Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155 Elektromagnetisme
FY1303 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2004

Midtsemesterprøve fredag 12. mars kl 1230 – 1530.
Fasit

Utfylt svartabell bakerst. Ellers er riktig svar framhevet med *tykk* bokstav.

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller enklere.)
- Formelsamling Elektrostatikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Kryss av for *ett* alternativ på *hver* oppgave.
- Dersom ikke annet er oppgitt, antas det at systemet er i elektrostatisk likevekt.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er "potensial" underforstått "elektrostatisk potensial", og tilsvarende for "potensiell energi".
- Dersom ikke annet er oppgitt, er nullpunkt for (elektrostatisk) potensial og potensiell energi valgt uendelig langt borte.
- Når det sies at metallkuler o.l. er "små", betyr det essensielt at de påvirker hverandre med krefter som om de var punktladninger.
- Metall er synonymt med elektrisk leder. Isolator er synonymt med dielektrikum.
- Noen naturkonstanter: $1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, $g = 9.8$ m/s^2
- Symboler angis i kursiv (f.eks V for potensial) mens enheter angis uten kursiv (f.eks V for volt).
- SI-prefikser: M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.

Formelsamling Elektrostatikk

$\int d\boldsymbol{A}$ angir flateintegral og $\int d\boldsymbol{l}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. **Fete** symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

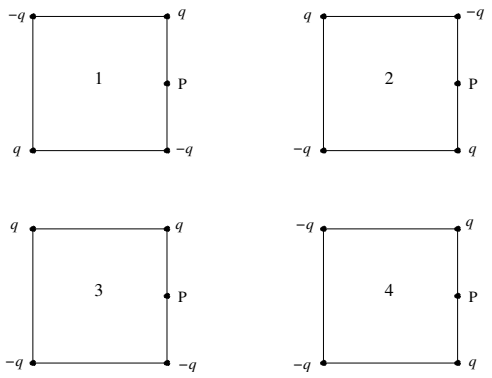
- Coulombs lov:
$$\boldsymbol{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$
- Elektrisk felt og potensial:
$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$$
- Elektrisk potensial fra punktladning:
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
- Elektrisk fluks:
$$\phi_E = \int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{A}$$
- Elektrostatisk kraft er konservativ:
$$\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = 0$$
- Gauss' lov for elektrisk felt og elektrisk forskyvning:
$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{A} = q$$
$$\oint \boldsymbol{D}\cdot d\boldsymbol{A} = q_{\text{fri}}$$
- Elektrisk forskyvning:
$$\boldsymbol{D} \equiv \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r\varepsilon_0\boldsymbol{E} = \varepsilon\boldsymbol{E}$$
- Elektrisk dipolmoment:
$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$
- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:
$$\boldsymbol{P} = \frac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta V}$$
- Kapasitans:
$$C = \frac{q}{V}$$
- Energitetthet i elektrisk felt:
$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Oppgaver

---

1) To positive og to negative punktladninger, alle fire like store i absoluttverdi (q), skal plasseres i hvert sitt hjørne av et kvadrat. På hvilken måte skal punktladningene plasseres for å oppnå minst mulig elektrisk feltstyrke midt på høyre sidekant, i punktet P?

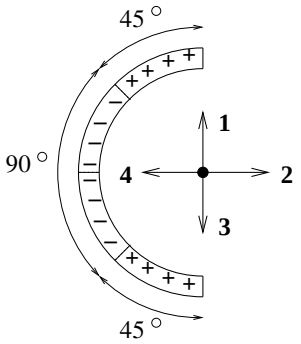
A 1
B 2
C 3
D 4



---

2) Figuren viser en halvsirkelformet stav med uniform ladning pr lengdeenhet, enten negativ ($-\lambda$, merket med "$-$") eller positiv (λ, merket med "$+$") på ulike deler av staven, slik at staven totalt har ladning lik null. Hvilken pil angir da riktig retning på det elektriske feltet i "sentrumspunktet" (dvs det som ville ha vært sentrum av en hel sirkel)?

