Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155 Elektromagnetisme
FY1303 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2004

Midtsemesterprøve fredag 5. mars kl 0830 – 1130.

Svartabell bakerst. Sett tydelig kryss. Husk å skrive på studentnummer.
Lever inn hele oppgaveteksten inklusive svartabell.

Studentnummer:

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller enklere.)
- Formelsamling Elektrostatikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Kryss av for *ett* alternativ på *hver* oppgave.
- Dersom ikke annet er oppgitt, antas det at systemet er i elektrostatisk likevekt.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er "potensial" underforstått "elektrostatisk potensial", og tilsvarende for "potensiell energi".
- Dersom ikke annet er oppgitt, er nullpunkt for (elektrostatisk) potensial og potensiell energi valgt uendelig langt borte.
- Når det sies at metallkuler o.l. er "små", betyr det essensielt at de påvirker hverandre med krefter som om de var punktladninger.
- Metall er synonymt med elektrisk leder. Isolator er synonymt med dielektrikum.
- Noen naturkonstanter: $1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, $g = 9.8$ m/s^2
- Symboler angis i kursiv (f.eks V for potensial) mens enheter angis uten kursiv (f.eks V for volt).
- SI-prefikser: M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.

Formelsamling Elektrostatikk

$\int d\boldsymbol{A}$ angir flateintegral og $\int d\boldsymbol{l}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. **Fete** symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

- Coulombs lov:

$$\boldsymbol{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$$

- Elektrostatisk kraft er konservativ:

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$

- Gauss' lov for elektrisk felt og elektrisk forskyvning:

$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q$$

$$\oint \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} = q_{\text{fri}}$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\boldsymbol{D} \equiv \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$

- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\boldsymbol{P} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta V}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Oppgaver

1) En partikkel med negativ ladning plasseres med null starthastighet i et elektrostatisk felt $\boldsymbol{E}$. Partikkelens bevegelse blir

A i retning lavere potensial.
B i retning lavere potensiell energi.
C i samme retning som $\boldsymbol{E}$.
D i retning normalt på $\boldsymbol{E}$.

---

2) En ballong har et overskudd på $5 \cdot 10^{13}$ elektroner. Da er ballongens ladning

A 80 μC B -80 μC C -8 μC D $-3.2 \cdot 10^{-33}$ C

---

3) Vi har snakket mye om størrelsene elektrostatisk kraft $\boldsymbol{F}$, felt $\boldsymbol{E}$ og potensial V. Superposisjonsprinsippet gjelder

A bare for $\boldsymbol{F}$.
B bare for $\boldsymbol{E}$.
C bare for $\boldsymbol{F}$ og $\boldsymbol{E}$.
D for $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{E}$ og V.

---

4) Potensialet i et område er

$$V = (8\ \text{V/m})x + (6\ \text{V/m})z + 7\ \text{V}$$

Da er y-komponenten av det elektriske feltet i dette området

A 21 V/m B 7 V/m C null D -7 V/m

---

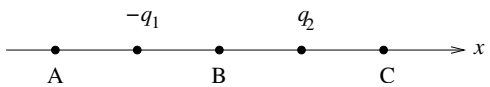
5) En metallkule har radius 50 cm. Hvor mye ladning kan akkumuleres på en slik kule før vi får overslag ("coronautladning") i lufta omkring? Overslag i luft inntreffer hvis det elektriske feltet blir større enn 3 MV/m.

A 83 μC B 53 μC C 23 μC D 3 μC

---

6) To punktladninger med henholdsvis negativ ladning $-q_1$ og positiv ladning q_2 er plassert på x-aksen som vist i figuren. I hvilke punkter kan vi da ha $E = 0$?

A Bare i B.
B I A eller C.
C I A, B eller C.
D Verken i A, B eller C.



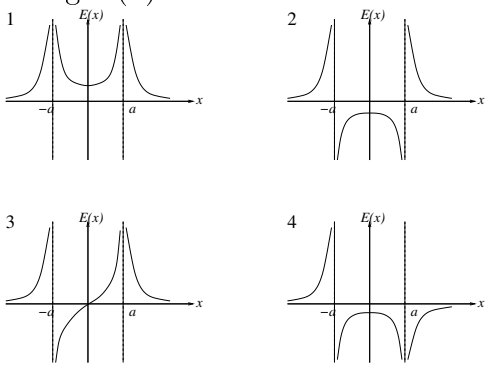
---

7) For samme system som i forrige oppgave: I hvilke punkter kan vi ha $V = 0$?

