Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2006, uke18

Fredag 5. mai

Elektromagnetisk induksjon (fortsatt)

[FGT 30.1 - 30.6; YF 29.1 - 29.5; TM 28.2 - 28.3; AF 27.1 - 27.3; LHL 24.1; DJG 7.2]

Retningen på indusert ems $\mathcal{E}$ bestemmes med *Lenz' lov*: En eventuell generert strøm I, drevet av $\mathcal{E}$, skaper et magnetfelt $\boldsymbol{B}_I$ og dermed en magnetisk fluks $\phi_I = \int_S \boldsymbol{B}_I \cdot d\boldsymbol{A}$ som er *motsatt rettet fluksendringen* $d\phi_m$ som i utgangspunktet forårsaket $\mathcal{E}$.

En indusert ems $\mathcal{E}$ i ei lukket ledersløyfe impliserer et *indusert elektrisk felt* $\boldsymbol{E}$:

$$\mathcal{E} = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

Faradays lov uttrykker dermed en sammenheng mellom *feltene* $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$:

$$\oint_c \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

der c er en lukket kurve som omslutter en flate S.

Ettersom integralet av et slik "Faraday-indusert" elektrisk felt rundt en lukket kurve *ikke* er lik null, er det (pr definisjon) heller *ikke* et konservativt felt. (Mens et *elektrostatisk* felt *er* konservativt.)

Gjensidig induktans

[FGT 32.1; YF 30.1; AF 27.12; LHL 25.4; DJG 7.2.3]

En strøm I_1 i ei strømsløyfe (1) resulterer i et magnetfelt $\boldsymbol{B}_1$ i området omkring. Dette feltet kan vi, i hvert fall i prinsipp, regne ut ved hjelp av Biot-Savarts lov:

$$\boldsymbol{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{(1)} \frac{d\boldsymbol{l}_1 \times \hat{r}}{r^2}$$

(se f.eks. uke13.pdf). Dersom ei *anna* strømsløyfe (2) er plassert i dette området, vil magnetfeltet fra sløyfe (1) resultere i en magnetisk fluks gjennom sløyfe (2):

$$\phi_2 = \int_{S_2} \boldsymbol{B}_1 \cdot d\boldsymbol{A}_2 = \int_{S_2} \left\{ \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{(1)} \frac{d\boldsymbol{l}_1 \times \hat{r}}{r^2} \right\} \cdot d\boldsymbol{A}_2$$

Uansett hva dette gufne integralet måtte være, kan vi uttrykke det på formen

$$\phi_2 = M_{21} I_1$$

forutsatt at I_1 er konstant i sløyfe (1), dvs den samme alle steder i sløyfa. (Og det må den jo være hvis det ikke skal hope seg opp med ladning noe sted...!)
Faktoren M_{21} er den *gjensidige induktansen* mellom de to sløyfene (1) og (2) og uttrykker hvor mye magnetisk fluks vi får "gjennom" (dvs omsluttet av) sløyfe (2) når det går en strøm i sløyfe (1):

$$M_{21} = \frac{\phi_2}{I_1}$$

Omvendt må vi også få en magnetisk fluks gjennom sløyfe (1) hvis det går en strøm i sløyfe (2):

$$\phi_1 = \int_{S_1} \boldsymbol{B}_2 \cdot d\boldsymbol{A}_1 = \int_{S_1} \left\{ \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{(2)} \frac{d\boldsymbol{l}_2 \times \hat{r}}{r^2} \right\} \cdot d\boldsymbol{A}_1$$

dvs: Strømmen I_2 i sløyfe (2) skaper magnetfeltet $\boldsymbol{B}_2$, og dermed fluksen ϕ_1 gjennom sløyfe (1).
Og uansett hva *dette* integralet måtte bli, kan vi alltids skrive

$$\phi_1 = M_{12} I_2$$

der faktoren M_{12} uttrykker hvor mye magnetisk fluks vi får "gjennom" (dvs omsluttet av) sløyfe (1) når det går en strøm i sløyfe (2):

$$M_{12} = \frac{\phi_1}{I_2}$$

Både M_{21} og M_{12} er rett og slett geometriske faktorer som avhenger av form, størrelse og relativ plassering til de to strømsløyfene.
En kan vise at

$$M_{21} = M_{12}$$

alltid gjelder. En kan dermed *velge* mellom to alternative framgangsmåter for å bestemme gjensidig induktans mellom to strømsløyfer: Enten beregne magnetisk fluks gjennom (1) pga strøm i (2), eller omvendt. Noen ganger er det ene mye enklere enn det andre!

Enhet for induktans: $[M] = [\phi_m/I] = [B \cdot A/I] = \mathrm{T{\cdot}m^2/A} \equiv \mathrm{H}$ (henry)

Gjensidig induksjon:
Tidsavhengig strøm $I_1(t)$ i sløyfe (1) gir tidsavhengig fluks $\phi_2(t)$ gjennom sløyfe (2), og dermed indusert ems i sløyfe (2):

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

Tidsavhengig strøm $I_2(t)$ i sløyfe (2) gir tidsavhengig fluks $\phi_1(t)$ gjennom sløyfe (1), og dermed indusert ems i sløyfe (1):

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$