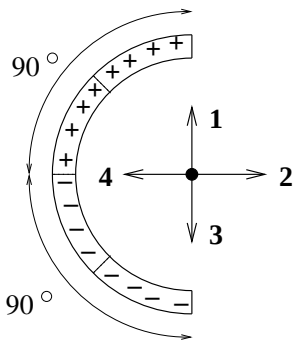
A 1
B 2
C 3
D 4



---

3) Figuren viser en halvsirkelformet stav med uniform ladning pr lengdeenhet, enten negativ ($-\lambda$, merket med "$-$") eller positiv (λ, merket med "$+$") på ulike deler av staven, slik at staven totalt har ladning lik null. Hvilken pil angir da riktig retning på det elektriske feltet i "sentrumspunktet" (dvs det som ville ha vært sentrum av en hel sirkel)?

A 1
B 2
C 3
D 4



---

4) En kule har et underskudd på $5 \cdot 10^{14}$ elektroner. Da er ballongens ladning

A 80 μC B 8 μC C -8 μC D $3.2 \cdot 10^{-34}$ C

---

5) En partikkel med positiv ladning plasseres med null starthastighet i et elektrostatisk felt $\boldsymbol{E}$. Partikkelens bevegelse blir

A i retning lavere potensial.
B i retning høyere potensiell energi.
C i motsatt retning av $\boldsymbol{E}$.
D i retning normalt på $\boldsymbol{E}$.

---

6) Vi har snakket mye om størrelsene elektrostatisk kraft $\boldsymbol{F}$, felt $\boldsymbol{E}$ og potensial V. Superposisjonsprinsippet gjelder

A for $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{E}$ og V.
B bare for $\boldsymbol{F}$ og $\boldsymbol{E}$.
C bare for $\boldsymbol{F}$.
D bare for $\boldsymbol{E}$.

---

7) En metallkule har radius 1 m. Hvor mye ladning kan akkumuleres på en slik kule før vi får overslag ("coronautladning") i lufta omkring? Overslag i luft inntreffer hvis det elektriske feltet blir større enn 3 MV/m.

A 0.07 mC **B** 0.33 mC C 1.04 mC D 2.11 mC

---

8) Potensialet i et område er

$$V = (3\ \mathrm{V/m^2})x^2 + (4\ \mathrm{V/m})y + 5\ \mathrm{V}$$

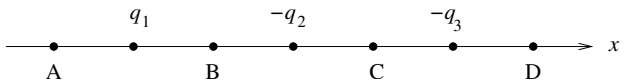
Da er x-komponenten av det elektriske feltet i dette området

A -12 V/m B -5 V/m **C** (-6 V/m^2) x D (-6 V/m)

---

9) Tre punktladninger med henholdsvis positiv ladning q_1, negativ ladning $-q_2$ og negativ ladning $-q_3$ er plassert på x-aksen som vist i figuren. I hvilket punkt kan vi da ikke ha $E = 0$?

A I punktet A.
B I punktet B.
C I punktet C.
D I punktet D.



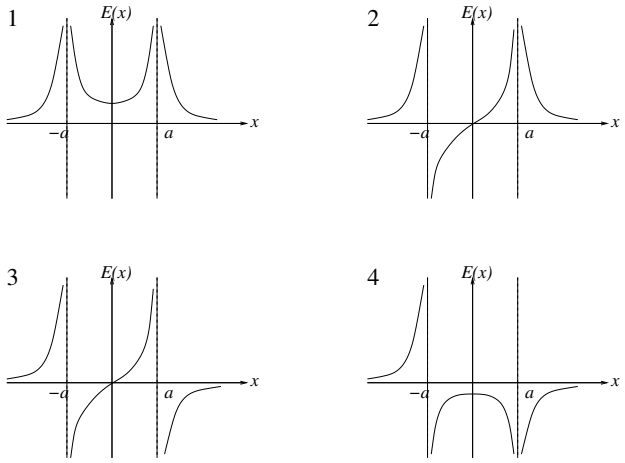
---

10) For samme system som i forrige oppgave: I hvilke punkter kan vi ha $V = 0$?

A Bare i A.
B Bare i B.
C I A, B, C eller D.
D Verken i A, B, C eller D.