A Bare i B.
B I A eller C.
C I A, B eller C.
D Verken i A, B eller C.

---

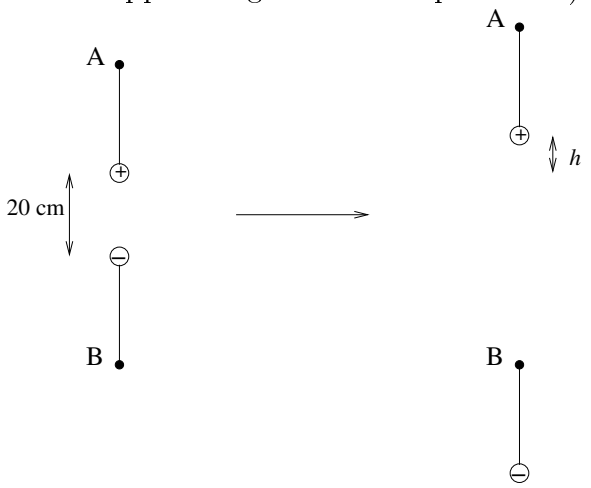
8) To punktladninger med henholdsvis negativ ladning $-q$ og positiv ladning q er plassert på x-aksen, med den positive ladningen i $x = a$ og den negative ladningen i $x = -a$. Det elektriske feltet på x-aksen er da $\boldsymbol{E}(x) = E(x)\,\hat{x}$. Hvilken graf angir riktig $E(x)$?



A 1
B 2
C 3
D 4

---

9) To små kuler har masse 50 g hver. Kulene er festet i hver sin tynne (tilnærmet masseløse) isolerende tråd. Kulene har ladning henholdsvis 4 μC og -40 μC. I utgangspunktet "henger" kulene som vist i figuren til venstre, med innbyrdes avstand 20 cm. Den øverste kulas festepunkt A trekkes nå langsomt oppover mens den nederste kulas festepunkt B holdes fast. Når den nederste kula plutselig faller ned, er den øverste kula trukket en avstand h oppover. Hvor stor er h? (Figuren angir ikke nødvendigvis størrelsen på h korrekt i forhold til den opprinnelige avstanden på 20 cm.)

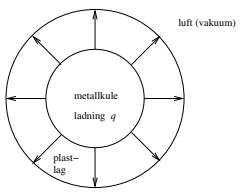


A 11 mm
B 13 cm
C 151 cm
D 6.7 m

---

10) En metallkule med (positiv) ladning q er belagt med et lag elektrisk nøytral plast. Pilene i figuren angir da feltlinjer for

A elektrisk forskyvning $\boldsymbol{D}$
B elektrisk felt $\boldsymbol{E}$
C polarisering $\boldsymbol{P}$
D både $\boldsymbol{D}$ og $\boldsymbol{E}$



---

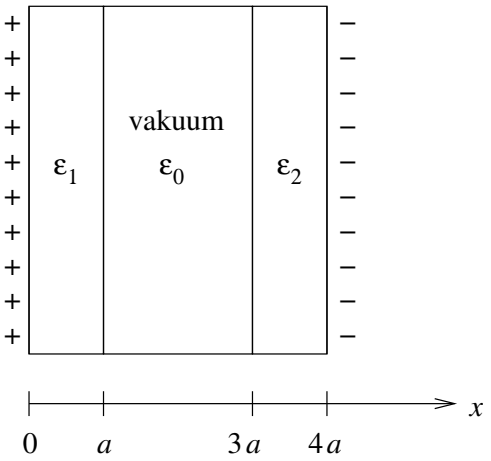
11) En parallellplatekondensator består av to tilnærmet uendelig store parallelle metallplater i innbyrdes avstand d. Med vakuum i hele rommet mellom platene er kapasitansen C_0. En dielektrisk skive med tykkelse $d/5$, permittivitet $\varepsilon = 2\varepsilon_0$, og samme areal som de to opprinnelige metallplatene, settes inn mellom platene som vist i figuren. Da blir kondensatorens kapasitans C_1 lik

