Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2005

Øving 4

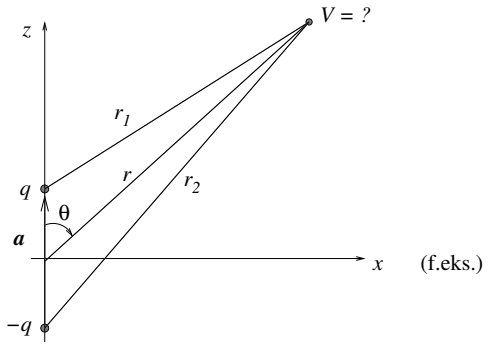
Veiledning: Torsdag 3. februar og fredag 4. februar
Innleveringsfrist: Mandag 7. februar

Oppgave 1

Vi har et uniformt elektrisk felt $\boldsymbol{E} = E_0\ \hat{x}$. Bestem potensialforskjellen mellom origo og følgende punkter (x, y) i xy-planet:
(i) $(a, 0)$ (ii) $(0, a)$ (iii) (a, a)

Oppgave 2

En *elektrisk dipol* er plassert langs z-aksen med sentrum i origo, som vist i figuren. Det elektriske *dipolmomentet* er definert som $\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{a}$, der $\boldsymbol{a} = a\ \hat{z}$ er vektoren fra $-q$ til q.



Siden vi her opplagt må ha *symmetri* med hensyn til rotasjon omkring z-aksen, er det tilstrekkelig å se på forholdene i et plan som inneholder z-aksen. Vi har valgt xz-planet.
Vi kan videre velge mellom kartesiske koordinater (x, z) eller polarkoordinater (r, θ) for å angi en vilkårlig posisjon i dette planet. Vi skal se på begge deler i denne oppgaven. Vinkelen θ kan vi selvsagt velge i forhold til hvilken kartesiske akse vi vil; vi lar θ være vinkelen som $\boldsymbol{r}$ danner i forhold til z-aksen (se figuren).

a) Bestem først sammenhengen mellom de kartesiske koordinatene og polarkoordinatene, dvs $x(r, \theta)$, $z(r, \theta)$ og $r(x, z)$.

b) Vis at potensialet fra en slik dipol i kartesiske koordinater blir

$$V(x, z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + (z - a/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (z + a/2)^2}}\right)$$

Hva blir potensialet på x-aksen, $V(x, 0)$? Enn på z-aksen, $V(0, z)$? (På *hele* z-aksen; pass på fortegnene...!) Skisser funksjonen $V(0, z)$.

c) Vis at i stor avstand fra dipolen (dvs $r \gg a$) er potensialet med god tilnærmelse gitt i polarkoordinater ved

$$V(r,\theta) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

Tips: Ta utgangspunkt i at

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

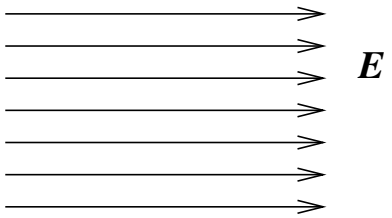
og bruk figuren til å finne et tilnærmet uttrykk for dette når $r \gg a$.
Mens potensialet fra en enkelt punktladning avtar som $1/r$, avtar altså potensialet fra en dipol *raskere*, nemlig som $1/r^2$. Er dette rimelig?

Kommentar: For den som insisterer på en mer rigid matematisk tilnærming til denslags, er det her snakk om å bestemme $V(r,\theta)$ "til ledende orden" i den "lille parameteren" a/r. Med andre ord, det oppgitte uttrykket for $V(r,\theta)$ er *eksakt* for en såkalt *ideell dipol* med "null utstrekning" (dvs $a \to 0$). Ekstranøtt, hvis du syntes dette ble for lett: Hva blir "dominerende korreksjon" til den oppgitte $V(r,\theta)$? Dvs: Hva blir neste ledd i rekkeutviklingen (Maclaurinrekken) til $V(r,\theta)$ for små verdier av a/r, dvs $a/r \ll 1$?

