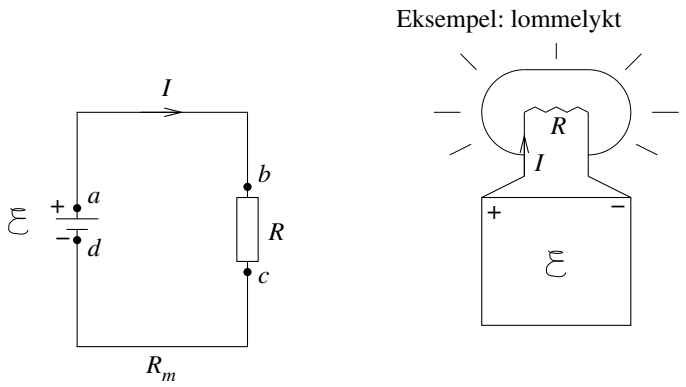
**Institutt for fysikk, NTNU**
**TFY4155/FY1303: Elektrisitet og magnetisme**
**Vår 2004**

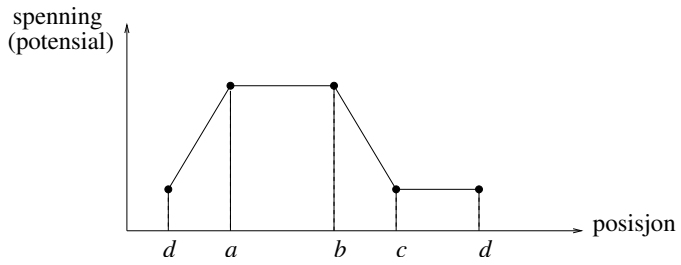
# Sammendrag, uke 12 (17. og 19. mars)

**Likestrømkretser** [FGT 28; YF 27; AF 24.7; LHL 22.1]



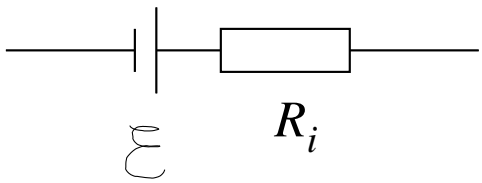

Spenningskilde (f.eks. kjemisk batteri, solcelle etc.):
"Leverer" *elektromotorisk spenning* (ems) $\mathcal{E}$, dvs: sørger for å holde konstant potensialforskjell $\mathcal{E}$ mellom de to "polene" + og -.

Spenningsforhold i kretsen over ($\Delta V$ tilsvarer spennings*fall*):




$a \to b : \Delta V \simeq 0$ (metall-ledning, god leder, $R_m \simeq 0$, $\boldsymbol{E} \simeq 0$)
$b \to c : \Delta V = RI$ (motstand, dårlig leder, $R \gg R_m$, potensiell energi går tapt som varme pga kollisjoner, $\boldsymbol{E} \neq 0$)
$c \to d : \Delta V \simeq 0$ (som $a \to b$)
$d \to a : \Delta V = -\mathcal{E} = -RI$ (*mottar* ladningsbærere med lav potensiell energi, *leverer* ladningsbærere med høy potensiell energi. Hvis elektroner: $\Delta U = U_d - U_a = e \cdot \Delta V$)

En *reell* kilde har alltid en (som regel liten) indre motstand $R_i$:




Når en reell spenningskilde kobles til en elektrisk krets, kommer den indre motstanden $R_i$ som et tillegg til kretsens resistans $R$. Vi får da f.eks. effekttap både i kilden ($P_i = R_i I^2$) og i resten av kretsen ($P_R = RI^2$).

En *ideell* kilde har $R_i = 0$.

**Kirchhoffs regler** [FGT 28.2, 28.3; YF 27.3; AF 24.8; LHL 22.3]

Beregninger på elektriske kretser gjøres ved hjelp av Kirchhoffs regler.