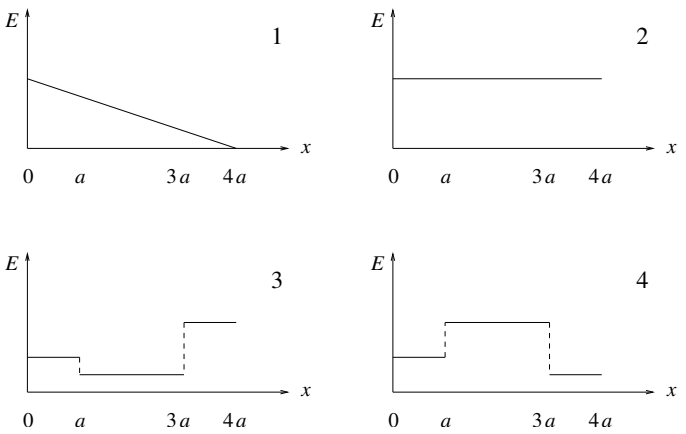
A $C_1 = 10C_0/9$
B $C_1 = 9C_0/10$
C $C_1 = C_0$
D $C_1 = 10C_0$

---

12) To tilnærmet uendelig store metallplater har ladning $\pm\sigma$ pr flateenhet og er plassert i yz–planet, dvs i $x = 0$ (den positive), og i $x = 4a$ (den negative), som vist i figuren nedenfor til venstre. Rommet mellom platene er delvis fylt med to (elektrisk nøytrale) dielektriske lag, som vist i figuren til venstre. Det dielektriske laget i rommet $0 < x < a$ har permittivitet $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_0$. Det dielektriske laget i rommet $3a < x < 4a$ har permittivitet $\varepsilon_2 = 4\varepsilon_0$. Hvilken av de fire grafene i figuren nedenfor til høyre illustrerer det elektriske feltet E som funksjon av avstanden x fra den positivt ladete metallplata?

A 1 B 2 C 3 D 4

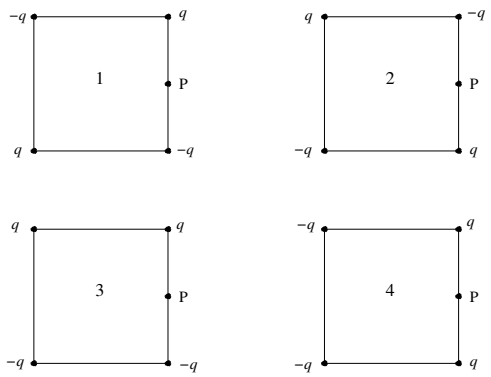




---

13) To positive og to negative punktladninger, alle fire like store i absoluttverdi (q), skal plasseres i hvert sitt hjørne av et kvadrat. På hvilken måte skal punktladningene plasseres for å oppnå størst mulig elektrisk feltstyrke midt på høyre sidekant, i punktet P?

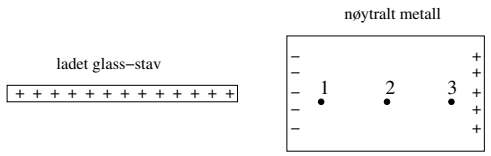
A 1
B 2
C 3
D 4



---

14) Du bringer en positivt og uniformt ladet glass-stav (isolator) nesten inntil et elektrisk nøytralt metall, som vist i figuren. Vi får da indusert overflateladning på det nøytrale metallet, som vist i figuren. Ranger potensialet V i de angitte punktene 1, 2 og 3 i metallet.

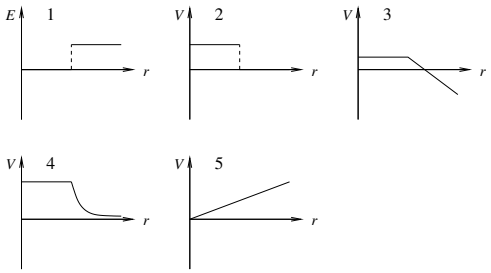
A $V_1 > V_2 > V_3$
B $V_1 = V_2 = V_3$
C $V_1 < V_2 < V_3$
D $V_1 = V_3 > V_3$



---

15) Hvis det elektriske feltet E som funksjon av avstanden r fra en ladningsfordeling er som vist i graf nr 1, hvilken graf viser da det elektriske potensialet V som funksjon av avstanden r?

