Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2007, uke 8

Mandag 19.02.07

Gauss' lov for $\boldsymbol{D}$:

$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} = Q_f$$

der Q_f er netto *fri* ladning innenfor den lukkede flaten S. (Netto total ladning innenfor S er $Q_{\text{in}} = Q_f - Q_i$, med $-Q_i$ = netto *bundet* ladning, knyttet til polariseringen $\boldsymbol{P}$, innenfor S.)

Elektrisk susceptibilitet og permittivitet; lineær respons.
[FGT 25.5; YF 24.4; TM 24.5, 24.6; AF 25.9; LHL 20.5; DJG 4.4]

Lineær respons: $\boldsymbol{P}$ proporsjonal med $\boldsymbol{E}$, dvs vi kan skrive

$$\boldsymbol{P} = \chi_e \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$$

der vi har innført χ_e = elektrisk susceptibilitet.
NB: En slik lineær sammenheng mellom $\boldsymbol{P}$ og $\boldsymbol{E}$ gjelder *ikke alltid*, men i dette kurset skal vi hele tiden anta at det gjelder. Merk også at $\boldsymbol{E}$ er det *totale* elektriske feltet, *ikke bare* det ytre feltet.

Dermed:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \\ &= (1 + \chi_e)\varepsilon_0 \boldsymbol{E} \\ &= \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \\ &= \varepsilon \boldsymbol{E}\end{aligned}$$

Her har vi innført størrelsene
$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ = relativ permittivitet ("dielektrisitetskonstanten")
$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ = mediets permittivitet

Enheter:
$[\chi_e] = [\varepsilon_r] = 1$ (dimensjonsløs)
$[\varepsilon] = [\varepsilon_0] = \mathrm{C^2/Nm^2}$

Punktladning q i dielektrikum med permittivitet ε:

Elektrisk felt: $\boldsymbol{E}(r) = (q/4\pi\varepsilon r^2)\hat{r}$
Elektrisk potensial: $V(r) = q/4\pi\varepsilon r$
Dvs: Som for punktladning i vakuum, men med $\varepsilon_0 \to \varepsilon > \varepsilon_0$; mediet polariseres og *skjermer* punktladningen slik at E og V reduseres med en faktor $1/\varepsilon_r$.

Tirsdag 20.02.07

Kondensator og kapasitans.
[FGT 25.1, 25.5; YF 24.1, 24.4; TM 24.2, 24.5; AF 25.10; LHL 20.1; DJG 2.5.4]

Kondensator = to adskilte elektriske ledere med ladning $\pm Q$ (Eventuelt: En elektrisk leder med ladning Q, den andre tenkt flyttet uendelig langt bort.)

Coulombs lov $\Rightarrow$ elektrisk felt i området omkring lederne er proporsjonalt med Q

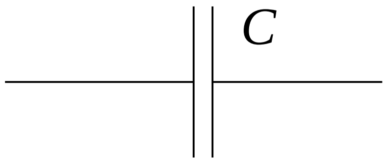
Dermed følger også at *potensialforskjellen* ΔV mellom de to lederne er proporsjonal med Q:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

C = kondensatorens *kapasitans*

Enhet for kapasitans: $[C] = [Q/\Delta V]$ = C/V $\equiv$ F (farad)

Symbol i elektriske kretser:



C er en *geometrisk faktor*, avhengig av ledernes utforming og innbyrdes avstand, og dessuten det mellomliggende mediet.
Kapasitans er, pr definisjon, en *positiv* størrelse.
Utregning av C for et gitt system vil gå ut på å bestemme potensialforskjellen mellom de to lederne, $\Delta V = V_+ - V_-$, for en gitt ladning $\pm Q$.

Parallellplatekondensator, luftfylt (vakuum), med plateareal A, plateavstand d:

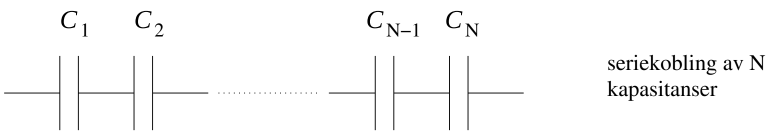
$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Parallellplatekondensator, fylt med dielektrikum med relativ permittivitet ε_r, plateareal A, plateavstand d:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

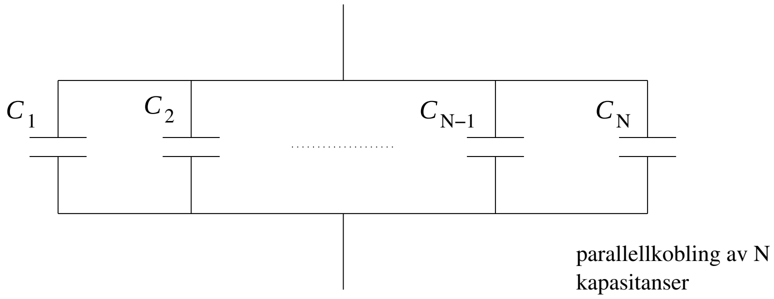
Dersom området mellom kondensatorens to ledere, som i utgangspunktet er fylt med luft ($\simeq$ vakuum), helt eller delvis fylles med et dielektrikum, vil kondensatorens kapasitans alltid bli større enn den var med bare luft. (Det samme gjelder også hvis området med luft/vakuum erstattes med metall.)

Kobling av flere kapasitanser
[FGT 25.4; YF 24.2; TM 24.4; AF Ex. 25.8, LHL 20.2]:



Seriekobling av N kapasitanser C_i, $i = 1, .., N$:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$$



Parallellkobling av N kapasitanser C_i, $i = 1, .., N$:

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

I disse uttrykkene representerer C den ekvivalente kapasitansen dersom vi erstatter alle de serie- eller parallellkoblede kapasitansene med en enkelt kapasitans.

Energi assosiert med elektrisk felt
[FGT 25.3; YF 24.3; TM 24.3; AF 25.11; LHL 20.4; DJG 2.4.3]

Potensiell energitetthet, dvs potensiell energi pr volumenhet, er med elektrisk felt E lik

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Vi hadde også at potensiell energi kunne "assosieres" med den elektriske ladningen: Dersom et "system" har elektrisk potensial (f.eks. relativt til potensialet uendelig langt borte, som vi som regel kan sette lik null) $v(q)$ når det har ladning q, må vi utføre et arbeid $dW = v(q)\ dq$ for å øke ladningen fra q til $q + dq$. Følgelig blir totalt arbeid, og dermed også total "lagret" potensiell energi i systemet, lik

$$W = U = \int_0^Q v(q)\ dq$$

for å lade opp systemet fra null ladning til endelig ladning Q.

Alternativt kan vi altså regne ut lagret potensiell energi ved å integrere opp energitettheten u over hele volumet V:

$$U = \int_V u \, dV = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \, dV$$

(Merk at her står V for *volum* og ikke potensial. Dessuten: Ikke la deg forvirre av notasjonen brukt ovenfor: Jeg brukte $v(q)$ for å angi potensialforskjellen mellom de to kondensatorplatene med ladning q og $-q$, dvs på et vilkårlig tidspunkt underveis i oppladingen. Grunnen var at jeg ønsket å reservere V for potensialforskjellen mellom platene når de var ferdig oppladet, dvs med ladning Q og $-Q$. Jeg forsøker å minimere "sammenblanding" av symboler, men V bruker jeg altså for potensial *og* volum.)