---

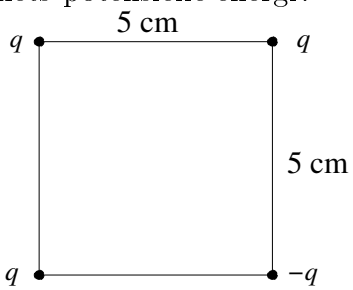
11) To negative punktladninger, hver med ladning $-q$, er plassert på x-aksen i henholdsvis $x = a$ og i $x = -a$. Det elektriske feltet på x-aksen er da $\boldsymbol{E}(x) = E(x)\ \hat{x}$. Hvilken graf angir riktig $E(x)$?



A 1
B 2
C 3
D 4

---

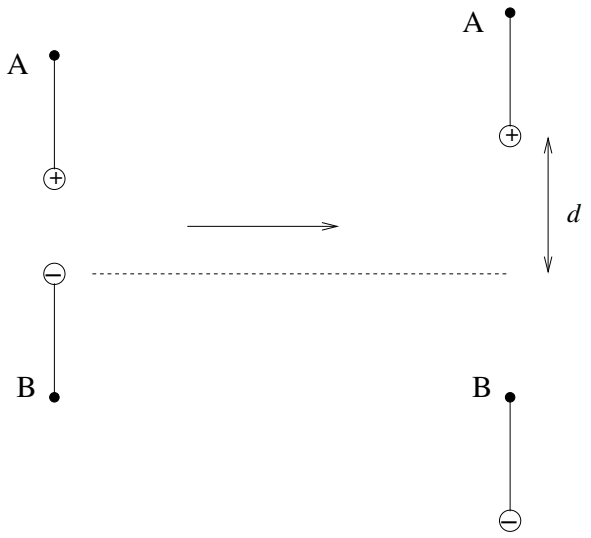
12) Fire punktladninger, tre positive og en negativ ($q = 9\ \mu$C), er plassert i hjørnene på et kvadrat med sidekanter 5 cm, som vist i figuren. Hva er systemets potensielle energi?



A 19 J
B Null
C -7 J
D -38 J

---

13) To små kuler A og B har masse henholdsvis $m_A = 30$ g og $m_B = 10$ g. Kulene er festet i hver sin tynne (tilnærmet masseløse) isolerende tråd. Kulene har ladning henholdsvis $q_A = 10\ \mu$C og $q_B = -10\ \mu$C. I utgangspunktet "henger" kulene som vist i figuren til venstre, med en viss innbyrdes avstand. Den øverste kulas festepunkt (A) trekkes nå langsomt oppover mens den nederste kulas festepunkt (B) holdes fast. Når den nederste kula (kule B) plutselig faller ned, er avstanden mellom kulene lik d. Hvor stor er d?

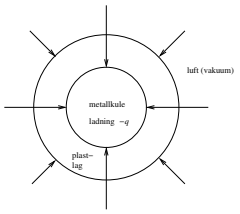


A 3.03 m
B 1.07 m
C 79 cm
D 8 cm

---

14) En metallkule med negativ ladning $-q$ er belagt med et lag elektrisk nøytral plast. Pilene i figuren angir da feltlinjer for

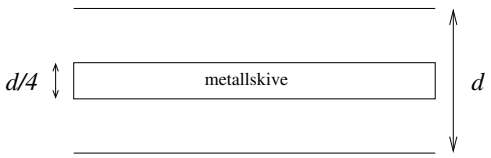
A elektrisk forskyvning $\boldsymbol{D}$
B elektrisk felt $\boldsymbol{E}$
C polarisering $\boldsymbol{P}$
D både $\boldsymbol{D}$ og $\boldsymbol{E}$



---

15) En parallellplatekondensator består av to tilnærmet uendelig store parallelle metallplater i innbyrdes avstand d. Med vakuum i hele rommet mellom platene er kapasitansen C_0. En metallskive med tykkelse $d/4$ og samme areal som de to opprinnelige metallplatene settes inn mellom platene som vist i figuren. Da blir kondensatorens kapasitans C_1 lik

