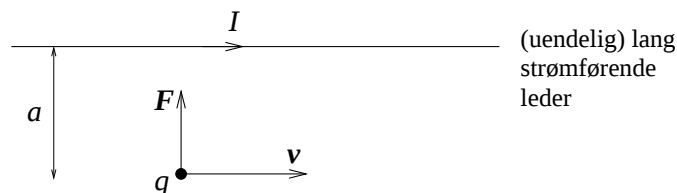


MAGNETFELT OG MAGNETISME SOM RELATIVISTISK FENOMEN

(orienteringsstoff; ikke pensum til eksamen)

Utgangspunkt: Anta at vi kjenner til Coulombs lov og elektriske krefter. Vi vet derimot *ingenting* om magnetfelt og magnetisme.

Vi gjør så et eksperiment:



... og måler til vår store overraskelse en kraft på ladningen q :

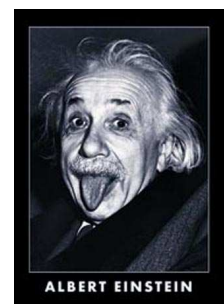
$$F = k \frac{I}{a} q v$$

med retning inn mot lederen dersom $q > 0$.

(Retning vekk fra lederen dersom q eller v skifter fortegn.)

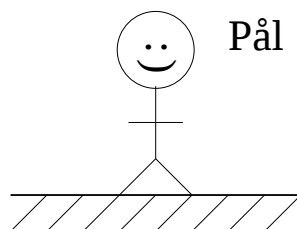
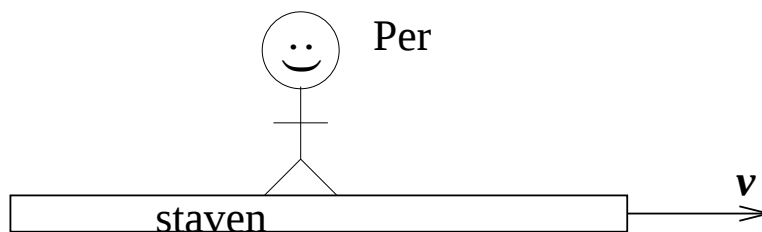
Lederen er *elektrisk nøytral* $\Rightarrow$ den elektriske kraften må være *null* !

HVOR KOMMER KRAFTEN F FRA??



Løsning: Relativitetsteori!

Lorentzkontraksjon:



Per: Stavens lengde er L .

Pål: Stavens lengde er $L/\gamma < L$.

Her er:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \geq 1$$

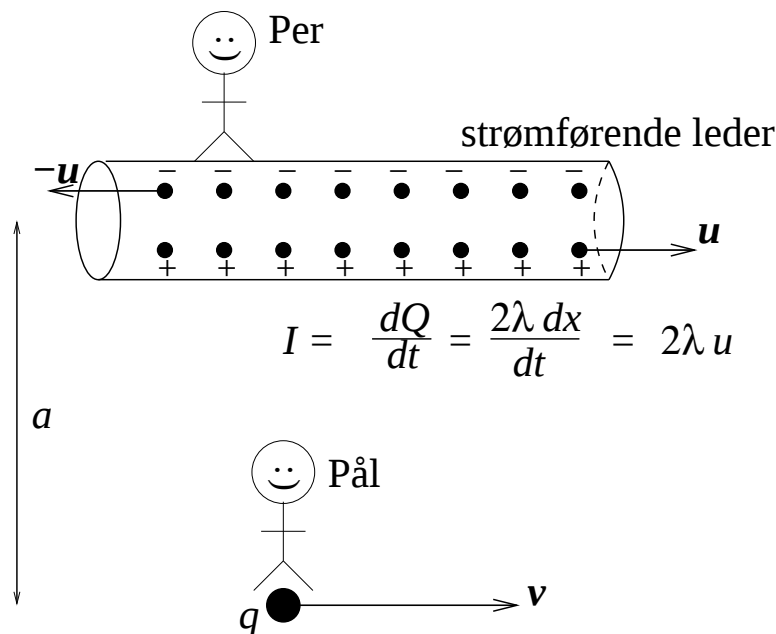
med c = lyshastigheten ($= 3 \cdot 10^8$ m/s) og v = hastigheten til staven og Per (i stavens lengderetning) i forhold til Pål.

Eksempel: Per er i ro i forhold til staven og måler dens lengde til 1 m. Pål ser en stav som har en hastighet $v = 3000$ km/s. Da er $v^2/c^2 = 10^{-4}$ og Pål vil si at stavens lengde er 0.999950 m, dvs 50 μm kortere.

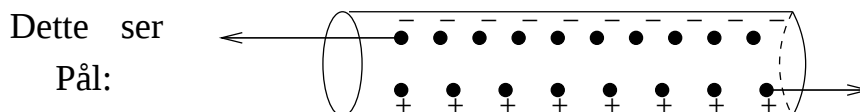
Altså:

Objekter i bevegelse er kortere enn når de er i ro!

