Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1303 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2004

Løsningsforslag til øving 7

Veiledning uke 9 og 10.

Oppgave	A	B	C	D	E
1					x
2				x	
3				x	
4		x			
5	x				
6	x				
7			x		
8	x				
9					x
10				x	
11					x
12			x		
13			x		
14	x				
15	x				
16			x		#####
17				x	#####
18				x	#####
19				x	#####
20			x		#####

1) Faktaspørsmål! Her er dessuten elektronets masse m_e og protonets masse m_p oppgitt i oppgaveteksten, så det er jo bare å regne ut forholdet.

2) Se forrige punkt.

3) Ett elektron har ladning $-e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C. En ladning på -160 pC $= -160 \cdot 10^{-12}$ C tilsvarer da

$$\frac{-160 \cdot 10^{-12}}{-1.6 \cdot 10^{-19}} = 10^9 \text{ elektroner}$$

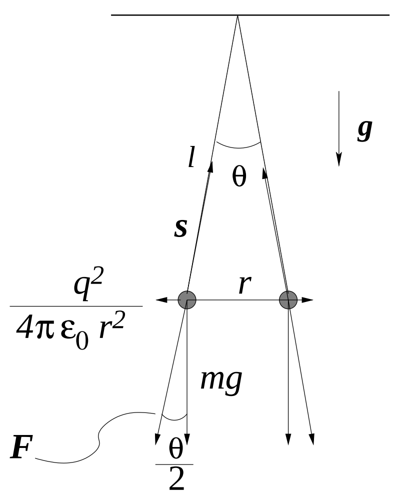
4) En ladet metallkule vil tiltrekke seg en kule med motsatt ladning. Den vil imidlertid også tiltrekke seg en nøytral metallkule på grunn av polarisering av den nøytrale kula. (Se ytterligere

forklaring under punkt 9.) Det er da *alltid sant* at minst en av kulene er ladet. (Mens det *kan* være sant at begge kulene er ladet.)

5) Ved berøring mellom den ladete glass-staven og en av metallkulene vil ladning overføres fra den ene til den andre. Her har glass-staven et underskudd på elektroner, så fri elektroner i metallet vil overføres til glass-staven. Dermed får metallkulen et underskudd på elektroner, dvs en netto positiv ladning. De to metallkulene som er i berøring med hverandre vil i elektrostatisk likevekt ha samme elektriske potensial overalt. Det oppnås her ved at fri ladning på begge kulene omfordeler seg for å "utligne" effekten av at noen elektroner forsvant over til glass-staven. Resultatet blir at begge metallkulene ender opp med netto positiv ladning.

6) Her kommer glass-staven ikke i berøring med metallkulene, så vi kan ikke få noen netto overføring av ladning mellom glass-staven og kulene. Imidlertid vil den positivt ladete glass-staven trekke fri elektroner i metallet til seg, slik at vi får et overskudd av negativ ladning på venstre side av venstre metallkule. Siden metallkulene totalt sett er elektrisk nøytrale, må det bety at høyre kule ender opp med et underskudd av elektroner, altså netto positiv ladning. Dette er igjen polarisering (jfr oppgave 4, 9 og 14), eller "lading ved induksjon" som det også kalles.

7) Øvingens eneste ordentlige regneoppgave! Fra figuren nedenfor ser vi at summen av gravitasjonskraften og den (frastøtende) elektrostatiske kraften akkurat må kansellere snordraget $\boldsymbol{s}$.



Da har vi følgende sammenhenger:

$$
\begin{aligned}
\tan\frac{\theta}{2} &= \frac{F_q}{F_m} = \frac{q^2/4\pi\varepsilon_0 r^2}{mg} \\
\sin\frac{\theta}{2} &= \frac{r/2}{l} \\
\Rightarrow \quad r &= 2l\sin\frac{\theta}{2}
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \quad q = \left\{ 4\pi\varepsilon_0 mg \left(2l \sin\frac{\theta}{2}\right)^2 \tan\frac{\theta}{2} \right\}^{1/2}$$
$$= \left\{ \frac{1}{9\cdot 10^9} \cdot 10\cdot 10^{-3} \cdot 9.8 \cdot (2\cdot 0.1 \cdot \sin 15^\circ)^2 \cdot \tan 15^\circ \right\}^{1/2} \ \mathrm{C} \simeq 8.8\cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}$$

8) Kreftene fra ladningene i B og C er like store og motsatt rettet og gir derfor null netto bidrag. Kraften fra ladningen i A peker langs OD. (Vektor-)Summen av kreftene fra de to ladningene midt på CD og BD må peke langs OA. I absoluttverdi må hver av disse være nøyaktig dobbelt så store som kraften fra ladningen i A, ettersom avstanden OA er $\sqrt{2}$ ganger så stor som avstanden fra O ut til de to midtpunktene. I absoluttverdi er vektorsummen av kreftene fra de to ladningene midt på CD og BD en faktor $\sqrt{2}$ større enn lengden av hver av dem. Følgelig er denne vektorsummen også større enn kraften fra ladningen i A. Dermed må totalkraften peke langs OA.