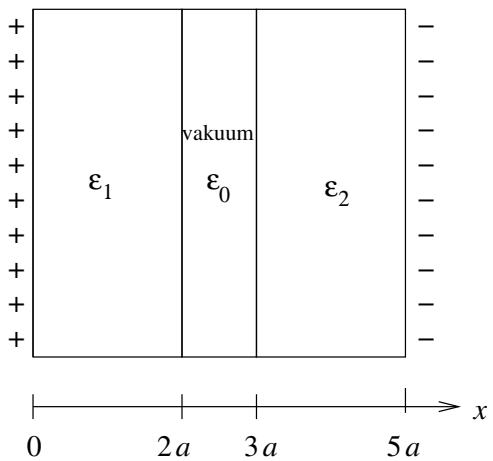
A $C_1 = 3C_0/4$
B $C_1 = C_0$
C $C_1 = 4C_0/3$
D $C_1 = 4C_0$

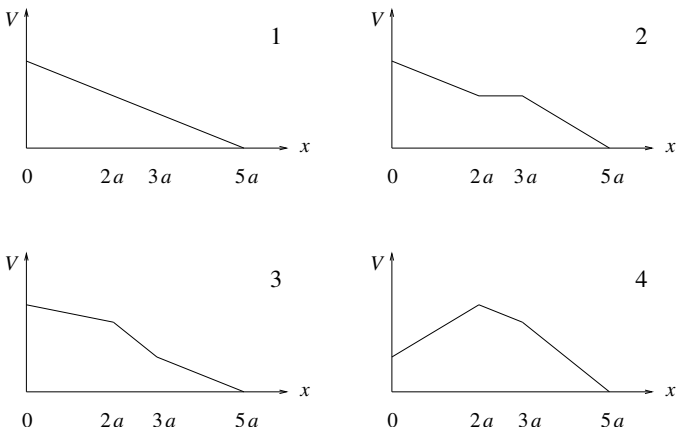


---

16) To tilnærmet uendelig store metallplater har ladning $\pm\sigma$ pr flateenhet og er plassert i yz–planet, dvs i $x = 0$ (den positive), og i $x = 5a$ (den negative), som vist i figuren nedenfor til venstre. Rommet mellom platene er delvis fylt med to (elektrisk nøytrale) dielektriske lag, som vist i figuren til venstre. Det dielektriske laget i rommet $0 < x < 2a$ har permittivitet $\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0$. Det dielektriske laget i rommet $3a < x < 5a$ har permittivitet $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0$. Hvilken av de fire grafene i figuren nedenfor til høyre illustrerer da potensialet V som funksjon av avstanden x fra den positivt ladete metallplata?

A 1 B 2 **C** 3 D 4

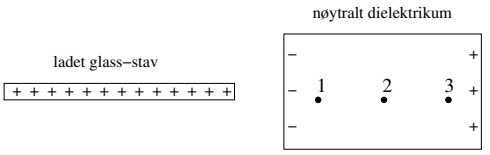




---

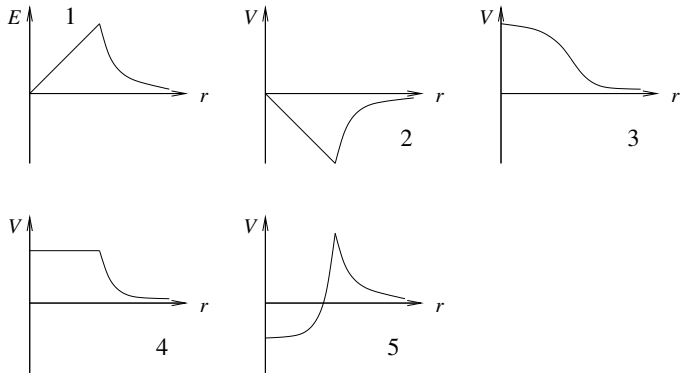
17) Du bringer en positivt og uniformt ladet glass-stav (isolator) nesten inntil et elektrisk nøytralt dielektrikum, som vist i figuren. Vi får da indusert overflateladning på det nøytrale dielektrikumet, som vist i figuren. Ranger potensialet V i de angitte punktene 1, 2 og 3 inne i dielektrikumet.

A $V_1 > V_2 > V_3$
B $V_1 = V_2 = V_3$
C $V_1 < V_2 < V_3$
D $V_1 = V_3 > V_3$



---

18) Hvis det elektriske feltet E som funksjon av avstanden r fra en ladningsfordeling er som vist i graf nr 1, hvilken graf viser da det elektriske potensialet V som funksjon av avstanden r?



