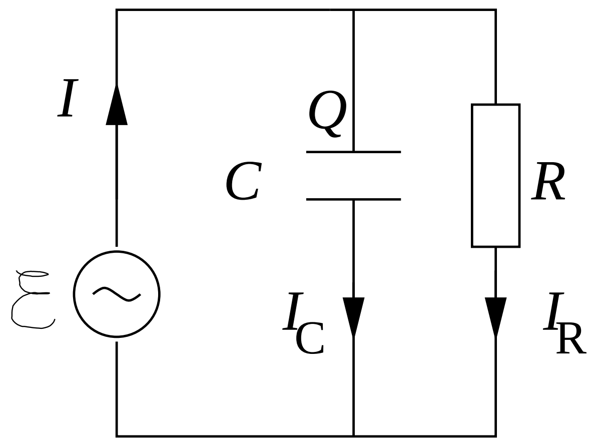
Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2007

Øving 12

Veiledning: Uke 13
Innleveringsfrist: Onsdag 11. april

Oppgave 1

En vekselspenningskilde $\mathcal{E}(t) = V_0 \cos \omega t$ er koblet til en krets bestående av en parallellkobling av en kapasitans C og en motstand R:



Bruk Kirchhoffs regler til å bestemme strømstyrkene $I(t)$, $I_C(t)$ og $I_R(t)$. Vis at den totale strømmen som leveres av spenningskilden kan skrives på formen

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t - \alpha)$$

med amplitude

$$I_0 = \frac{V_0}{R}\sqrt{1 + (\omega RC)^2}$$

og fasevinkel

$$\alpha = -\arctan(\omega RC)$$

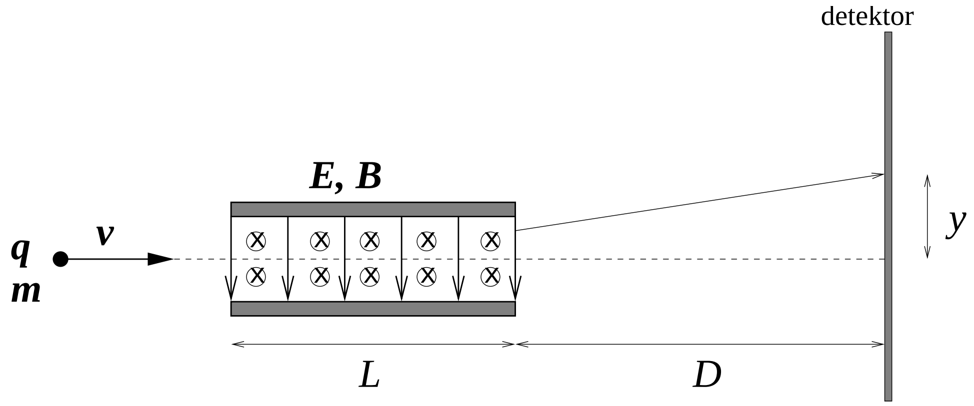
Tips: Benytt $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$.

Anta at spenningskilden har amplitude $V_0 = 1.0$ V og frekvens $f = 1.0$ MHz, og at $R = 10\,\Omega$ og $C = 16$ nF. Bestem tallverdier for I_0 og α. Skisser $\mathcal{E}(t)$, $I(t)$, $I_R(t)$ og $I_C(t)$ for t mellom 0 og $1/f$.

Med de gitte tallverdiene for V_0, R og C, skisser funksjonene $I_0(\omega)$, $\alpha(\omega)$ og kretsens *impedans* $Z(\omega) = V_0/I_0(\omega)$ for vinkelfrekvenser mellom 10^5 og 10^9 s^{-1}. Tips: Bruk *logaritmisk* skala langs ω-aksen, dvs skisser I_0 og α for vinkelfrekvenser slik at $\log \omega$ varierer mellom verdiene 5 og 9.

Oppgave 2

Partikler med masse m, ladning q og hastighet $\boldsymbol{v}$ kommer inn i et område med "krysset" elektrisk og magnetisk felt, $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$, som vist i figuren. $\boldsymbol{E}$ har retning nedover, $\boldsymbol{B}$ har retning inn i papirplanet. I området med utstrekning L antar vi at feltene er homogene. Utenfor dette området er $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{B} = 0$.



