Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2006

Øving 10

Veiledning: Torsdag 16. mars
Innleveringsfrist: Mandag 20. mars

Oppgave 1

En rett, sylinderformet leder med sirkulært tverrsnitt (radius R) fører en elektrisk strøm. La oss anta at strømtettheten er størst i sentrum av lederen og avtar med avstanden r fra sentrum på følgende måte:

$$j(r) = j_0 \, e^{-r/R}$$

Ved lederens overflate ($r = R$) har vi med andre ord en strømtetthet j_0/e. (Retningen på $\boldsymbol{j}(r)$ er *langs* lederen.)

Vis at total strøm i lederen er

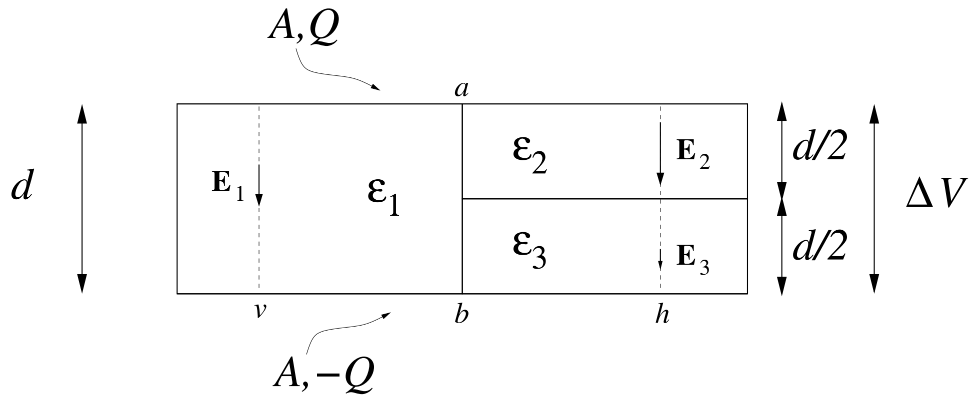
$$I = 2\pi \, j_0 \, R^2 \left(1 - \frac{2}{e}\right) \qquad \left(\simeq 1.66 \, j_0 \, R^2\right)$$

Hint: Ta utgangspunkt i strømmen dI som går i et sylinderformet "rør" med indre radius r og tykkelse dr.

Oppgitt:

$$\int_0^1 x \, e^{-x} \, dx = 1 - \frac{2}{e}$$

Oppgave 2



Figuren over viser en parallellplatekondensator der volumet mellom de to metallplatene er fylt med tre ulike dielektrika.

a) Bruk formlene for serie- og parallellkobling av kapasitanser (henholdsvis $C^{-1} = \sum_j C_j^{-1}$ og $C = \sum_j C_j$) til å vise at parallellplatekondensatoren i figuren har kapasitans

$$C = \frac{A}{d}\left(\frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_2\varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}\right)$$

Her er A metallplatenes areal, d er avstanden mellom metallplatene og ε_j er permittiviteten til dielektrikum nr j ($j = 1, 2, 3$, se figuren).

b) De to stiplede linjene v og h ligger begge langt fra både ytterkantene og midtlinjen ab av kondensatoren. I nærheten av v og h kan vi derfor uten fare anta at det elektriske feltet $\boldsymbol{E}$ peker loddrett nedover.
Du skal nå vise at $\boldsymbol{E}$ *ikke* kan peke loddrett nedover i nærheten av midtlinjen ab dersom ε_2 er forskjellig fra ε_3. Det kan vi gjøre på følgende vis: Anta for eksempel at potensialforskjellen mellom metallplatene er $\Delta V = 100$ V, og at $\varepsilon_j = j!\,\varepsilon_0$. Bestem så posisjonene til ekvipotensialflatene 25 V, 50 V og 75 V, både i nærheten av stiplet linje v og stiplet linje h. (Sett $V = 0$ på nedre metallplate.) Ettersom hver ekvipotensialflate må være kontinuerlig mellom v og h, kan du sikkert overbevise deg om at $\boldsymbol{E}$ ikke kan peke rett nedover i nærheten av midtlinjen ab. Tegn opp kondensatoren og skisser de nevnte ekvipotensialflatene.