Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2006

Øving 14

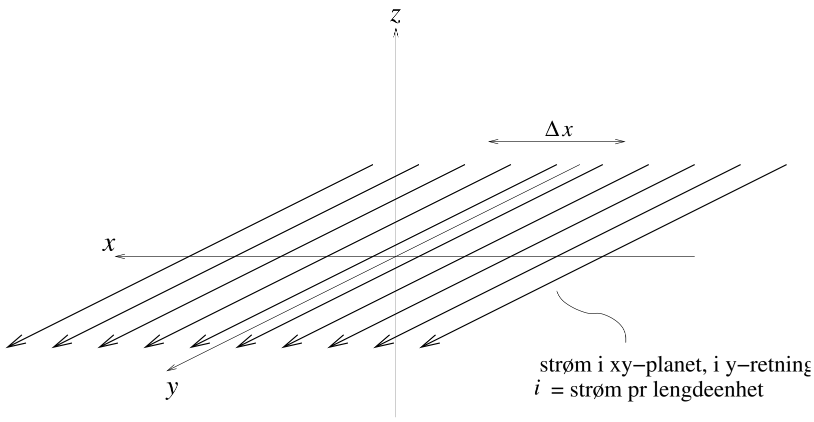
Veiledning: Torsdag 20. april
Innleveringsfrist: Mandag 24. april

Oppgave 1

Vis, ved hjelp av Amperes lov, at magnetfeltet $\boldsymbol{B}$ fra en uniform "overflatestrøm" $\boldsymbol{i} = i\,\hat{y}$ som "flyter" i (hele) xy-planet i positiv y-retning er

$$\boldsymbol{B} = \begin{cases} -(\mu_0 i/2)\,\hat{x} & \text{for } z < 0 \\ +(\mu_0 i/2)\,\hat{x} & \text{for } z > 0 \end{cases}$$

(Altså uavhengig av avstanden til xy-planet, jfr elektrisk felt fra uendelig stort uniformt ladet plan.) Her er i strømmen *pr lengdeenhet* av x-retningen. Med andre ord, på en "stripe" med bredde Δx går det en strøm $\Delta I = i \cdot \Delta x$.



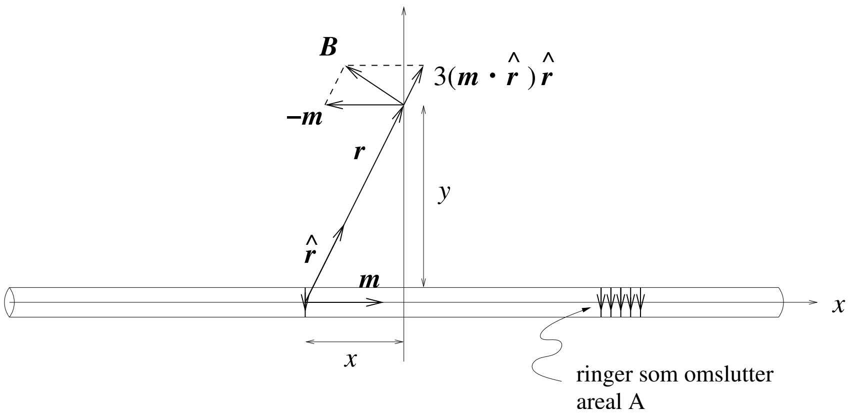
Tips:

- Det er altså oppgitt at både y- og z-komponenten av $\boldsymbol{B}$ er lik null. Bruk gjerne likevel litt tid på å overbevise deg om at sånn *må* det være. En slik "kartlegging" av symmetrien i problemet er helt *essensiell* for å kunne dra nytte av Amperes lov. Som regel må en da et lite øyeblikk tilbake til Biot-Savarts lov og vurdere konsekvensene av at "strømelementer" $I\,d\boldsymbol{l}$ gir bidrag $d\boldsymbol{B} \sim I\,d\boldsymbol{l} \times \hat{r}$ til det totale magnetfeltet.

- Hvis du etterhvert greier å overbevise deg om at en rektangulær Amperekurve med flatenormal i strømmens retning er et fornuftig valg, ja da er du antagelig på rett spor!

Oppgave 2

Med sentrum på x-aksen har vi plassert uendelig mange små strømførende ringer tett i tett, slik at strømmen I går i små sirkulære baner rundt x-aksen (samme strøm I i hver eneste ring).



Hver lille ring kan oppfattes som en *ideell* magnetisk dipol $\boldsymbol{m} = m\,\hat{x}$. Da kan det vises at magnetfeltet i avstand $\boldsymbol{r}$ fra en slik ring kan skrives på formen

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left[3\,(\boldsymbol{m}\cdot\hat{r})\,\hat{r} - \boldsymbol{m}\right]$$

Dette uttrykket er gyldig så lenge vi betrakter avstander r fra ringen som er store i forhold til ringens radius, med andre ord $r \gg \sqrt{A}$. (NB: Jeg har ikke utledet dette uttrykket for magnetfeltet fra en ideell dipol i forelesningene - vi godtar her rett og slett at slik er det!) I figuren ovenfor er det vist hvordan en dermed kan bestemme magnetfeltet fra en bestemt ring.

Noen av de små strømførende ringene bidrar med negativ x-komponent til $\boldsymbol{B}$ mens andre bidrar med positiv x-komponent til $\boldsymbol{B}$. Oppgaven går ut på å finne ut *hvor mange* ringer som bidrar med *negativ* x-komponent til $\boldsymbol{B}$. (Et eksempel er vist i figuren.)

La oss konkretisere oppgaven med noen tallverdier. Vi betrakter en posisjon som ligger i avstand $y = 50$ cm fra x-aksen, og vi antar at det er 1000 strømførende ringer pr meter (langs x-aksen). Vis at ca 707 ringer da vil bidra med negativ x-komponent til magnetfeltet $\boldsymbol{B}$ i den valgte avstanden 50 cm fra x-aksen. (Resten av ringene, dvs uendelig mange, vil bidra med positiv x-komponent til $\boldsymbol{B}$.)

Alternativt, og mer generelt: Finn et uttrykk for lengden $2x_0$ av intervallet $(-x_0, x_0)$ som inneholder ringene som bidrar med negativ x-komponent til $\boldsymbol{B}$ i avstand y fra x-aksen. Med n ringer pr lengdeenhet skulle antall slike ringer da bli $2nx_0$. (Du må med andre ord finne ut hvordan x_0 avhenger av y.)