A 2
B 3
C 4
D 5

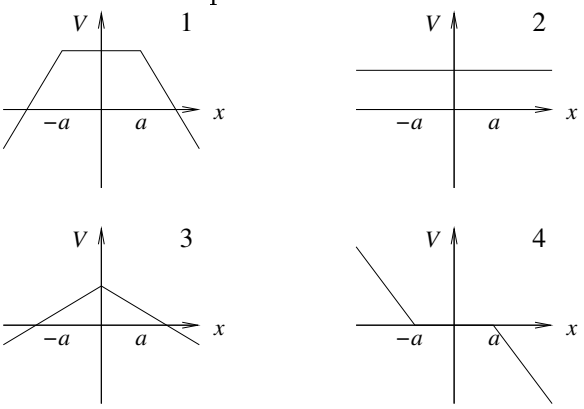
---

19) To små metallkuler ligger i innbyrdes avstand 1 m. Den minste kula har ladning -5 μC og radius 1 cm. Den største kula har ladning -5 μC og radius 2 cm. Kulene forbindes med en tynn metalltråd som deretter fjernes etter en stund. Du kan anta at metalltråden hele tiden er elektrisk nøytral. Innbyrdes kraft mellom de to kulene er nå ca

A 0.2 N og frastøtende
B 0.2 N og tiltrekkende
C 0.2 mN og frastøtende
D 0.2 mN og tiltrekkende

---

20) En plan metallplate har tykkelse $2a$. Den plasseres mellom $x = -a$ og $x = a$, dvs normalt på x-aksen. Du kan anta at platen har tilnærmet uendelig utstrekning i y- og z-retning. Platen har netto positiv ladning uniformt fordelt på overflaten (ladning σ pr flateenhet). Hvilken av grafene i figuren representerer potensialet $V(x)$ fra en slik ladet metallplate?



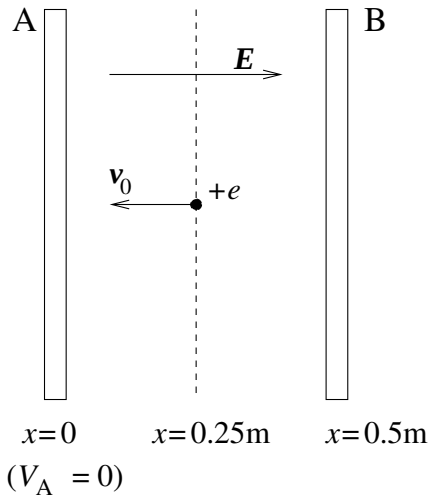
A 1
B 2
C 3
D 4

---

21) Potensialet på et uendelig stort positivt ladet plan er valgt lik $V = 50$ V. Planet har en uniform ladningstetthet 14 nC/m^2. I hvilken avstand fra planet er da $V = 0$?

A 0.65 mm **B** 6.3 cm C 0.55 m D 19 m

(Felles tekst og figur til oppgavene 22-25) To tilnærmet uendelig store parallelle metallplater A og B er plassert i henholdsvis $x_A = 0$ og $x_B = 0.5$ m som vist i figuren nedenfor. Et uniformt elektrisk felt mellom platene på 0.5 kV/m (i positiv x-retning) er generert av ladning på metallplatene. Vi velger $V = 0$ på plate A i $x = 0$. Et proton starter midt mellom platene, i $x = 0.25$ m, med hastighet $\boldsymbol{v}_0$ i negativ x-retning, tilsvarende en kinetisk energi $T_0 = 100$ eV. (1 eV $= 1.6 \cdot 10^{-19}$ J)



---

22) Hva er protonets starthastighet v_0?