A 2
B 3
C 4
D 5



---

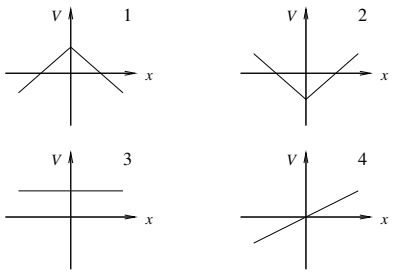
16) To små metallkuler ligger i innbyrdes avstand 1 m. Den minste kula har ladning 5 μC og radius 1 cm. Den største kula har ladning -10 μC og radius 2 cm. Kulene forbindes med en tynn metalltråd som deretter fjernes etter en stund. Du kan anta at metalltråden hele tiden er elektrisk nøytral. Innbyrdes kraft mellom de to kulene er nå ca

A 50 mN og tiltrekkende
B 50 mN og frastøtende
C 50 μN og tiltrekkende
D 50 μN og frastøtende

---

17) Hvilken av grafene i figuren representerer potensialet V i nærheten av et uendelig stort uniformt og negativt ladet plan, plassert i yz-planet?

A 1
B 2
C 3
D 4

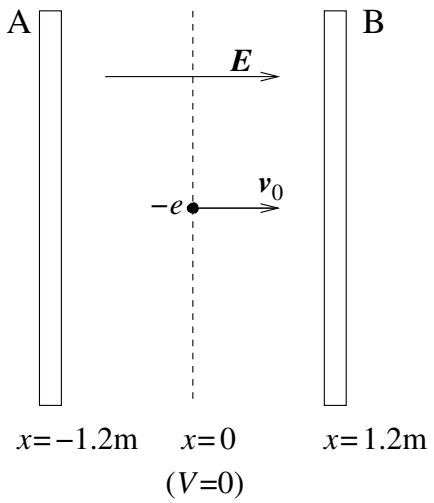


---

18) Potensialet på et uendelig stort positivt ladet plan er valgt lik $V = 0$. Planet har en uniform ladningstetthet 5 nC/m^2. I hvilken avstand fra planet er da $V = -100$ V?

A 0.65 mm B 2.3 cm C 0.35 m D 19 m

(Felles tekst og figur til oppgavene 19-22) To tilnærmet uendelig store parallelle metallplater A og B er plassert i henholdsvis $x_A = -1.2$ m og $x_B = 1.2$ m som vist i figuren nedenfor. Et uniformt elektrisk felt mellom platene på 1.5 kV/m (i positiv x-retning) er generert av ladning på metallplatene. Vi velger $V = 0$ på midtplanet ved $x = 0$. Et elektron starter midt mellom platene, i $x = 0$, med hastighet $\boldsymbol{v}_0$ i positiv x-retning, tilsvarende en kinetisk energi $T_0 = 300$ eV. (1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J)



---

19) Hva er elektronets starthastighet v_0?

A 300 m/s B $7.5 \cdot 10^4$ m/s C $2.5 \cdot 10^6$ m/s D $1.0 \cdot 10^7$ m/s

---

20) Potensialforskjellen $\Delta V = V_A - V_B$ mellom platene er

A -3.6 kV B -0.63 kV C 0.63 kV D 3.6 kV

---

21) Potensialet der elektronet snur har verdien

A -900 V B -300 V C 300 V D 900 V

---

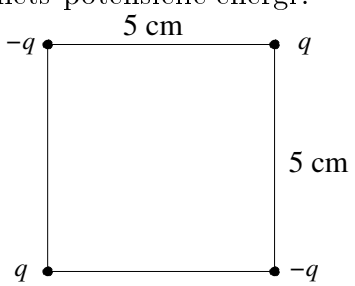
22) Idet elektronet treffer plate A har det en kinetisk energi lik

A 2.1 keV B 1.5 keV C 0.6 keV D -0.3 keV

---

23) Fire punktladninger, to positive og to negative ($q = 9$ μC), er plassert i hjørnene på et kvadrat med sidekanter 5 cm, som vist i figuren. Hva er systemets potensielle energi?