Konsekvenser av Lorentzkontraksjon for ladningen q som er i bevegelse langs den strømførende lederen:



Per: Lederen har negativ ladning $-\lambda$ pr lengdeenhet og positiv ladning λ pr lengdeenhet. Alt i alt er lederen *elektrisk nøytral*.



Pål: Lederen har negativ ladning $-\lambda_-$ pr lengdeenhet og positiv ladning λ_+ pr lengdeenhet. De negative ladningene har *størst* hastighet i forhold til meg. På grunn av *størst* Lorentzkontraksjon ligger derfor disse *tettere* enn de positive ladningene. Altså er $\lambda_- > \lambda_+$. Alt i alt er lederen *ikke elektrisk nøytral*; den har en *netto negativ ladning* $\Delta\lambda = -\lambda_- + \lambda_+ < 0$.

Dermed måler Pål en *tiltrekkende elektrisk kraft* på ladningen q :

$$F_{\text{Pål}} = F_e = qE = q \cdot \frac{\Delta\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

der vi har brukt at elektrisk felt i avstand a fra en uendelig lang stav med ladning $\Delta\lambda$ pr lengdeenhet er (se øving 4, oppgave 4) $E = \Delta\lambda/2\pi\epsilon_0 a$

So what? Vi er typisk i Pers situasjon, dvs på laben, i ro i forhold til lederen, og hvem har sagt at Per, som ser en nøytral leder, vil måle en kraft på q ?

Jo, det sier Einstein, med sitt *relativitetsprinsipp*:

Fysikkens lover gjelder i alle *inertialsystemer*, dvs i alle referansesystemer som er i ro eller i konstant hastighet.

Dermed: Hvis Pål måler en kraft på q , må også Per måle en kraft på q !

Kvantitativt:

$$F_{\text{Per}} = \sqrt{1 - v^2/c^2} F_{\text{Pål}} = \frac{1}{\gamma} F_{\text{Pål}}$$
$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda vu}{c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2\lambda vu}{c^2} \cdot \gamma$$

...som vi her simpelthen godtar uten bevis...

Dermed:

$$\begin{aligned} F_{\text{Per}} &= \frac{1}{\gamma} \cdot q \cdot \frac{2\lambda vu}{2\pi\epsilon_0 a c^2} \cdot \gamma \\ &= qv \frac{2\lambda u}{2\pi\epsilon_0 c^2 a} \\ &= qv \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2 a} \end{aligned}$$

Som i eksperimentet vårt, med

$$k = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

(dvs en naturkonstant)

La oss skrive

$$F_{\text{Per}} = F_m = qvB$$

med

$$B = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2 a}$$

Størrelsen B er nettopp *magnetfeltet* (her: i avstand a fra en lang, rett strømførende leder med strøm I), og F_m er den *magnetiske kraften* på ladningen q med hastighet v .

Merk at vi har fått oppklart to viktige spørsmål:

Hvor kommer magnetfeltet fra?

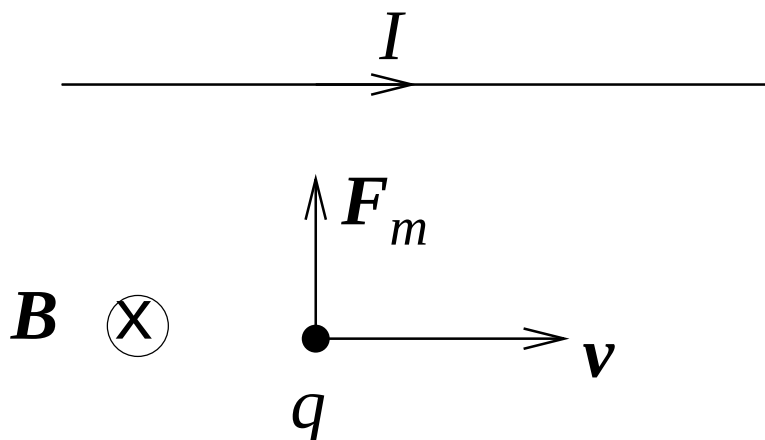
Svar: Fra ladninger i bevegelse, dvs *elektrisk strøm*.

Hvordan virker den magnetiske kraften på en ladning i bevegelse?

Svar: $F_m = qvB$

Men hvordan uttrykke $F_m = qvB$ på *vektorform*? Både $\mathbf{F}_m$ og $\mathbf{v}$ er jo vektorer, men ikke parallelle vektorer....

Vi må ty til *kryssprodukt*! La $\mathbf{B}$ være en vektor som peker inn i planet:



Da ser vi at vi kan skrive:

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

KONKLUSJON: (og dette er selvsagt pensum!)

Fra før: Elektrisk felt $\mathbf{E}$ lages av ladninger (i ro eller i bevegelse) og resulterer i elektrisk kraft på ladninger (i ro eller i bevegelse):

$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$$

Nå: Magnetfelt $\mathbf{B}$ lages av strøm (dvs ladninger i bevegelse) og resulterer i magnetisk kraft på ladninger i bevegelse:

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Med både $\mathbf{E}$ og $\mathbf{B}$ til stede samtidig, påvirkes ladningen q med hastighet $\mathbf{v}$ av *Lorentzkraften*

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