A 700 m/s B $2.5 \cdot 10^3$ m/s C $1.7 \cdot 10^4$ m/s **D** $1.4 \cdot 10^5$ m/s

---

23) Potensialforskjellen $\Delta V = V_A - V_B$ mellom platene er

A -1000 V B -250 V **C** 250 V D 1000 V

---

24) Protonet skifter retning ved

A $x = 5$ cm B $x = 10$ cm C $x = 15$ cm D $x = 20$ cm

---

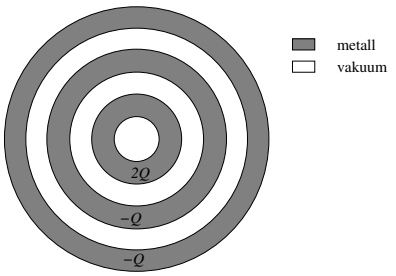
25) Idet protonet treffer plate B har det en kinetisk energi lik

A 500 eV **B** 225 eV C 100 eV D -100 eV

---

26) Figuren viser tre hule konsentriske metallkuler med netto ladning $2Q$ (på innerste kule), $-Q$ (på midterste kule) og $-Q$ (på ytterste kule). Alle de tre kuleskallene har en viss tykkelse. Hvor mye ladning er samlet på *ytre* overflate av den *midterste* kula?

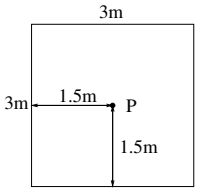
A $-Q$
B $-2Q$
C Q
D 0

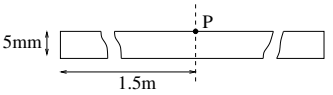


---

27) En kvadratisk plate har areal 9 m^2 og tykkelse 5 mm. En ladning 450 pC er uniformt fordelt over platas volum. Hva blir den elektriske feltstyrken i punktet P på platas senterakse, på platas overflate? (Tips: Bruk Gauss' lov.)

A 0.19 V/m
B 2.8 V/m
C 123 V/m
D 5.3 kV/m

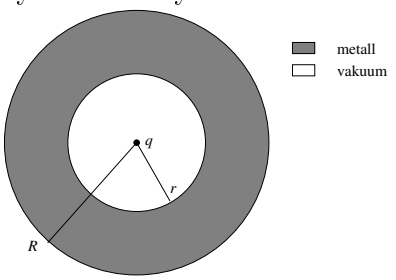




---

28) Ei hul metallkule med ladning -7 μC har indre radius r og ytre radius R. I sentrum, midt i hulrommet, er det plassert en punktladning $q = 4$ μC. På kulas ytre overflate er den elektriske feltstyrken 3000 V/m (rettet radielt innover). Det betyr at kulas ytre radius R må være

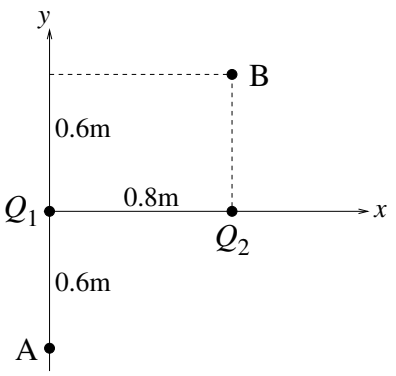
A 1.5 cm
B 3.0 cm
C 1.5 m
D 3.0 m



---

29) To punktladninger $Q_1 = -2$ μC og $Q_2 = 5$ μC er plassert i xy-planet, som vist i figuren. En tredje punktladning $q = -1$ μC flyttes fra punkt A til punkt B. Hvor stor endring gir denne forflytningen i systemets potensielle energi? ("Systemet" = de tre punktladningene.)

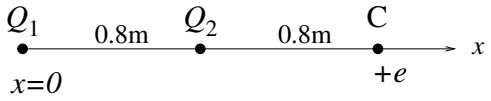
A -42 J
B -42 mJ
C 42 mJ
D 42 J



---

30) To punktladninger $Q_1 = -17$ nC og $Q_2 = 17$ nC er plassert på x-aksen, som vist i figuren. Et proton slippes med null starthastighet i punktet C. Hvor stor er protonets hastighet når det har kommet langt ut på x-aksen ($x \to \infty$)?