9) Motsatte ladninger tiltrekker hverandre, like ladninger frastøter hverandre. Dessuten vil et ladet objekt alltid tiltrekke seg et nøytralt objekt på grunn av polarisering av det nøytrale objektet: Et positivt ladet objekt vil f.eks. skyve positive ladninger i det nøytrale objektet fra seg og trekke de negative til seg. Nettoeffekten blir tiltrekning på grunn av kortere avstand til de negative ladningene. (Eks: Lad opp en kam ved å gre deg. Vannet i springen er nøytralt, men tiltrekkes av kammen.)
Dermed: Kulene 2 og 3 må begge være ladet, og med ladning av samme fortegn. Kule 1 kan være nøytral eller være ladet med motsatt ladning av kulene 2 og 3. I begge tilfeller vil den tiltrekkes av kule 2. Det er alt vi kan si, så vi har ikke nok informasjon til å bestemme hva slags ladning vi har på alle kulene.

10) Newtons 3. lov: Kraft = motkraft!

11) Ifølge Gauss' lov er total elektrisk fluks gjennom de tre lukkede flatene a, b og c like store, ettersom netto ladning innenfor er like stor. Det elektriske feltet står vinkelrett på den plane flaten (og peker bort fra flaten hvis σ er positiv). Dermed går det ikke noe fluks gjennom sidene av de to sylinderne. Dermed går nøyaktig halvparten av den totale fluksen gjennom både de to topplokkene av a og b og halvkulen av c.

12) Se forrige punkt. Samme netto ladning innenfor flaten gir samme netto fluks gjennom flaten.

13) Bare ladning *innenfor* gaussflaten bidrar til netto elektrisk fluks gjennom den. Feltlinjer fra ladningene på utsiden går både inn gjennom og ut av gaussflaten og bidrar ikke til netto fluks.

14) Det spiller ingen rolle om ladningsfordelingen på metallet ikke lenger er uniform: Det elektrostatiske feltet $\boldsymbol{E}$ er null overalt inne i metallet, så potensialet V må være konstant overalt. Se også neste spørsmål.

15) Det elektrostatiske feltet $\boldsymbol{E}$ er null overalt inne i metallet (lederen). Feltet $\boldsymbol{E}$ er (minus)

gradienten til det elektriske potensialet V. Dermed må V være konstant overalt inne i lederen. Dette må gjelde helt ut og til og med lederens overflate, ettersom potensialet V må være kontinuerlig (i motsetning til $\boldsymbol{E}$). Hvis V gjorde et "sprang" (dvs var diskontinuerlig) på lederens overflate, måtte det svare til en uendelig stor elektrostatisk kraft, hvilket er ufysikalsk.

16) Det at $E = 0$ inne i en elektrisk leder i elektrostatisk likevekt har ingenting med Gauss' lov å gjøre. Det uttrykker bare at alle krefter på de frie ladningene må være lik null i likevekt.

17) Det er bare tull å påstå at $V = 0$ i en leder. Det vi *kan* si er at V er *konstant* i en leder. Vi *velger* $V = 0$ der det passer oss.

18) Vi kan starte fra definisjonen av elektrisk fluks, $\phi_E = \int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$, og skrive ned en rekke ulike mulige enheter:

$$[\phi_E] = [E \cdot A] = [\frac{V}{l} \cdot l^2] = [V \cdot l] = [\frac{Q}{C} \cdot l] = [\frac{U}{Q} \cdot l]$$

Altså er disse enhetene mulige:
$[\phi_E] = (\mathrm{V/m})\mathrm{m}^2 = \mathrm{Vm} = \mathrm{Cm/F} = \mathrm{Jm/C}$.
Den siste, NV/J, er imidlertid ikke riktig.

19) Med en potensialforskjell ΔV mellom kondensatorplatene er det elektriske feltet mellom platene

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

der d er avstanden mellom platene. En halvering av ΔV vil altså halvere E (med d holdt fast). I et område med elektrisk felt E er energien pr volumenhet

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

slik at total energi lagret i det elektriske feltet i en platekondensator er

$$U = \int u \, dV = \int \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \, dV = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \cdot V$$

ettersom E er konstant mellom platene. Her er V volumet mellom platene. Halvering av E reduserer altså U til fjerdeparten.

20) Vi må alltid utføre et *positivt* arbeid på ladningene for å lade opp ei metallkule, enten den er positiv eller negativ. Altså er alltid $U > 0$. (Merk opplysningen gitt på side 1: Dersom ikke annet er oppgitt, er nullpunkt for potensiell energi valgt uendelig langt borte.)