Oppgave 3 (fra tidligere midtsemesterprøver)

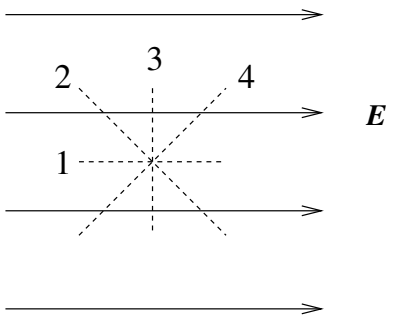
a) Figuren viser feltlinjer for et uniformt elektrisk felt. Et elektron som plasseres i dette feltet vil

A bevege seg med konstant hastighet mot venstre.
B bevege seg med konstant hastighet mot høyre.
C akselereres mot venstre.
D akselereres mot høyre.



b) Figuren viser et uniformt elektrisk felt $\boldsymbol{E}$ (heltrukne linjer). Langs hvilken stiplet linje endrer potensialet seg ikke?

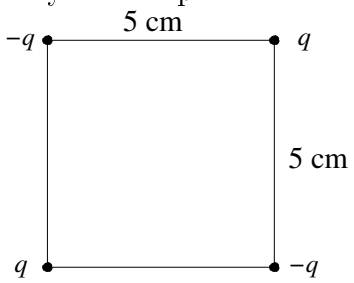
A 1
B 2
C 3
D 4



c) En partikkel med negativ ladning plasseres med null starthastighet i et elektrostatisk felt $\boldsymbol{E}$. Partikkelens bevegelse blir

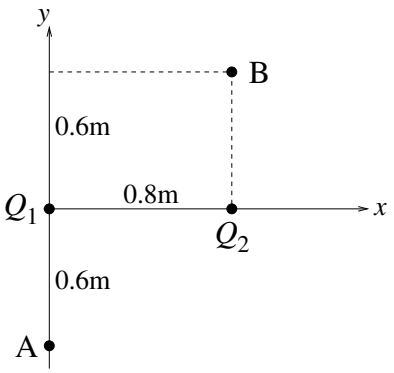
A i retning lavere potensial.
B i retning lavere potensiell energi.
C i samme retning som $\boldsymbol{E}$.
D i retning normalt på $\boldsymbol{E}$.

d) Fire punktladninger, to positive og to negative ($q = 9\ \mu$C), er plassert i hjørnene på et kvadrat med sidekanter 5 cm, som vist i figuren. Hva er systemets potensielle energi?



A 19 J
B Null
C -7 J
D -38 J

e) To punktladninger $Q_1 = 69$ nC og $Q_2 = -98$ nC er plassert i xy-planet, som vist i figuren. Et elektron flyttes fra punkt A til punkt B. Hvor stor endring gir denne forflytningen i systemets potensielle energi? ("Systemet" = de to punktladningene og elektronet.) (1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J)



A -1 keV
B -1 eV
C 1 eV
D 1 keV

f) Den potensielle energien til to elektroner i innbyrdes avstand 1 Å (= 10^{-10} m) er [1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J]

A 14.4 meV
B 14.4 eV
C 14.4 keV
D 14.4 MeV

g) En berylliumkjerne med ladning $4e$ og masse $9m_p$ og en α-partikkel (dvs en heliumkjerne) med ladning $2e$ og masse $4m_p$ er i ro. De to partiklene kan gis like stor hastighet ved å

A akselerere dem gjennom en like stor potensialforskjell.
B akselerere α-partikkelen gjennom V volt og berylliumkjernen gjennom $V/2$ volt.
C akselerere α-partikkelen gjennom V volt og berylliumkjernen gjennom $8V/9$ volt.
D akselerere α-partikkelen gjennom V volt og berylliumkjernen gjennom $9V/8$ volt.