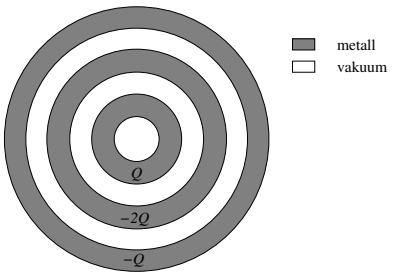
A 19 J
B Null
C -7 J
D -38 J



---

24) Figuren viser tre hule konsentriske metallkuler med netto ladning Q (på innerste kule), $-2Q$ (på midterste kule) og $-Q$ (på ytterste kule). Alle de tre kuleskallene har en viss tykkelse. Hvor mye ladning er samlet på *ytre* overflate av den *midterste* kula?

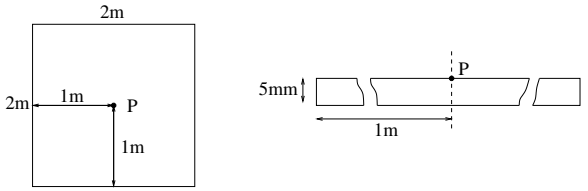
A $-Q$
B $-2Q$
C Q
D 0



---

25) En kvadratisk plate har areal 4 m^2 og tykkelse 5 mm. En ladning $8 \cdot 10^{-11}$ C er uniformt fordelt over platas volum. Hva blir den elektriske feltstyrken i punktet P på platas senterakse, på platas overflate? (Tips: Bruk Gauss' lov.)

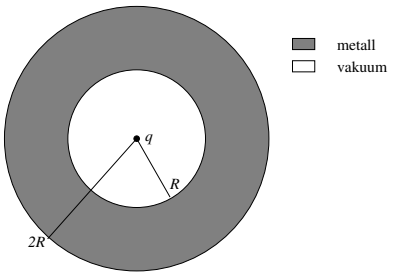
A 1.13 V/m
B 8.27 V/m
C 143 V/m
D 9.3 kV/m



---

26) Ei hul metallkule med ladning -9.42 mC har indre radius $R = 5$ cm og ytre radius $2R$. I sentrum, midt i hulrommet, er det plassert en punktladning $q = 3.14$ mC. Hva blir da ladningen pr flateenhet, i enheten mC/m^2, på metallkulas ytre overflate?

A -75
B -50
C 0
D 25



---

27) Vi betrakter en uendelig lang, rett sylinder med radius R og konstant ladning ρ pr volumenhet. Dersom vi skal bruke Gauss' lov til å bestemme det elektriske feltet $E(r)$ i en avstand $r < R$ fra sylinderens akse, vil utregningen f.eks. starte slik:

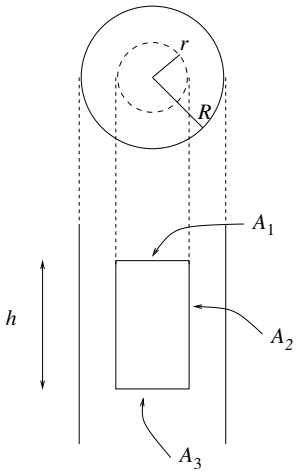
$$\oint_A \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^r \rho \, h \, 2\pi r' \, dr' \quad (1)$$

$$\oint_A \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = \oint_{A_1} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} + \oint_{A_2} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} + \oint_{A_3} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} \quad (2)$$

$$= \oint_{A_2} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} \quad (3)$$

Her kunne vi gå fra ligning (2) til ligning (3) fordi

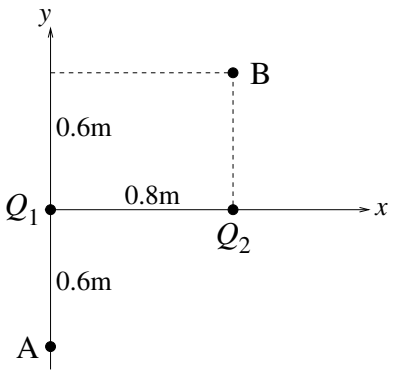
A $E = 0$ på A_1 og A_3.
B det ikke er noe ladning på A_1 og A_3.
C integralene over A_1 og A_3 bidrar med motsatt fortegn og dermed kansellerer.
D $\boldsymbol{E}$ står vinkelrett på $d\boldsymbol{A}$ på A_1 og A_3.



