Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2006

Løsningsforslag til øving 15

Veiledning torsdag 27. april

Oppgave 1

a) Vi har brukt Amperes lov i forelesningene til å regne ut magnetfeltet inne i en slik lang spole:

$$B = \mu_0 n I_1 = \mu_0 \frac{N_1}{d} I_1$$

En vikling av spoletråden omslutter et areal $A = \pi R^2$, og dermed en magnetisk fluks

$$\phi = BA = \mu_0 \frac{N_1}{d} I_1 \pi R^2$$

Da må N_1 viklinger omslutte en fluks som er N_1 ganger så stor, for her er jo magnetfeltet konstant overalt inne i spolen. Altså:

$$\phi_1 = N_1 \phi = \mu_0 \frac{N_1^2}{d} I_1 \pi R^2$$

En vikling av spole 2 omslutter her akkurat det samme arealet, og dermed like stor fluks ϕ, slik at N_2 viklinger av spole 2 må omslutte en total magnetisk fluks lik

$$\phi_2 = N_2 \phi = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{d} I_1 \pi R^2$$

b) Selvinduktansen L blir

$$L = \frac{\phi_1}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1^2}{d} \pi R^2$$

c) Gjensidig induktans M blir

$$M = \frac{\phi_2}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{d} \pi R^2$$

d) Tallverdier:

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1200^2}{0.6} \cdot \pi \cdot 0.01^2 = 9.5 \cdot 10^{-4}$$

$$M = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1200 \cdot 600}{0.6} \cdot \pi \cdot 0.01^2 = 4.7 \cdot 10^{-4}$$

I SI-systemet har induktans fått sin egen enhet, henry (H). Her blir altså selvinduktansen 0.95 mH og den gjensidige induktansen 0.47 mH. Alternativt kunne vi f.eks. ha brukt enheten T m^2/A, ettersom magnetisk fluks må ha enheten til magnetfelt ganger areal, dvs T m^2.

Oppgave 2

Av symmetrigrunner må magnetfeltet ha retning langs spolens akse. Strømmen på en lengde dx er

$$dI = I\, n\, dx$$

Bidraget til $\boldsymbol{B}$ fra denne strømmen er

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}\, dI$$

Totalt magnetfelt blir dermed

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I n}{2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{R^2\, dx}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

Et lignende integral var vi borte i i en øving tidlig i semesteret. Vi har

$$x = R \tan \phi$$

som gir

$$dx = \frac{R}{\cos^2 \phi}\, d\phi$$

og

$$\sqrt{x^2 + R^2} = \frac{R}{\cos \phi}$$

Dermed:

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \cos \phi\, d\phi = \frac{1}{2} \mu_0 I n \left(\sin \phi_2 - \sin \phi_1\right)$$

Dersom vi lar spolen bli uendelig lang, $L \to \infty$, har vi $\phi_2 \to \pi/2$ og $\phi_1 \to -\pi/2$, slik at

$$B \to \mu_0 n I$$

dvs det samme som vi har utledet i forelesningene ved å benytte Amperes lov.