A $3.25 \cdot 10^3$ m/s
B $1.35 \cdot 10^5$ m/s
C $1.65 \cdot 10^7$ m/s
D $1.15 \cdot 10^8$ m/s



---

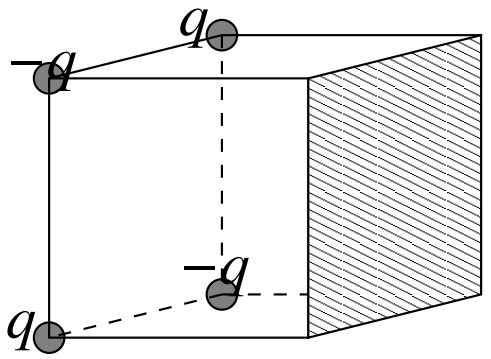
31) I et område er den elektriske feltstyrken konstant lik 150 V/m, og med $\boldsymbol{E}$ i negativ x-retning. Hvis potensialet i $x = 30$ cm på x-aksen er valgt lik null, hva er da potensialet i $x = 0$?

A 15 V B -2 mV C -5 V **D** -45 V

---

32) Fire punktladninger, to negative og to positive, alle fire like store i absoluttverdi, er plassert i hvert sitt hjørne av en kube, som vist i figuren. Hva blir den elektriske fluksen gjennom den skraverte sideflaten (dvs: motstående sideflate i forhold til den sideflaten som har de fire punktladningene i sine fire hjørner)?

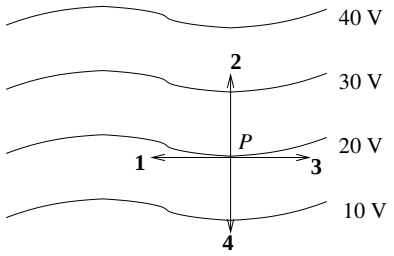
A null
B $q/6\varepsilon_0$
C $q/12\varepsilon_0$
D $q/24\varepsilon_0$



---

33) Hvilken vektor representerer best retningen til det elektriske feltet i punktet P på 20-volts ekvipotensialflaten?

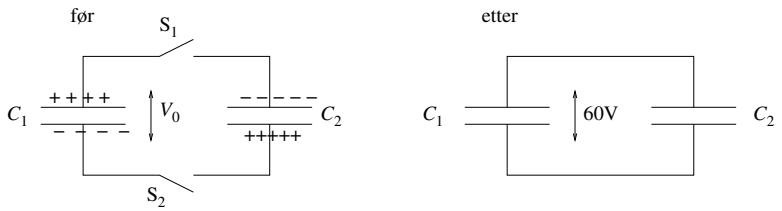
A **1**
B **2**
C **3**
D **4**



---

34) To kondensatorer er ladet opp med et batteri, slik at potensialforskjellen V_0 er like stor over begge kondensatorene. (Se figuren til venstre.) Merk at kondensatoren til venstre, med kapasitans $C_1 = 4\ \mu$F, har den positivt ladete platen øverst, mens den til høyre, med kapasitans $C_2 = 5\ \mu$F, har den negativt ladete platen øverst (før de to bryterne lukkes). Potensialforskjellen ΔV over de to kondensatorene etter at vi forbinder dem ved å lukke bryterne S_1 og S_2 måles til 60 V (se figuren til høyre). Hvor stor var potensialforskjellen V_0 i utgangspunktet?

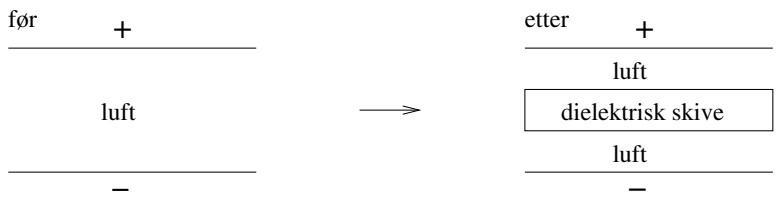
A 43 V B 60 V C 180 V **D** 540 V



---

35) En parallellplatekondensatorer har ladning Q og $-Q$ på henholdsvis øvre og nedre metallplate. Kondensatoren er i utgangspunktet fylt med luft, men så skyves en dielektrisk skive (med samme areal som metallplatene) inn mellom platene, som vist i figuren. Hvilken av følgende påstander er da riktig?