---

28) To punktladninger $Q_1 = 69$ nC og $Q_2 = -98$ nC er plassert i xy-planet, som vist i figuren. Et elektron flyttes fra punkt A til punkt B. Hvor stor endring gir denne forflytningen i systemets potensielle energi? ("Systemet" = de to punktladningene og elektronet.) (1 eV $= 1.6 \cdot 10^{-19}$ J)

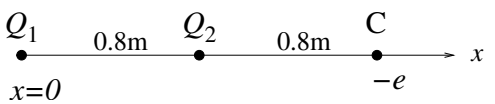
A -1 keV
B -1 eV
C 1 eV
D 1 keV



---

29) To punktladninger $Q_1 = 58$ nC og $Q_2 = -90$ nC er plassert på x-aksen, som vist i figuren. Et elektron slippes med null starthastighet i punktet C. Hvor stor er elektronets hastighet når det har kommet langt ut på x-aksen ($x \to \infty$)?

A $3.2 \cdot 10^3$ m/s
B $1.5 \cdot 10^5$ m/s
C $1.6 \cdot 10^7$ m/s
D $1.1 \cdot 10^8$ m/s



---

30) En kube med sidekanter 100 nm inneholder 10^7 molekyler. Hvert molekyl kan oppfattes som en elektrisk dipol med punktladninger $\pm 0.1e$ i innbyrdes avstand 0.2 nm. Hva blir øvre teoretiske grense for elektrisk polarisering P i dette mediet, i enheten C/m^2?

A $47 \cdot 10^{-9}$ B $11 \cdot 10^{-6}$ C 0.032 D 52

---

31) I et område er det elektriske feltet konstant lik 100 V/m og rettet langs den positive x-aksen. Hvis potensialet i $x = 4$ cm på x-aksen er 6 V, hva er da potensialet i $x = 16$ cm?

A -18 V B -6 V C 2 V D 12 V

---

32) To metallkuler A og B har radius henholdsvis $r_A = a$ og $r_B = 3a$ og i utgangspunktet netto ladning Q_0 (på den minste kula) og $11Q_0$ (på den største kula). Kulene bringes så i berøring med hverandre før de separeres og fjernes langt fra hverandre. Det elektriske feltet på overflaten til kule A er nå E_0. Hva er da det elektriske feltet på overflaten til kule B?

A $E_0/3$ B E_0 C $2E_0$ D $3E_0$

---

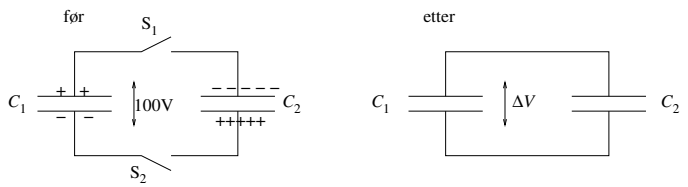
33) Kapasitansen til en kondensator avhenger av

A ladningen på kondensatoren.
B potensialforskjellen over kondensatoren.
C både ladningen på og potensialforskjellen over kondensatoren.
D verken ladningen på eller potensialforskjellen over kondensatoren.

---

34) To kondensatorer er begge ladet opp med et 100 volts batteri, som vist i figuren til venstre. Merk at kondensatoren til venstre, med kapasitans $C_1 = 2\ \mu$F, har den positivt ladete platen øverst, mens den til høyre, med kapasitans $C_2 = 5\ \mu$F, har den negativt ladete platen øverst (før de to bryterne lukkes). Hva blir potensialforskjellen ΔV over de to kondensatorene etter at vi forbinder dem ved å lukke bryterne S_1 og S_2 (se figuren til høyre)?

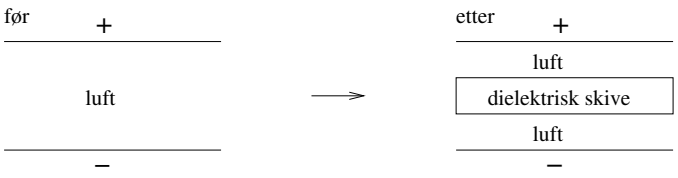
A 43 V B 70 V C 100 V D 115 V



---

35) En parallellplatekondensatorer har ladning Q og $-Q$ på henholdsvis øvre og nedre metallplate. Kondensatoren er i utgangspunktet fylt med luft, men så skyves en dielektrisk skive (med samme areal som metallplatene) inn mellom platene, som vist i figuren. Hvilken av følgende påstander er da *ikke* riktig?