Du holder den elektriske feltstyrken E konstant gjennom hele eksperimentet. Først setter du $B = 0$ og registrerer at partiklene avbøyes og treffer detektoren i en avstand y ovenfor senterlinjen (som er stiplet). Deretter gjentar du forsøket, men nå justerer du verdien av B inntil partiklene ikke bøyes av.
Vis at forholdet mellom partiklenes ladning og masse er proporsjonal med avbøyningen (når $B = 0$), dvs

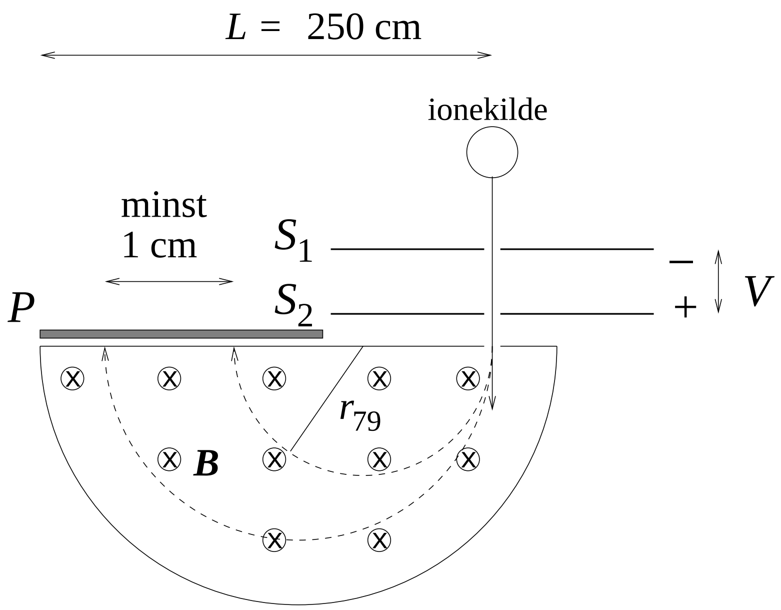
$$\frac{q}{m} = -ay,$$

og finn størrelsen a uttrykt ved E, B, D og L.

Oppgitt: $\boldsymbol{F} = q\,(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$ (Lorentzkraften)

På denne måten analyserte J. J. Thomson i 1897 såkalte katodestråler og påviste at disse bestod av en bestemt type partikler med negativ ladning. Dette er nettopp elektroner som emitteres fra metallet i katoden. Thomson var altså den første som bestemte forholdet e/m_e. Thomson fant det samme forholdet uavhengig av hva slags metall han brukte i katoden og kunne konkludere med at de observerte partiklene måtte være en *fundamental* ingrediens i naturen.

Oppgave 3



Figuren viser et massespektrometer. En ionekilde emitterer ladete partikler. Åpningene S_1 og S_2 sørger for at en godt samlet (*kollimert*) partikkelstråle kommer inn i området med magnetfelt $\boldsymbol{B}$ (som har retning inn i papirplanet). Mellom S_1 og S_2 har vi en spenningsforskjell V som akselererer ionene. Hastigheten ved S_2 er mye større enn ved S_1, slik at vi kan sette $v = 0$ ved S_1. Ionene bøyes i alt 180° av magnetfeltet og detekteres på en fotografisk plate P.
Spektrometeret skal brukes til å separere bromisotopene ^{79}Br og ^{81}Br. Kilden sender ut disse isotopene i form av ioner med ladning $-e$. Anta at isotopene har atommasser henholdsvis $79m_p$ og $81m_p$.
På den fotografiske platen ønskes isotopenes treffpunkt adskilt med en avstand på minst 1.0 cm. Samtidig må vi sørge for at begge isotopenes treffpunkt havner *på* den fotografiske platen, som har en bredde $L = 250$ cm, målt fra der ionene kommer inn i magnetfeltet. Med disse betingelsene, hva blir øvre og nedre grense for styrken på magnetfeltet B når akselerasjonsspenningen V er 400 V?

Oppgitt: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg [Ett av svarene: $B_{\min} = 21$ mT]