Regel 1 (Knutepunktsregelen): På grunn av *ladningsbevarelse* er

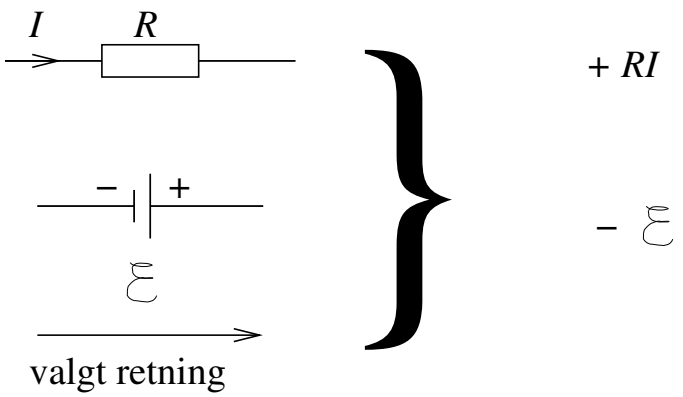
$$\sum_j I_j = 0$$

i alle knutepunkt i en krets.
I motsatt fall ville vi få opphopning av ladning i knutepunktet.
Fortegnskonvensjon: *Positiv* $I$ når den går *ut av* knutepunktet.

Regel 2 (Sløyferegelen): På grunn av *energibevarelse* er

$$\sum(\text{spenningsfall}) = 0$$

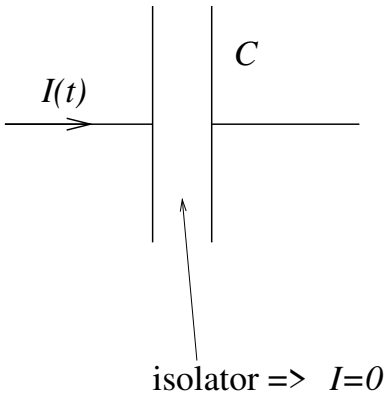
for alle lukkede sløyfer i en krets.
I motsatt fall ville vi ikke ha en entydig potensiell energi for ladningsbærere på et gitt sted i kretsen.
Fortegnskonvensjon: *Positivt* bidrag betyr *positivt spenningsfall.*



Kirchhoffs regler gir et tilstrekkelig antall uavhengige ligninger til å bestemme de ukjente størrelsene, f.eks. strømstyrkene $I_j$ i kretsens ulike "grener".

*RC*-**kretser** [FGT 28.5; YF 27.5; AF Note 25.1; LHL 22.4]

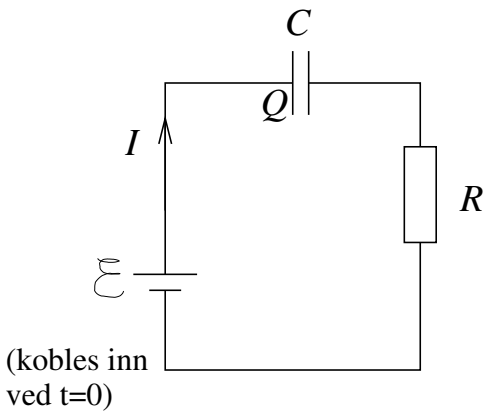
Rommet mellom de to lederne i en kondensator er fylt med en *isolator*, og gjennom en isolator går det *null* elektrisk strøm.




Vi kan imidlertid ha en *tidsavhengig* strøm $I(t)$ inn og ut av kondensatorens ledere (*platene*, hvis det er snakk om en parallellplatekondensator).
Dermed får vi en tidsavhengig ladning $Q(t)$ på kondensatorplatene.

Kan vi bruke Kirchhoffs regler til å analysere kretser med tidsavhengige $I(t), V(t), Q(t)$?
Ja: For "langsomt" varierende strømstyrker, der langsomt er i forhold til hvor raskt en endring et sted i kretsen "merkes" i resten av kretsen. Siden elektromagnetiske signaler (bølger) forplanter seg med lyshastigheten $c$, er dette i praksis som regel ikke noe problem.

Eksempel 1: Opplading av kondensator i *RC*-krets.




Spenningskilden $\mathcal{E}$ kobles inn ved tidspunktet $t = 0$. Da har vi null ladning på kondensatoren, $Q(0) = 0$.