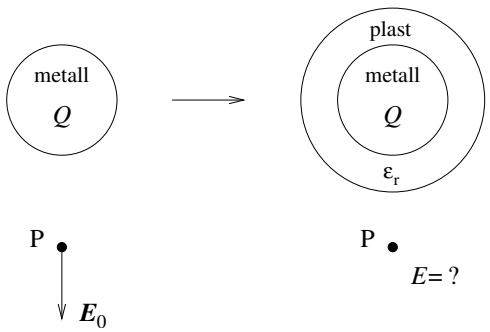
A Potensialforskjellen mellom metallplatene reduseres.
B Kondensatorens kapasitans blir større.
C Potensiell energi lagret i kondensatoren forblir uendret.
D Den elektriske feltstyrken i luftlagene forblir uendret.



---

36) Det elektriske feltet fra ei metallkule med ladning Q er i et punkt P (utenfor kula) lik E_0. Dersom metallkula dekkes med et jevntykt lag med plast (dvs dielektrikum med $\varepsilon_r > 1$), som vist i figuren til høyre, blir den elektriske feltstyrken i punktet P lik

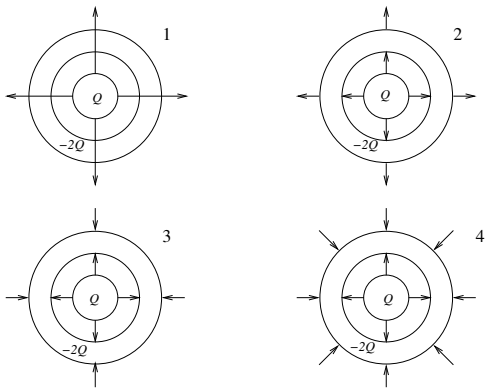
A E_0/ε_r B E_0 C $\varepsilon_r E_0$ D null



---

37) Figuren viser en metallkule med netto ladning Q omgitt av et luftlag, etterfulgt av et metallisk kuleskall med netto ladning $-2Q$. Hvilken figur angir da korrekt feltlinjer for $\boldsymbol{E}$?

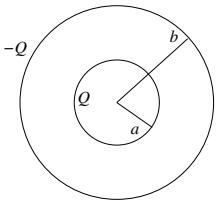
A 1
B 2
C 3
D 4



---

38) To konsentriske (tynne) metalliske kuleskall har radius henholdsvis a og b ($b > a$), og ladning henholdsvis Q og $-Q$. Hva blir kapasitansen til en slik kondensator?

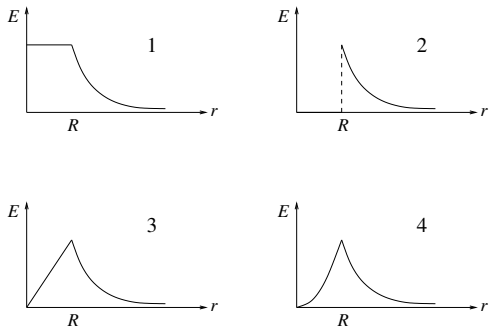
A $4\pi\varepsilon_0 ab/(b-a)$
B $\pi\varepsilon_0(b-a)$
C $4\pi\varepsilon_0 a^2/(b-a)$
D $4\pi\varepsilon_0(b-a)^3/3ab$



---

39) Ei kule med radius R har uniform ladning ρ pr volumenhet. Fastslå, ved hjelp av Gauss' lov, hvilken graf i figuren til høyre som representerer den resulterende elektriske feltstyrken E som funksjon av r.

A 1
B 2
C 3
D 4



---

40) Det elektriske feltet på symmetriaksen og i avstand x fra sentrum av en jevnt ladet sirkulær skive med ladning Q og radius R er

A $\dfrac{Q\left(1-x/\sqrt{x^2+R^2}\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$

B $\dfrac{Q\left(1-R/\sqrt{x^2+R^2}\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$

C $\dfrac{Q\left(1+R/\sqrt{x^2+R^2}\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$

D $\dfrac{Q\left(1+x/\sqrt{x^2+R^2}\right)}{2\pi\varepsilon_0 R}$

Studentnummer:

Svartabell:

Oppgave	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				