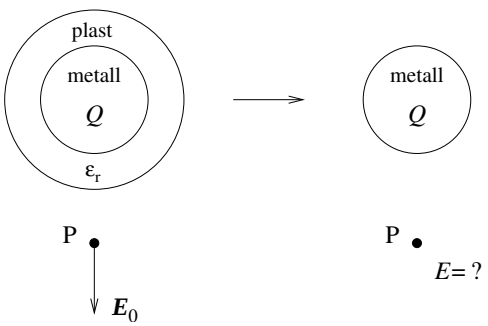
A Potensialforskjellen mellom metallplatene forblir uendret.
B Kondensatorens kapasitans forblir uendret.
C Potensiell energi lagret i kondensatoren forblir uendret.
D Den elektriske feltstyrken i luftlagene forblir uendret.



---

36) Ei metallkule med ladning Q er i utgangspunktet dekket med et jevntykt lag med plast (dvs dielektrikum med $\varepsilon_r > 1$). Det elektriske feltet i punktet P (utenfor kula og plastlaget) er da lik E_0. Dersom plastlaget fjernes (se figuren til høyre), blir den elektriske feltstyrken E i punktet P lik

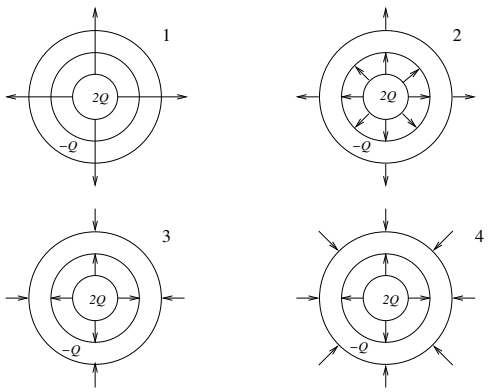
A E_0/ε_r **B** E_0 C $\varepsilon_r E_0$ D null



---

37) Figuren viser en metallkule med netto ladning $2Q$ omgitt av et luftlag, etterfulgt av et metallisk kuleskall med netto ladning $-Q$. Hvilken figur angir da korrekt feltlinjer for $\boldsymbol{E}$?

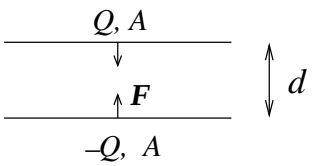
A 1
B 2
C 3
D 4



---

38) To (tilnærmet uendelig) store parallelle metallplater har like stort areal A og netto ladning henholdsvis Q og $-Q$. Platene ligger i innbyrdes avstand d ($d \ll \sqrt{A}$). Hvor stor er den innbyrdes kraften pr flateenhet, $f = F/A$, mellom de to platene dersom $\sigma = Q/A = 10^{-5}$ C/m^2?

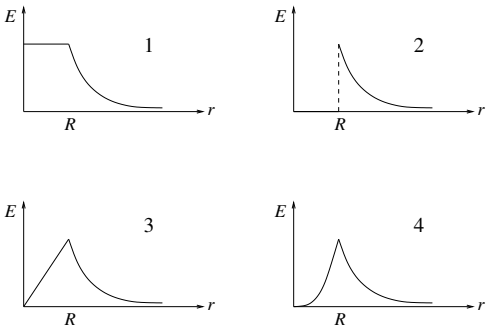
A 5.7 N/m^2
B 88 N/m^2
C 245 N/m^2
D 1.6 kN/m^2



---

39) Ei kule med radius R har ladning $\rho(r) = kr^2$ pr volumenhet. (k er en konstant) Fastslå, ved hjelp av Gauss' lov, hvilken graf i figuren til høyre som best illustrerer den resulterende elektriske feltstyrken E som funksjon av r.

A 1
B 2
C 3
D 4



---

40) Den potensielle energien til to elektroner i innbyrdes avstand 4 Å er

A 3.6 MeV
B 3.6 keV
C 3.6 eV
D 3.6 meV

Oppgitt: 1 Å = 10^{-10} m, 1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J.

Svartabell:

Oppgave	A	B	C	D
1				x
2				x
3			x	
4	x			
5	x			
6	x			
7		x		
8			x	
9		x		
10			x	
11			x	
12		x		
13	x			
14		x		
15			x	
16			x	
17	x			
18		x		
19	x			
20	x			
21		x		
22				x
23			x	
24	x			
25		x		
26			x	
27		x		
28				x
29		x		
30		x		
31				x
32	x			
33				x
34				x
35				x
36		x		
37		x		
38	x			
39				x
40			x	