et gitt system vil gå ut på å bestemme potensialforskjellen mellom de to lederne,  $\Delta V = V_+ - V_-$ , for en gitt ladning  $\pm Q$ .

Parallellplatekondensator, luftfylt (vakuum), med plateareal  $A$ , plateavstand  $d$ :

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Parallellplatekondensator, fylt med dielektrikum med relativ permittivitet  $\varepsilon_r$ , plateareal  $A$ , plateavstand  $d$ :

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

Dersom området mellom kondensatorens to ledere, som i utgangspunktet er fylt med luft ( $\simeq$  vakuum), helt eller delvis fylles med et dielektrikum, vil kondensatorens kapasitans alltid bli større enn den var med bare luft. (Det samme gjelder også hvis området med luft/vakuum erstattes med metall.)

**Energi assosiert med elektrisk felt** [FGT 26.3, 26.3; YF 25.4; AF 25.11; LHL 20.4; G 2.4.3]

Potensiell energitetthet, dvs potensiell energi pr volumenhet, er med elektrisk felt lik

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

Vi hadde også at potensiell energi kunne “assosieres” med den elektriske ladningen: Dersom et “system” har elektrisk potensial (f.eks. relativt til potensialet uendelig langt borte, som vi som regel kan sette lik null)  $v(q)$  når det har ladning  $q$ , må vi utføre et arbeid  $dW = v(q) dq$  for å øke ladningen fra  $q$  til  $q + dq$ . Følgelig blir totalt arbeid, og dermed også total “lagret” potensiell energi i systemet, lik

$$W = U = \int_0^Q v(q) dq$$

for å lade opp systemet fra null ladning til endelig ladning  $Q$ .

Alternativt kan vi altså regne ut lagret potensiell energi ved å integrere opp energitettheten  $u$  over hele volumet  $V$ :

$$U = \int_V u dV = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 dV$$

(Merk at her står  $V$  for *volum* og ikke potensial.)