Kirchhoffs spenningsregel $\Rightarrow$

$$-\mathcal{E} + V_C + V_R = 0$$

Spenningsfall over $C$:

$$V_C = Q/C$$

Spenningsfall over $R$:

$$V_R = RI = R\frac{dQ}{dt}$$

Gir 1. ordens differensialligning for ladningen $Q$:

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = \mathcal{E}$$

som har løsning

$$Q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

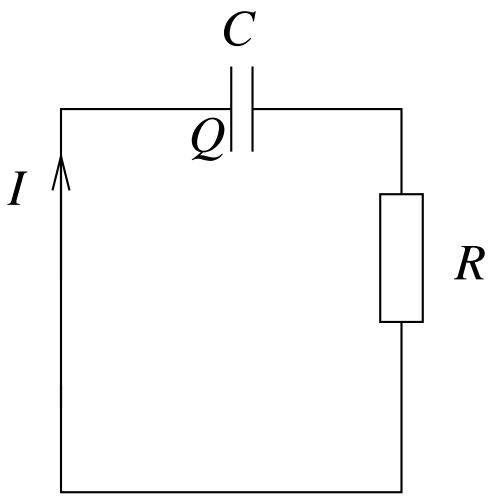
Her har vi brukt *initialbetingelsen* $Q(0) = 0$.
Strømstyrken blir

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$

*Tidskonstant* for oppladningsprosessen: $\tau = RC$
Verdien av $\tau$ gir en *størrelsesorden* for hvor lang tid det tar å lade opp kondensatoren til sin maksimale ladning

$$Q(t \to \infty) = \mathcal{E}C$$

Eksempel 2: Utlading av kondensator i $RC$-krets.




Vi antar at kondensatoren i utgangspunktet er ladet opp med en spenningskilde $\mathcal{E}$ og at den er "full-ladet" slik at initialbetingelsen her er $Q(t = 0) = \mathcal{E}C$.
Kirchhoffs spenningsregel $\Rightarrow$

$$V_R + V_C = 0$$

Gir igjen 1. ordens differensialligning for ladningen $Q$:

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = 0$$

som har løsning

$$Q(t) = \mathcal{E}Ce^{-t/RC}$$

Her har vi brukt *initialbetingelsen* $Q(0) = \mathcal{E}C$.
Strømstyrken blir

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = -\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$

Vi ser av figuren at vi her valgte "feil" retning på strømmen $I$: Positiv ladning vil måtte strømme fra den positivt ladete platen, og derfor gi positiv strøm i retning mot klokka. Dette er imidlertid ivaretatt, i og med at den beregnede strømmen kom ut med et negativt fortegn.

*Merk* at dersom vi hadde valgt motsatt retning på $I$ i figuren, kunne vi ikke lenger ha skrevet $I = dQ/dt$, men derimot $I = -dQ/dt$, ettersom en positiv strøm da ville tilsvare en *reduksjon* i ladningen på kondensatoren. Med andre ord: $dQ/dt$ vil da være negativ for positiv $I$, og vi må skrive $I = -dQ/dt$ for å få samme fortegn på begge sider av likhetstegnet.

Men min anbefaling er å velge retning på strømmen $I$ i forhold til ladningen $Q$ på kondensatoren slik som det er gjort i figuren over. Da kan vi holde oss til sammenhengen $I = dQ/dt$, dvs positiv $I$ tilsvarer en positiv endring i ladningen $Q$. Initialbetingelsen(e) for hvert enkelt problem sørger for at fortegnet på $I$ blir riktig til slutt!

Neste uke:

Magnetisk vekselvirkning! Vi innleder med å vise, eller i hvert fall sannsynliggjøre, at magnetfeltet og magnetiske krefter er en direkte konsekvens av elektrostatikken (dvs at ladninger i ro påvirker hverandre med Coulombkrefter) *og* Einsteins spesielle relativitetsteori. Vi kan med andre ord slå fast at *magnetisme er en relativistisk effekt.*

Deretter skal vi se på *Biot–Savarts lov*, som gir oppskriften på hvordan magnetfeltet $\boldsymbol{B}$ beregnes med utgangspunkt i hva som måtte være "til stede" av elektriske *strømmer* $I$. Biot–Savarts lov er magnetostatikkens svar på Coulombs lov i elektrostatikken, som gir oppskriften på hvordan det elektriske feltet $\boldsymbol{E}$ beregnes med utgangspunkt i hva som måtte være "til stede" av elektriske *ladninger*. Og kjenner vi feltene $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$ i et område, kan vi også bestemme kraften på en ladning $q$ med hastighet $\boldsymbol{v}$:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

som er den berømte *Lorentzkraften*.
Følg med, følg med!